

素粒子の90年と21世紀の物理学

-素粒子の学術から物理学の学際化-

2023年 10月25日

於 核融合科学研究所

川合光 (国立台湾大学)

物理の全体像

自然に対する理解の発展のしかた

- 基本法則を探る

基本的なもの, 基本的な力

- 複雑なものの性質を探る

個々のものの性質

原子・分子, 生命, 材料科学, 天体, 宇宙

統一的な性質

熱力学, プラズマ・流体力学、量子情報?、生命? . . .

お互いに補い合いながら発展してきた

基本法則 \Leftrightarrow 複雑なものの性質

前半の話

基本法則の理解がどこまで進んでいるか

少し切り口を変えて、
普遍性と多様性（創発性）ともいえる。

京都大学理学研究科 物理学・宇宙物理学専攻

2007年 - 2012年 21世紀COEプログラム
“物理学の多様性と普遍性の探求拠点”

2008年 - 2013年 グローバルCOEプログラム
“普遍性と創発性から紡ぐ次世代物理学”

普遍性

2つの意味

1. 自然界のすべての現象は原理的に基本法則によって記述される。

要注意 素粒子分野と物性分野の
相互理解を阻害するおそれ。

2. さまざまな系に共通の法則性が現れる。

普遍性 2. の例

- 多くの自由度があることからくる普遍性
(中心極限定理・大数の法則 + α (物理))
 - 熱力学
 - 相、相転移のユニバーサリティ
 - 連続体近似・粗視化・平均化
 - 微分方程式による記述
 - 流体力学、GL等の有効理論、
 - 素粒子の場自身、一般相対論も一種の有効理論
 - 散逸、摩擦の普遍性
 - 一様な多体系の量子論
 - 真空と素粒子 \Leftrightarrow 基底状態と準粒子・素励起
- 必ずしも多くの自由度と関係しない普遍性
 - カオスのオンセット
 - 非線形現象の普遍性

創発性 “More is different.”

基本法則がわかっているにもかかわらず、それから容易に演繹・予想できない現象が自然界でおきている。

実験・観測によりはじめて認識された“予想外の現象”は、基本法則から説明はできるが、基本法則から予想されたわけではない。

一旦認識されれば説明はできるが、言われるまで存在を知らなかった。

物性分野で顕著（基本法則はSchrödinger 方程式）

超伝導、高温超伝導、量子ホール効果、いろいろな新物質、
生命（タンパク質、DNA、+・・・）、…

素粒子分野ではあまり意識されてこなかった

（構造の理解と基本法則の解明が平行して発展してきた。）

くりこみ、対称性の自発的破れ、クォークの閉じ込め、

創発性：

チェックは簡単だが、見つけるのは難しい。（例）大きな数の約数

素粒子論

究極の理論に向けて

理論物理学の進歩の概観 (20世紀)

従来の理論の限界・矛盾 ⇒ 新しい原理による統一的記述
それまで無関係と思っていたものの間に統一的な性質が見つかる。
⇒ 理論の形が絞られ、より具体化する。

ニュートン力学と電磁気学の矛盾 1905頃	⇒ 特殊相対性理論 時間と空間、電場と磁場の統一
重力と特殊相対論 ～1915頃	⇒ 一般相対性理論 時空と場の統一
原子の安定性、輻射場の自由度 1900頃～1925頃	⇒ 量子力学 粒子と場の統一
相対論と量子論 紫外発散の問題 1935頃～1980頃	⇒ ゲージ理論、くりこみ理論 重力以外の相互作用が ゲージ理論で統一 標準模型
重力の紫外発散 1985頃～	⇒ 弦理論 すべての場の統一

理論の具体化

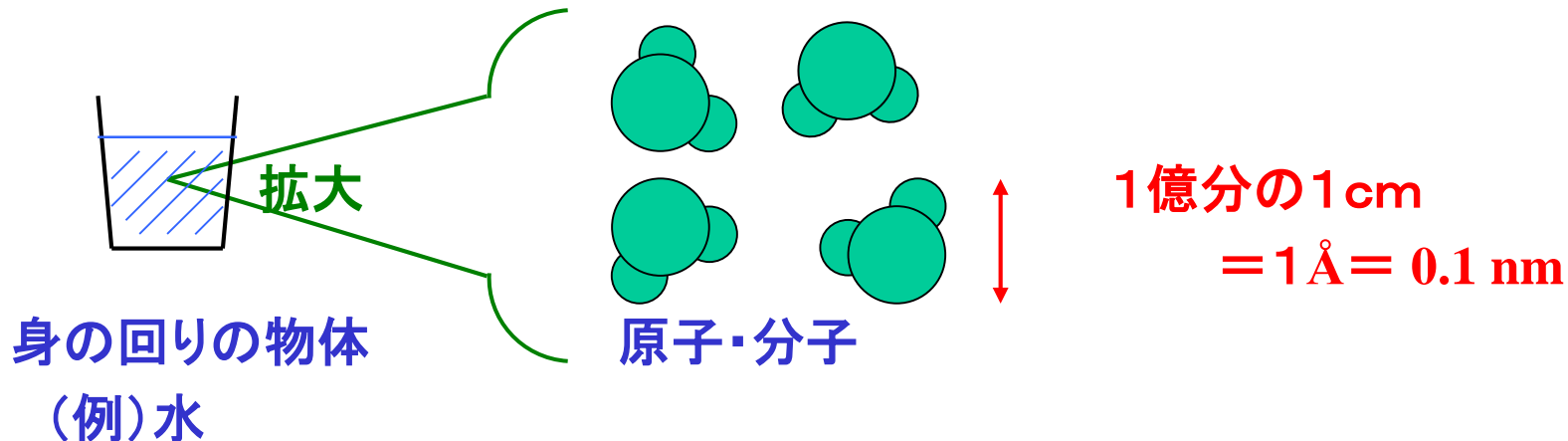
唯一の理論

あと少しと思われるが、長らく停滞。

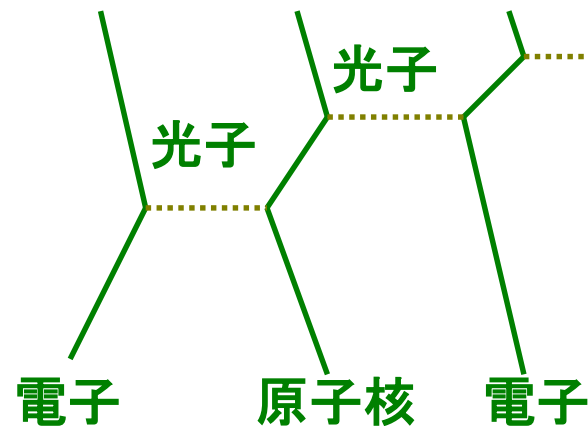
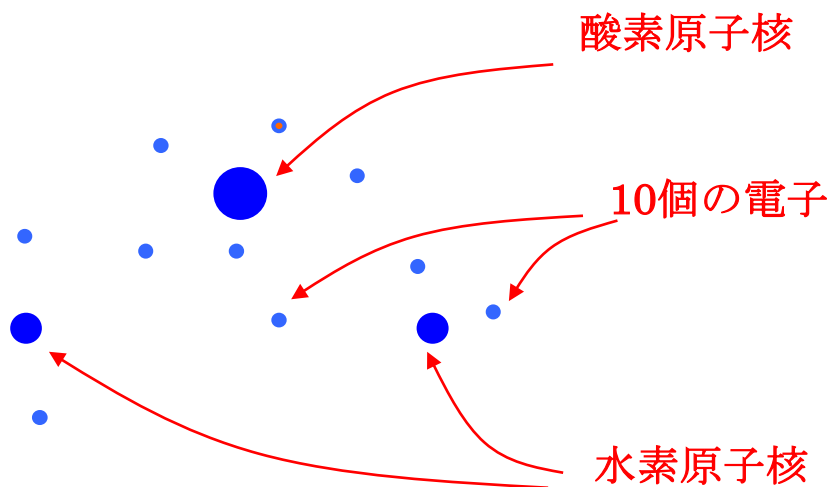
中間子論から標準模型まで

基本的な粒子と相互作用

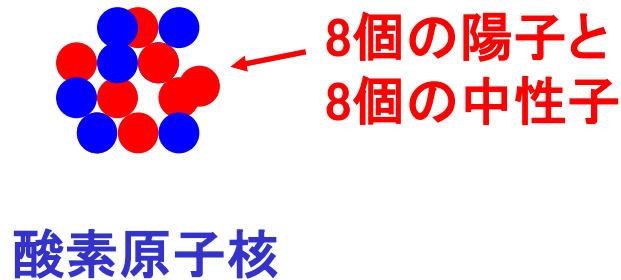
物質のより基本的な構成単位とその相互作用を調べる。



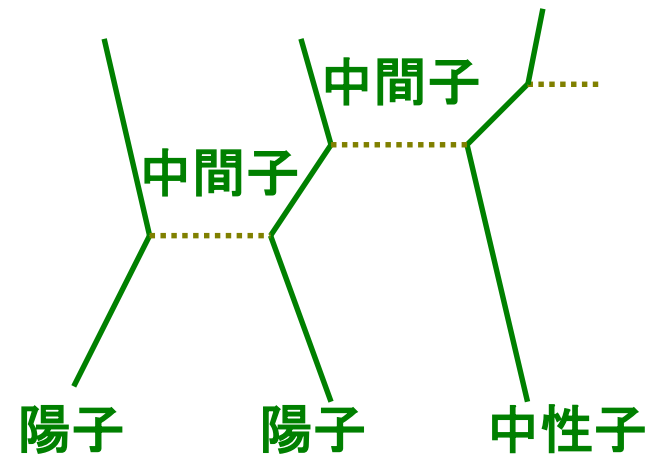
原子・分子 = 原子核 + 電子
電気力



原子核を拡大してみる



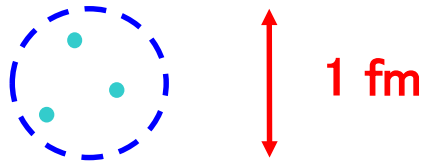
原子核 = 陽子 + 中性子
核力



(湯川中間子論 1935)

陽子, 中性子, 中間子などをまとめてハドロンという。

ハドロンを拡大してみる



陽子

2個のu-クォーク
1個のd-クォーク



中性子

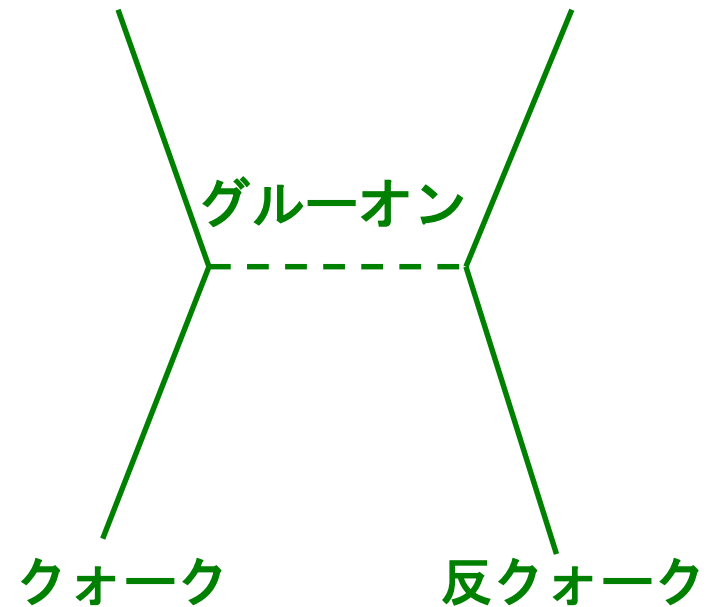
2個のd-クォーク
1個のu-クォーク



中間子

クォークと
反クォーク

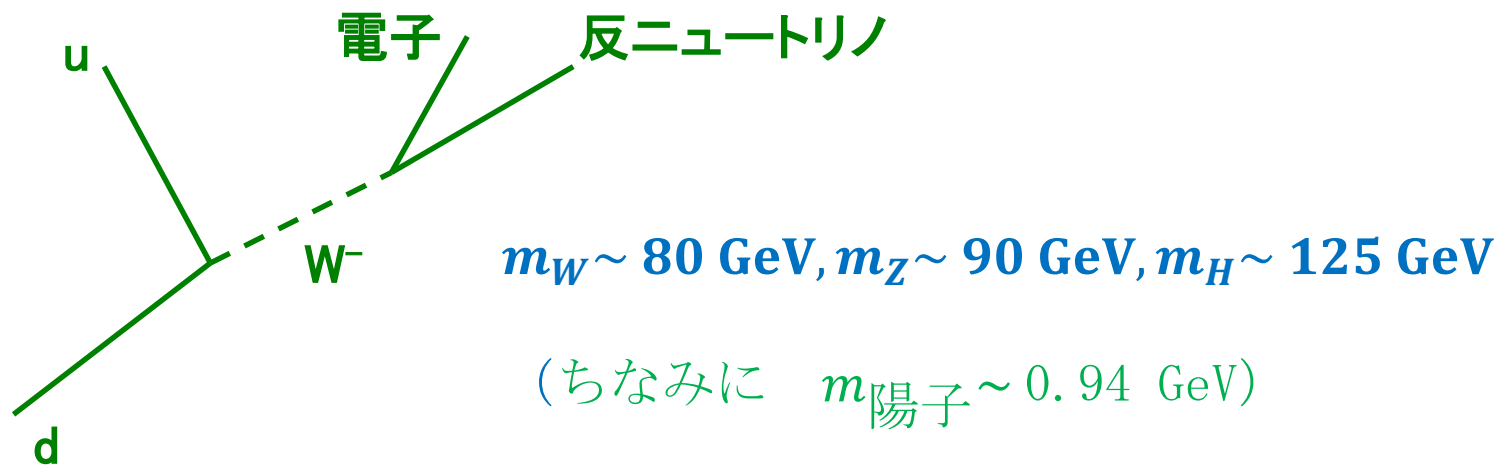
ハドロン = クォークや反クォークが
強い相互作用で
くっついたもの



電磁気、強い相互作用のほかに弱い相互作用がある。

弱い相互作用の例 β 崩壊

中性子 \rightarrow 陽子 + 電子 + 反ニュートリノ



弱い相互作用 = ウィークボソンやヒグス粒子の関与する相互作用

エネルギーが 100 GeV を越えると、弱い相互作用は弱くない。

現在、1 fm の 2000分の1 くらいまで細かく見えるが、
電子、クォーク、光子、グルーオン、ウィークボソン、ヒグス粒子
の拡がりは見えないくらい点状。

(ちなみに $hc = 2\pi\hbar c \sim 1 \text{ GeV} \cdot \text{fm} \Rightarrow 1 \text{ GeV}$ のコンプトン波長は $\sim 1 \text{ fm}$)

基本的な粒子と相互作用（まとめ）

基本的な粒子（3世代）

レプトン: 電子
電子ニュートリノ

クォーク: d-クォーク
u-クォーク

↑
第1世代

ミュー粒子
ミューニュートリノ

s-クォーク
c-クォーク

↑
第2世代

タウ粒子
タウニュートリノ

b-クォーク
t-クォーク

↑
第3世代

基本的な相互作用（4つの力）

電磁場 光子

弱い相互作用 Wボソン, Zボソン
ヒグス粒子

強い相互作用 グルーオン

重力 重力子

} 弱電磁相互作用

場の量子論

場の量子論とは

素粒子は場の量子論で記述できる。 (湯川以来の哲学)

場の量子論の枠組み

1. 場の作用を与える。
2. 作用から場の交換関係とハミルトニアンが決まり、一般の量子力学の枠組みで記述できる。

c. f. 場の古典論

1. 場の作用を与える。
2. 最少作用の原理によって、場の運動方程式が得られる。

場の基底状態 \Leftrightarrow 真空

基底状態からの励起 \Leftrightarrow 粒子 (基本粒子および複合粒子)

基底状態が、古典論的なエネルギー最小状態に近い場合は、
以下のように扱える。（場の摂動論）

場のエネルギーが最小の状態を $\phi(x) = \phi_0(x)$ とする。

作用をそのまわりで展開：

$$\phi(x) = \phi_0(x) + \tilde{\phi}(x)$$

$$S[\phi] = S[\phi_0] + S_{2\text{次}}[\tilde{\phi}(x)] + S_{\text{高次}}[\tilde{\phi}(x)]$$

$\tilde{\phi}(x)$ は $\phi_0(x)$ のまわりの振動、すなわち、波を表す。

量子化すると、波のエネルギーは

（振動数） \times プランク定数

の整数倍のとびとびの値しか取れなくなる。

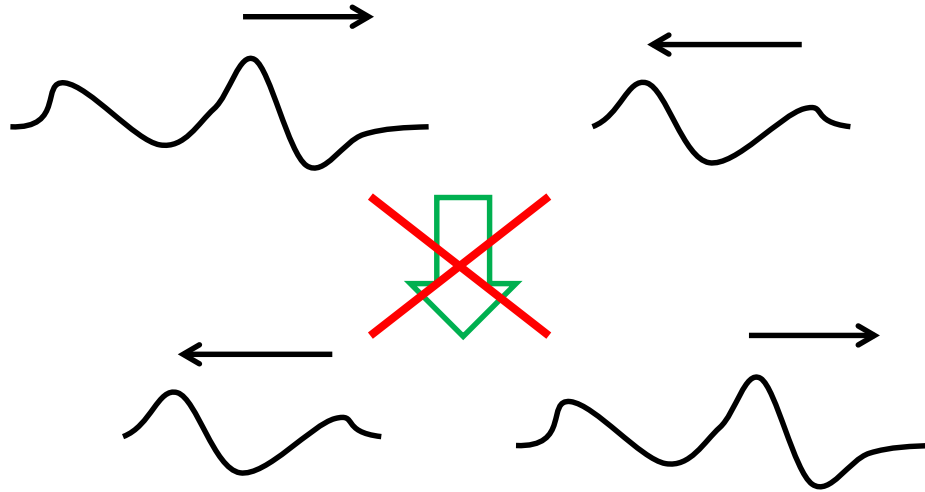
⇒ 量子化された波は粒子のようにふるまう。

電磁場では 光子

物性での典型的な例 フォノン

場の揺らぎについて3次以上の部分 $S_{\text{高次}}[\tilde{\phi}(x)]$

⇒ 運動方程式で見ると、場について2次以上の項
波の非線形効果を表す。



波の散乱 ⇒ 粒子の散乱 = 粒子間の相互作用
量子化

$S_{2\text{次}}[\tilde{\phi}(x)]$ は粒子の伝播をあらわし、

$S_{\text{高次}}[\tilde{\phi}(x)]$ は粒子間の相互作用をあらわす。

場の量子論の転回点

- 1930年頃 場の量子論 パウリ、ワイスコップ、ディラック…
- 1934年頃 4体フェルミ理論 フェルミ
- 1935年頃 中間子論 湯川

一般的枠組み

- 1950年頃 くりこみ 朝永、ファインマン、シュウィンガー
- 1954年頃 ゲージ場 ヤン、ミルズ、内山、…
- 1961年頃 対称性の自発的破れ 南部

弱電磁相互作用

- 1964年頃 ヒグス機構 ヒグス
- 1967年頃 電弱理論 グラシヨウ、ワインバーグ、サラム
- 1971年頃 ゲージ場のくりこみ トーフフト、ベルトマン
- 1973年頃 CP対称性の破れ 小林、益川

強い相互作用

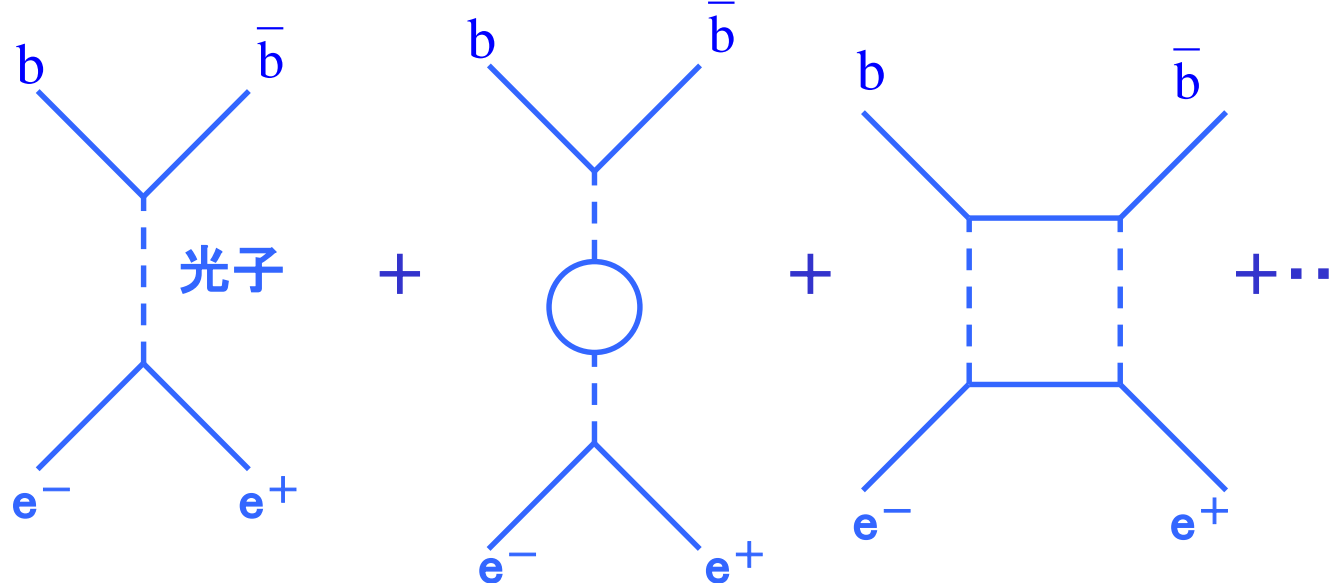
- 1973年頃 漸近自由性 トーフフト、ポリッツァー、グロス、ウィルチェック…
- 1974年頃 格子ゲージ理論 ウィルソン
- 1979年頃 格子ゲージ理論の数値計算 クロイツ

くりこみ

古典力学 粒子は各時刻で確定した位置をもつように運動する。

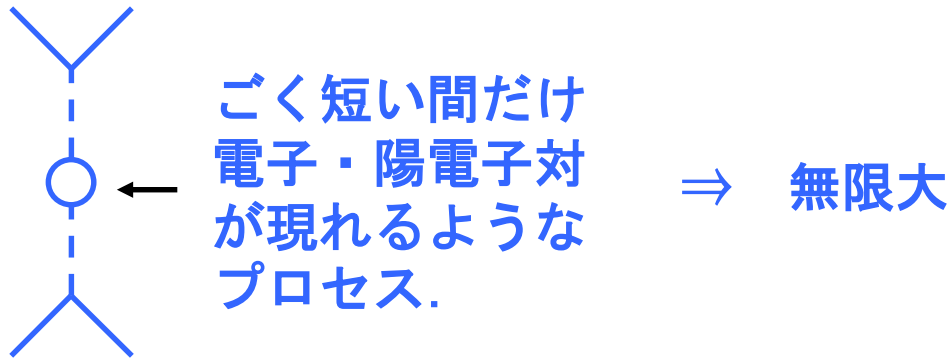
量子力学 ある始状態からある終状態へ遷移する確率振幅
=各粒子のすべての仮想的な運動についての確率振幅の和
(確率振幅とは複素数で、その絶対値の2乗が確率を表す。)

(例) 電子+陽電子 \rightarrow b-クォーク+反 b-クォーク



紫外発散

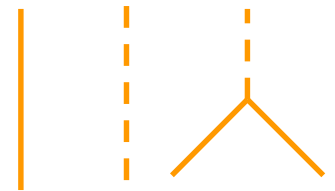
途中に現れる仮想的な運動についての和を素朴にとると、結果が無限大になってしまう（途中に現れる仮想的な状態＝中間状態）



しかしこれは光子の伝播

に対する補正であり、補正後のものが有限となるように、もとの理論を調節できる。

このように、物理的な確率振幅が有限になるように、素過程のパラメーターを調節することをくりこみという。



素過程

ゲージ理論はくりこみができて、実験と非常によく一致する結果が得られる。

(例) 電子の磁気能率 $g_{\text{理論}}/2 = 1.001159652411(166)$

$g_{\text{実験}}/2 = 1.001159652209(31)$

重力はくりこみ不可能 ⇒ 局所場(点粒子)では記述できない。

ゲージ場

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad \text{電場と磁場}$$

電磁場の4元ポテンシャル A_μ とは何なのか？

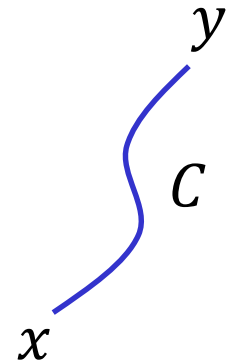
答：複素場の位相変換に対する接続

$\phi(x)$ を複素数値の場とする。

局所位相変換：

$$\phi(x) \mapsto \phi'(x) = e^{i\theta(x)} \phi(x)$$

$$A_\mu(x) \mapsto A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \theta(x)$$



$\phi(x)$ を時空曲線 C にそって x から y まで “平行移動” したものの

$$\exp(i \int_C A_\mu dx^\mu) \phi(x)$$

は、 $\phi(y)$ と同じように変換する。

$$\because \int_C A_\mu dx^\mu \mapsto \int_C A_\mu dx^\mu + \theta(y) - \theta(x)$$

位相変換 $e^{i\theta}$ は 1 行 1 列のユニタリ変換 $U(1)$ 群

$U(1)$ のかわりに一般のリー群でよい。ゲージ場は $A_\mu^a(x)$ 。

特に、行列式が 1 の N 次元ユニタリ変換 $\Rightarrow SU(N)$ ゲージ理論

標準模型は $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

$SU(3)$ ゲージ場 \Rightarrow 強い力を媒介

クォークはカラーをもつ。レプトンはもたない。

$SU(2) \times U(1)$ ゲージ場 \Rightarrow 弱い力と電磁力を媒介

対称性の自発的破れ

場の理論のような無限自由度系では、基底状態が理論のもつ対称性を破っていることがある。

つまり、真空が自発的に対称性を破っていることがある。

(例) 磁石 イジング模型 Z_2 対称性 $\sigma_i \rightarrow -\sigma_i$

$$E = -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j, \sigma_i = \pm 1$$

連続な対称性が自発的に破れると、音響フォノンのような素励起が生じる。

真空が連続な対称性を自発的に破ると、質量がゼロのボソンが生じる。 (南部・ゴールドストーンボソン)

(例) 磁石 $E = -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \cdot \sigma_j$, σ_i = 単位球面上のベクトル
 $SO(3)$ 対称性 $\sigma_i \rightarrow M\sigma_i$ が破れるとマグノンが現れる。

ヒグス機構

ゲージ対称性が自発的に破れると、NGボソンがゲージ場と合体して質量のあるベクトル場が生じる。

ゲージ対称性は連続な対称性。

自発的対称性の破れ \Rightarrow NGボソン

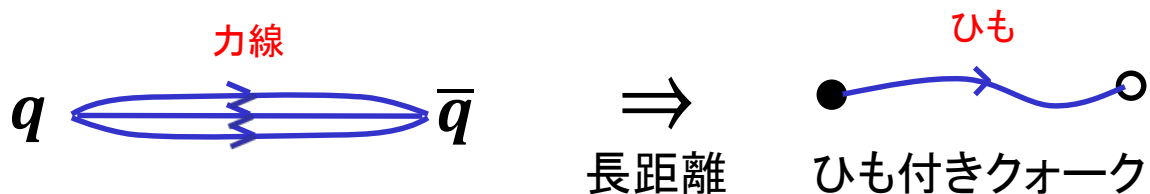
NGボソンは“電荷”をもつ（ゲージ場と結合する）。

NGボソン+ゲージ場 \Rightarrow 質量のあるベクトル場
(自由電子+電磁場 \Rightarrow プラズモンと類似)

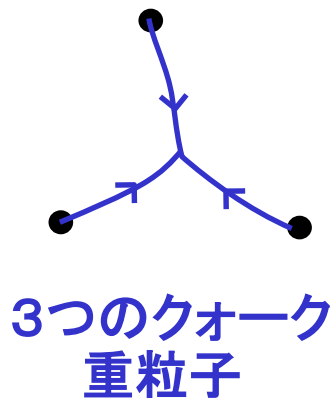
ハドロン (現在のイメージ)

クォークと反クォークたちが SU(3) ゲージ場によって結びついたもの。

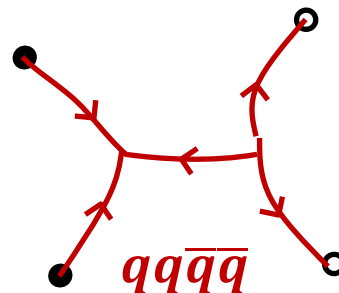
SU(N) の力線は、第2種超伝導体中の磁場のようにつまみ絞られる。



SU(3) の力線は3つ集まって消滅できる。



ほとんどのエキゾチックハドロンは不安定



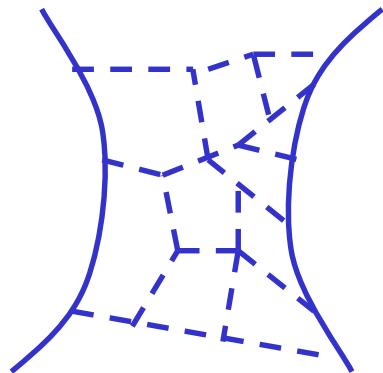
強い相互作用・ハドロンの理解は1960年頃から一時期、悲観論が蔓延。
場の理論自身に対する不信感も。⇒ S行列一元論、Regge 理論, 弦理論、

しかし、量子色力学(SU(3)ゲージ理論) で完全に理解された。

クォーク・反クォーク間の力

1fm 程度以下の近距離では結合は弱い。漸近自由性、摂動論OK。

1fm 程度以上の遠距離では結合が強くなる ⇒



中間状態に非常に多くのグルーオンが現れる。

⇒いくら距離が離れていても、力線は広がらず、
クォーク間の力は一定

クォークの閉じ込め



非摂動効果=無限個のものが中間状態に現れる効果、無限多体効果。

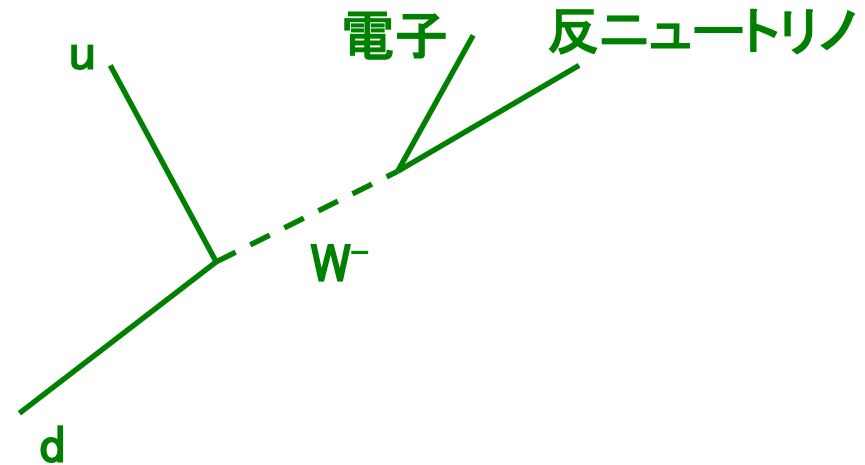
格子ゲージ理論によって、非摂動効果も含めて記述できる。
数値計算でハドロンの質量を1パーセント程度の誤差で計算可。

弱電磁相互作用 = $SU(2) \times U(1)$ ゲージ場 + クォーク・レプトン場

現象論的な4体フェルミ理論は
くりこみ不可能

中間状態に重いベクトル粒子が現れるとすると紫外発散は改善されるが
まだ、くりこみ不可能

重いベクトル粒子が、ヒグス機構で質量をもつようになったゲージ場とするとくりこみ可能



くりこみ可能かつユニタリな質量のあるベクトル場は、ゲージ場がヒグス機構により質量を獲得したもののみ。

自発的に対称性が $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$ のように破れるとすると、現実をうまく再現している。

標準模型の作用

標準模型の作用は次の仮定から得られる：

基本粒子ごとに場
力はゲージ場
重力はあとまわし

ゲージ理論の作用の形は次のインプットをあたえると

1. ゲージ群

標準模型では $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

2. ゲージ場に加えてどのような場があるか

標準模型では3世代のクォーク場・レプトン場と1つのヒグス場

簡単な原理で決まってしまう

i) ローレンツ不変性

ii) ゲージ不変性

iii) くりこみ可能性

これらを満たす範囲ですべての可能な項を書いたのが標準模型の作用

標準模型の場 :

ゲージ場 $A_\mu^a(x), B_\mu^b(x), C_\mu(x)$ (4元ポテンシャル)

クォーク・レプトン場

$q_{L\alpha,j,k}^i(x), u_{R\alpha,k}^i(x), d_{R\alpha,k}^i(x)$

$l_{L\alpha,j}^i(x), \nu_{R\alpha}^i(x), e_{R\alpha}^i(x)$

ヒグス場 $\phi_j(x)$

標準模型の作用：

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L} \quad \mathcal{L} : \text{ラグランジアン密度}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + \bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi \\ & + (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) - m^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 \\ & + y \bar{\psi} \psi \phi + \text{c. c.} \\ & + M \psi \psi + \text{c. c.} \end{aligned}$$

$F_{\mu\nu}$: ゲージ場の強さ (電磁場でいうと \mathbf{E} と \mathbf{B})

ψ : クォークの場とレプトンの場

y : 湯川結合

M : マヨラナ質量

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{ゲージ場}} + \mathcal{L}_{\text{クォーク場}} + \mathcal{L}_{\text{レプトン場}} + \mathcal{L}_{\text{ヒグス場}} + \mathcal{L}_{\text{湯川結合}} + \mathcal{L}_{\text{マヨラナ質量}}$$

$$\mathcal{L}_{\text{ゲージ場}} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L}_{\text{クォーク場}} = \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{q}_L^i \not{D} q_L^i + \bar{u}_R^i \not{D} u_R^i + \bar{d}_R^i \not{D} d_R^i \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{レプトン場}} = \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{l}_L^i \not{D} l_L^i + \bar{\nu}_R^i \not{D} \nu_R^i + \bar{e}_R^i \not{D} e_R^i \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{ヒグス場}} = \left(D^\mu \phi \right)^\dagger \left(D_\mu \phi \right) - \lambda \left(\phi^\dagger \phi - V^2 \right)^2$$

$$\mathcal{L}_{\text{湯川結合}} = -\sum_{i,i'=1}^3 \lambda^u_{i,i'} \bar{u}_R^i \left(\phi^\dagger q_L^{i'} \right) - \sum_{i,i'=1}^3 \lambda^d_{i,i'} \bar{d}_R^i \left(\tilde{\phi}^\dagger q_L^{i'} \right) + c.c.$$

$$- \sum_{i,i'=1}^3 \lambda^{\nu}_{i,i'} \bar{\nu}_R^i \left(\phi^\dagger l_L^{i'} \right) - \sum_{i,i'=1}^3 \lambda^e_{i,i'} \bar{e}_R^i \left(\tilde{\phi}^\dagger l_L^{i'} \right) + c.c.$$

$$\mathcal{L}_{\text{マヨラナ質量}} = -\sum_{i,i'=1}^3 \mu_{i,i'} \overline{\nu_R^i} \nu_R^{i'} + c.c.$$

標準模型は正しいか？

作用 S は基本粒子の伝播のしかたと、相互作用を与えている。

1. 実験データから標準模型のパラメーターを決定できる。
2. 標準模型のパラメーターをどうとってても説明できない現象があれば、標準模型を変更しなければならない。

LHC の結果

1. Higgs 粒子が見つかった。 質量=125 GeV.
2. 2000 GeV 以下の質量には標準模型以外の粒子はない。
特に、超対称性の兆候はない。
3. 標準模型の作用からのずれは見つかっていない。

まだわかっていないこと

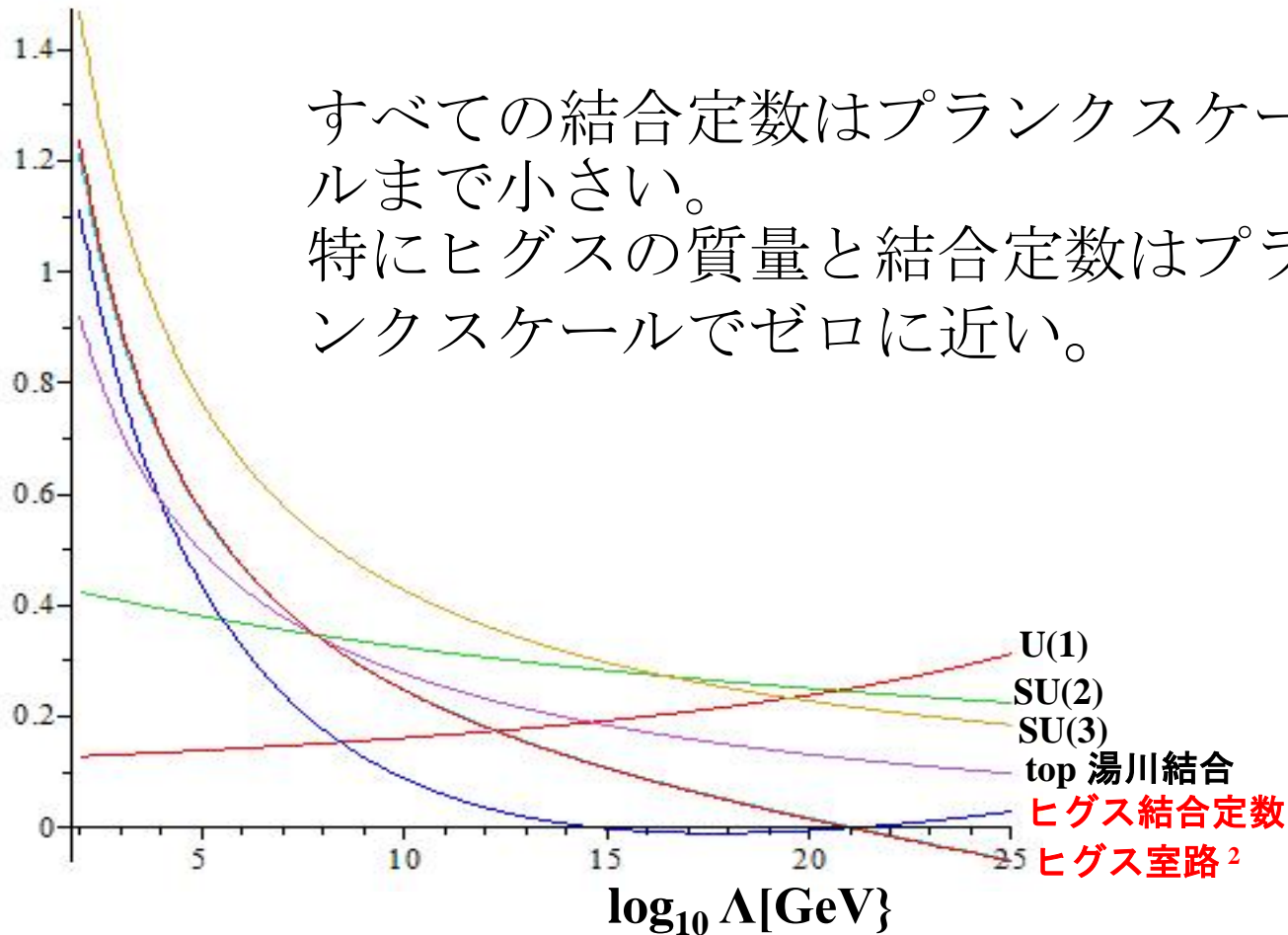
1. レプトンの湯川結合・マヨラナ質量の測定
← ニュートリノ振動、2重ベータ崩壊など
 2. 湯川結合に規則性はあるか。
背後の理論が見えるか。 “フレーバー物理”
 3. どのくらいのエネルギースケールまで標準模型は正しいか？ プランクスケールまで正しいか？
 4. ダークマターは？
いくらでも可能性ある。今のところ、手掛かりなし。
 5. 宇宙項は説明できるか？
 6. 宇宙初期のインフレーションの起源。
インフレーションはヒグス粒子で起こせるか？
- ⇒ 標準模型がプランクスケールまでよいとすると、
弦理論の真空を決定する手がかりをあたえている。

標準模型の物理と弦理論がともに発展する可能性がある。

くりこみ群による解析

Hamada, Oda, HK '13

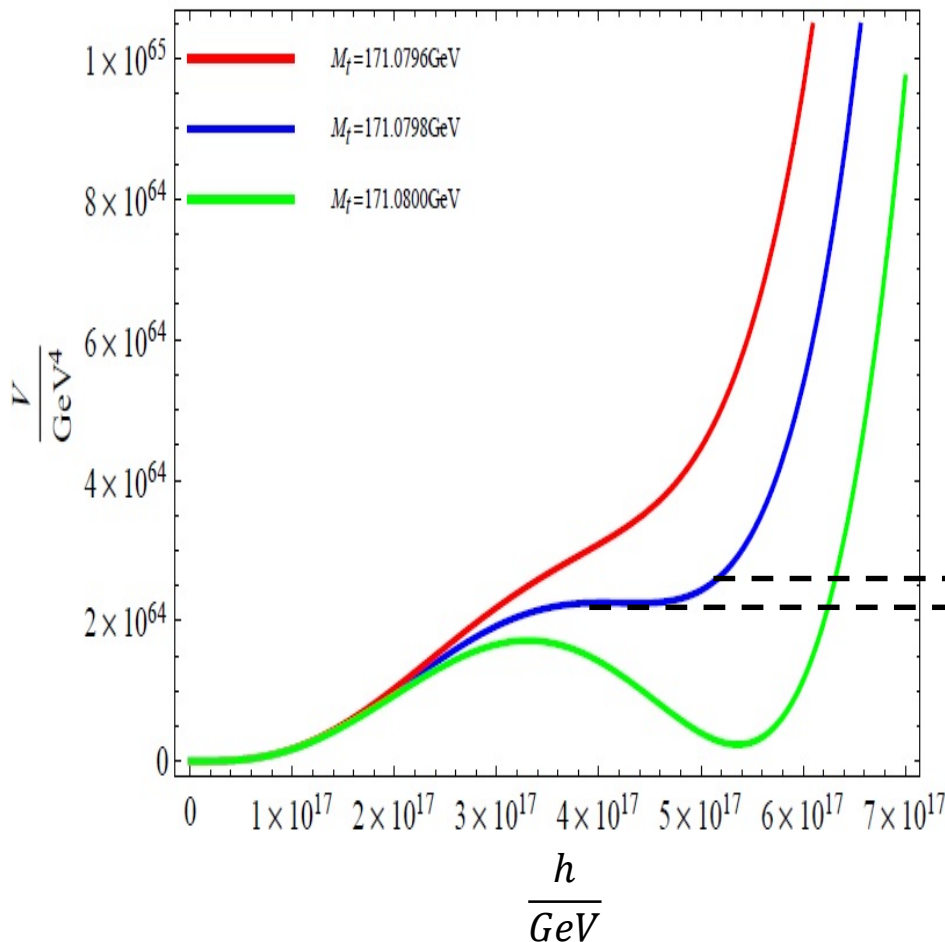
すべての結合定数はプランクスケールまで小さい。
特にヒグスの質量と結合定数はプランクスケールでゼロに近い。



ヒグスインフレーション

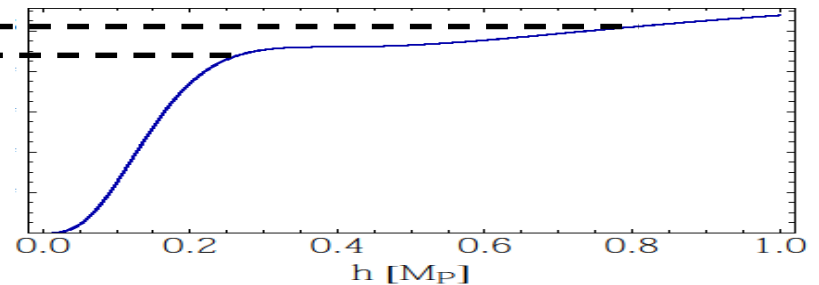
Hamada, Oda, Park and HK '14
Bezrukov, Shaposhnikov

トップクォーク質量を誤差の範囲内で選び、重力場とヒグス場の結合 $\xi R h^2$ ($\xi \sim 10$) を仮定すると、矛盾のないインフレーションモデルを作ることができる。

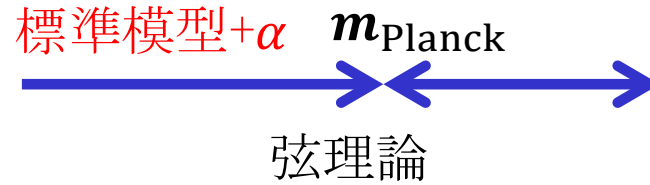


有効ポテンシャル

$$V(\varphi_h), \quad \varphi_h = \frac{h}{\sqrt{1 + \xi h^2 / M_P^2}}$$



背後に弦理論があって、特に複雑なプロセスを経ることなく、プランクスケール以下での有効理論としての標準模型につながっている可能性。

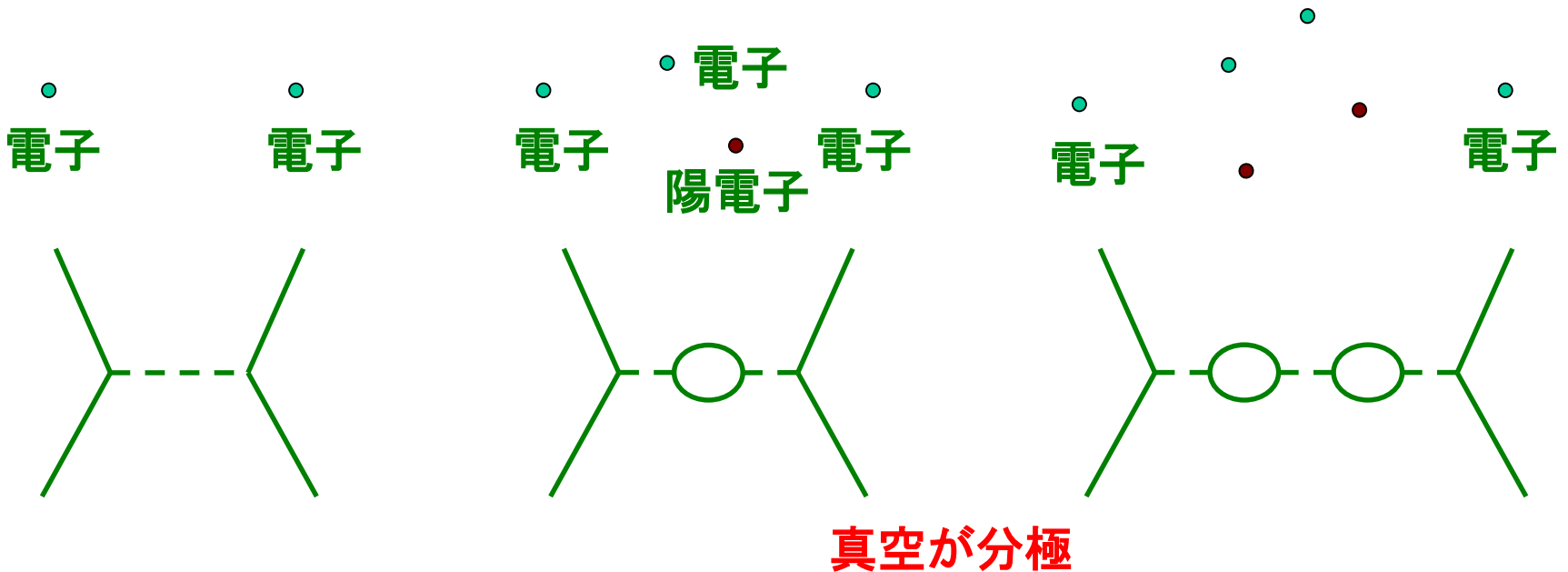


重力のくりこみ不可能性

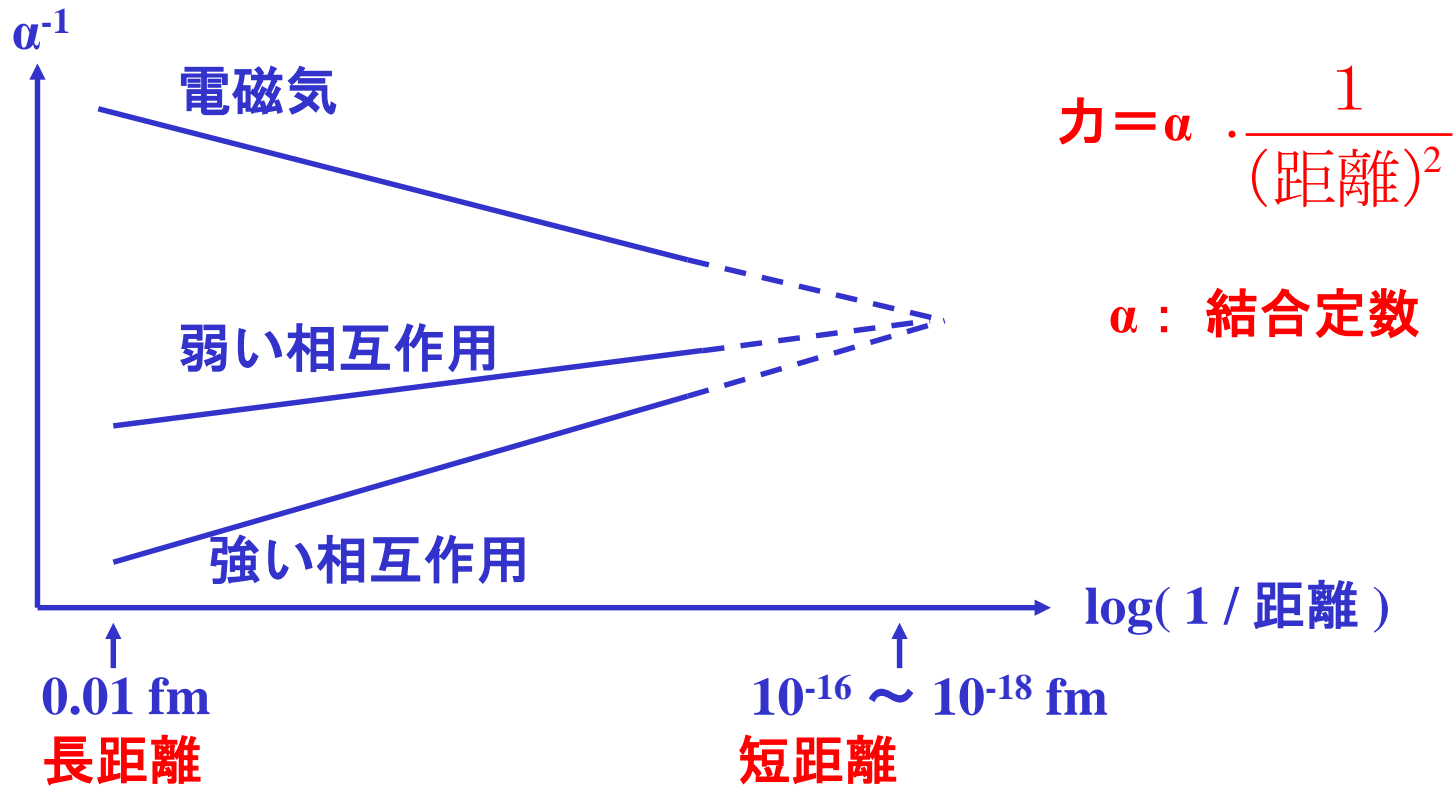
相互作用の統一

4つの力のうち、重力以外のものは非常に似ており、ゲージ理論で記述される。しかも、それらは $10^{-16} \sim 10^{-18}$ fm 程度で統一されているように見える。

相互作用の強さ 例として電気力を考える

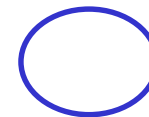


我々が観測しているのは、真空が分極するという効果を含んだ後の力である。そのような効果を含まない、生の力を見たければ、2つの電子の間の距離をどんどん小さくしてやればよい。（これは計算できる。）



$10^{-16} \sim 10^{-18}$ fm の間で3つの力は統一されると思われる。

もっと短距離にいくとどうなるか？ ⇒ 弦理論





粒子に見えていたものは実は、

大きさが $10^{-16} \sim 10^{-18}$ fm の
輪ゴムのようなもの

重力と他の3つの力の比較

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \sim \frac{1}{137}$$

$q_1 = -e$	$q_2 = -e$	電荷	電気力	$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \alpha \hbar c \frac{1}{r^2}$
				
E_1	E_2	エネルギー	重力	$= G \frac{\frac{E_1}{c^2} \cdot \frac{E_2}{c^2}}{r^2}$

$\frac{G}{\hbar c} = \frac{1}{8\pi m_p^2}$ とすると、 $m_p \sim 10^{18} \text{ GeV}/c^2$. プランク質量という。

m_p に対するコンプトン波長、 $l_p = \frac{2\pi\hbar}{m_p c} \sim 10^{-18} \text{ fm}$ をプランク長さという。

$$\frac{\text{重力}}{\text{電気力}} = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{8\pi m_p^2} \frac{E_1 E_2}{c^2 c^2} \sim \frac{1}{m_p^2} \frac{E_1 E_2}{c^2 c^2}$$

エネルギー小さいうちは、重力は小さい。
プランクエネルギーでは4つの力は同程度の強さ。
プランク長さくらいの大さのものが背後にあるのか。

標準模型 + 重力の理論は？

素朴には、次のような作用を考えればよいように見える。

登場する場： 計量場 $g_{\mu\nu}(x)$ + 標準模型の場

作用： $S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}$, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{GR} + \mathcal{L}_{SM}$,

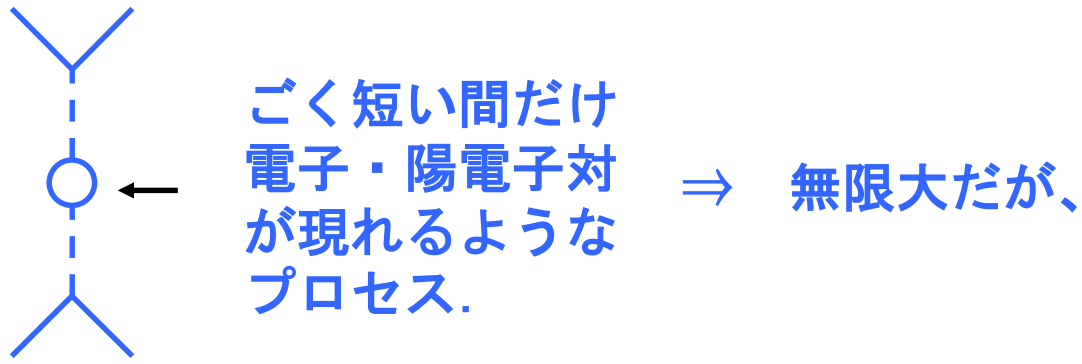
$$\mathcal{L}_{GR} = -\frac{m_P^2}{2} R, \quad \leftarrow \begin{array}{l} R : \text{スカラー曲率} \\ m_P : \text{プランク質量, } m_P^2 = \frac{1}{8\pi G} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{4} g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho} F_{\mu\lambda} F_{\nu\rho} \\ & + e_a^\mu \bar{\psi} \gamma^a D_\mu \psi \\ & + g^{\mu\nu} (D_\mu \phi)^* (D_\nu \phi) - m_H^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 \\ & + y \bar{\psi} \psi \phi + \text{c. c.} \\ & + M \psi \psi + \text{c. c.} \end{aligned}$$

重力の紫外発散はくりこみ不可能

一般に、中間状態から確率振幅は無限大になってしまう。

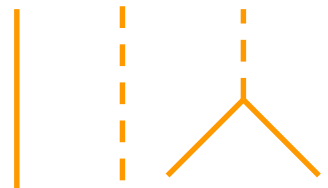
ゲージ場の場合は、



これは光子の伝播

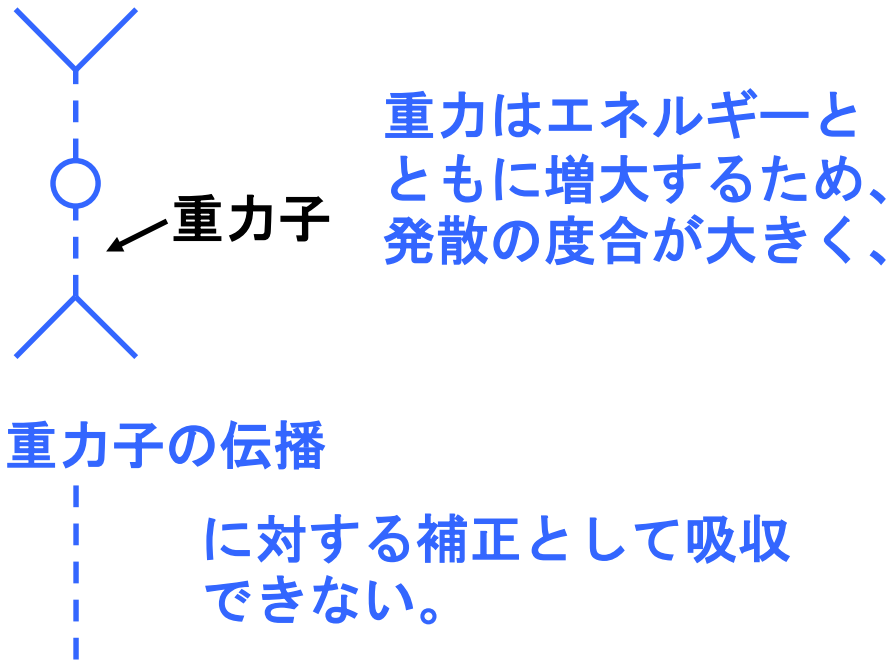
に対する補正とみなせ、

足した後の物理的な確率振幅が有限になるように、素過程のパラメータを調節できた。 (くりこみ)



素過程

しかし、重力はくりこみ不可能。



$\Rightarrow S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}, \mathcal{L} = \mathcal{L}_{GR} + \mathcal{L}_{SM}$ は量子論として無意味

重力は点粒子（局所場）では記述できない。

\Rightarrow 点ではなく拡がりのあるものが必要

紫外発散の問題の歴史

1930年ころ 場の理論 (相対論的な点粒子の量子論)

1935年 湯川 中間子論 素粒子は場の理論で記述すべきもの

当初から、発散の問題は重要

湯川 点粒子を考えること自体に問題がある。

⇒ 基本的に広がったもの (非局所場)

朝永 くりこみ理論

重力以外の場の理論は矛盾なく構成できることがわかった。

1940年代 量子電磁気学がくりこみ理論によって解決

1967年 (~1971年)

弱い相互作用もくりこみ理論で解決 (ゲージ理論 + 対称性の自発的破れ)

1970年代 強い相互作用もくりこみ理論で解決

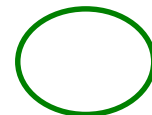
1980年前後 実験的にも標準模型が確立 (重力以外のすべて)

1980年以降の課題 重力と標準模型の統一

重力は本質的に点粒子ではない。

一方、 10^{-18} fm 程度ですべての力は統一されているように見える。

⇒ その程度の拡がりをもつものが基本か? 弦理論



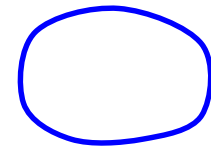
弦理論 (ひも理論)

弦理論とは

基本的なもの 太さのない輪ゴムののようなもの

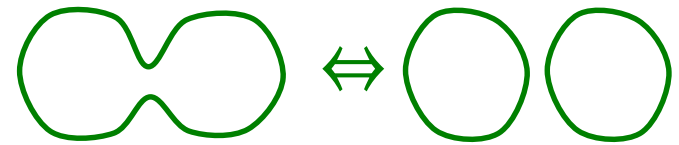
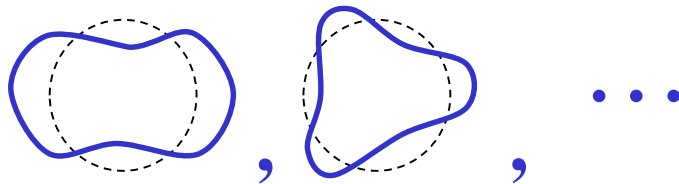
1次元的な広がりを考える。

(2次元以上のものも自動的に含まれる。)



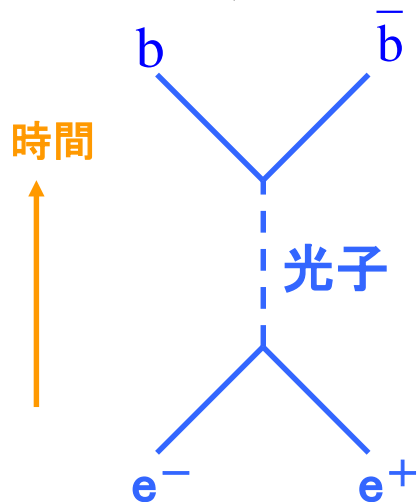
いろいろなし方で振動しながら、

切れたりくっついたりする。



遠くから見ると、異なった種類の粒子に見える。振動のし方 = 粒子の種類

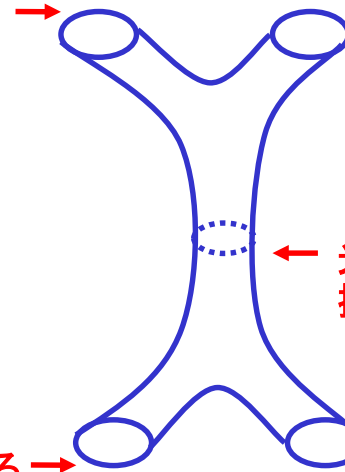
たとえば、



は

bクォークに対応する振動のし方 →

← 反bクォークに対応する振動のし方



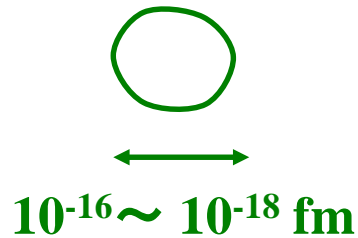
を遠くから見たもの。

← 光子に対応する振動のし方

← 電子に対応する振動のし方

← 陽電子に対応する振動のし方

振動エネルギーが小さなひも = 軽い粒子



クォーク・レプトン

光子・Wボソン・Zボソン・グルーオン

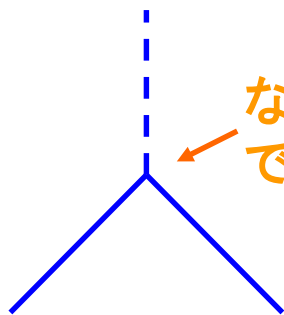
ヒ格斯粒子

重力子

重力子自身もひも \Rightarrow 時空の歪みもひも \Rightarrow 時空 \neq 点の集まり

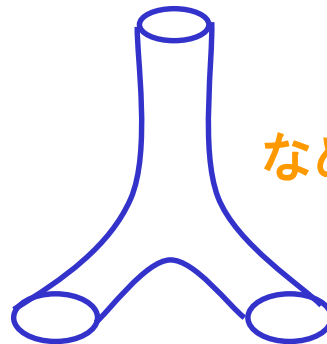
弦理論の特徴

1. 標準模型に現れるすべてのものが、1種類のものの振動のし方の違いとして、統一的に記述できる。
2. 発散の問題はない。



なめらか
ではない

点粒子の相互作用



なめらか \Rightarrow

弦理論では
中間状態に
あまり短い波長の
ものは現れない

ひもの相互作用

克服すべき点

弦理論では、非摂動効果が本質的に重要。

中間状態に無限個のものが現れる効果、無限多体効果。

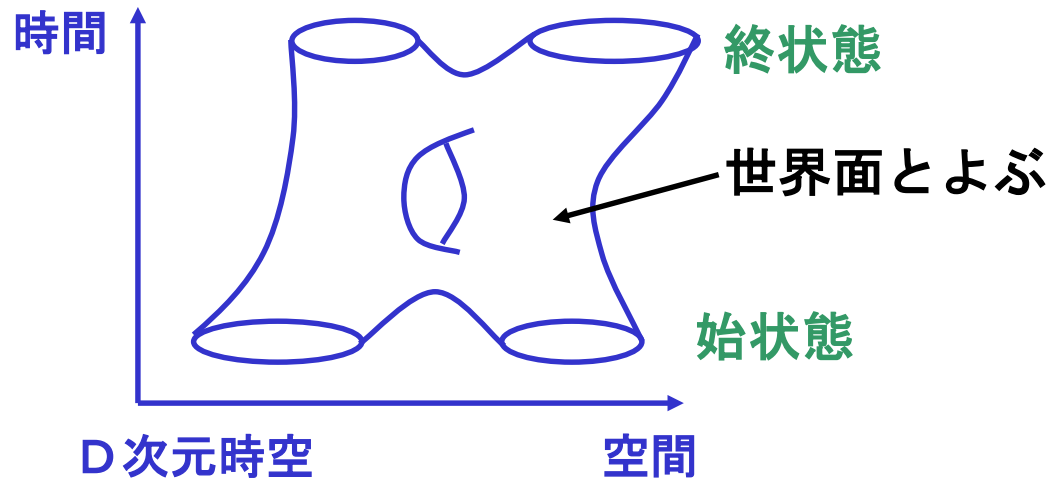
非摂動効果は標準模型でも強い相互作用に対しては重要だが、格子ゲージ理論によって完全に記述できる。

弦理論の場合も、非摂動効果を含む記述が見つければ、時空の次元をはじめ、低エネルギー有効理論であるはずの標準模型のすべての結合定数が計算できる可能性がある。

弦理論の摂動論的な定式化

摂動論的な描像

有限個のひもが振動しながら、切れたりくっついたりしている。

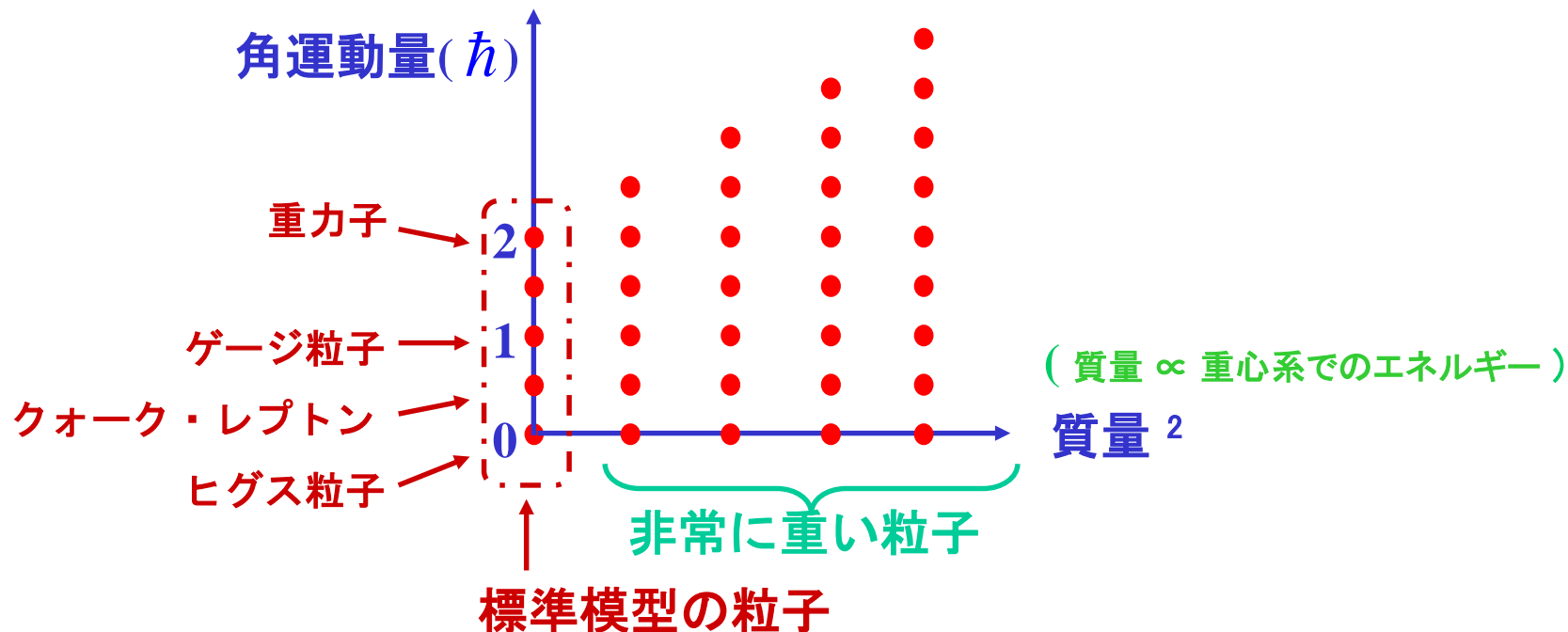
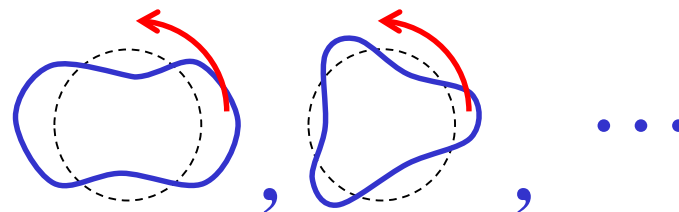


始状態から終状態へ遷移する確率振幅
= 2つの状態をつなぐ仮想的な運動に対する確率振幅 $e^{\frac{i}{\hbar}S}$ の和

$$\frac{S}{\hbar} = \frac{1}{l_p^2} (\text{世界面の面積}) + \boxed{\text{”世界面上の場”}} \leftarrow \text{ひもの内部自由度}$$

内部自由度をうまくとって、世界面が局所スケール変換に対して不変であるようにしたものを**臨界弦**とよぶ。ここで議論しているのは臨界弦。

内部自由度のとり方を決めると、
いろいろな振動のし方がもつ
エネルギーと角運動量がきまる。



内部自由度のとり方のかかわらず、臨界弦は必ず重力子を含み、しかも
発散のない理論になっている。

重力子以外の部分は内部自由度のとり方によってかわる。

実際、内部自由度のとり方をかえることによって、いろいろな時空次元、
ゲージ構造、世代数をもつ、無数のひも理論が構成できる。

これは摂動論の議論、すなわち、ひもの無限多体効果は考えていない。

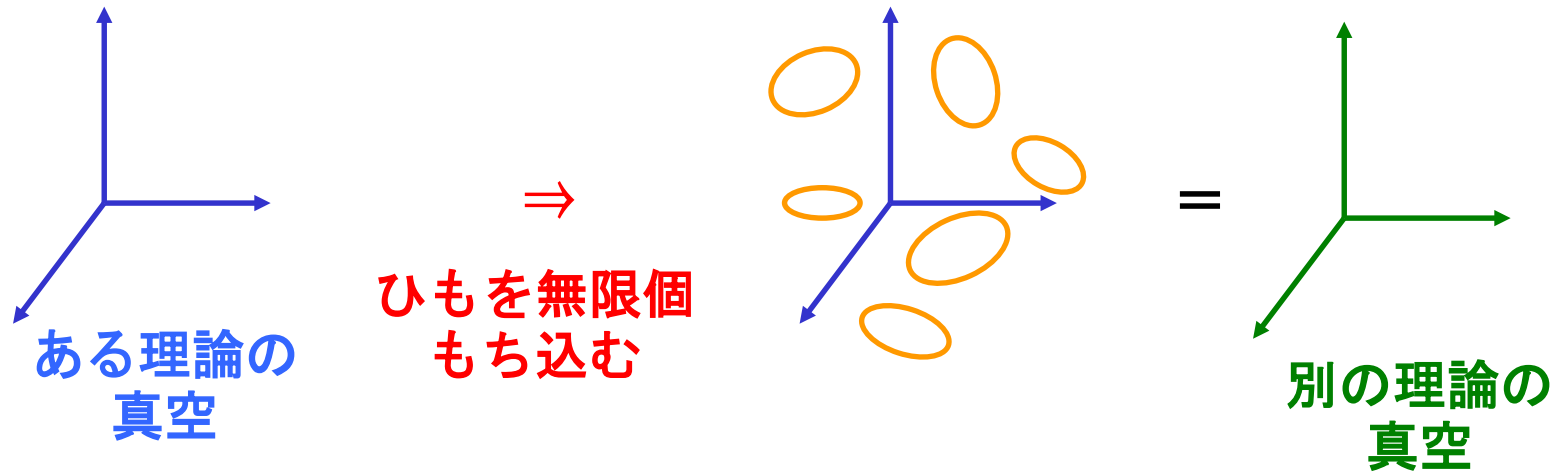
弦理論における非摂動効果

摂動論的には内部自由度のとり方に対応して無数の弦理論がある。

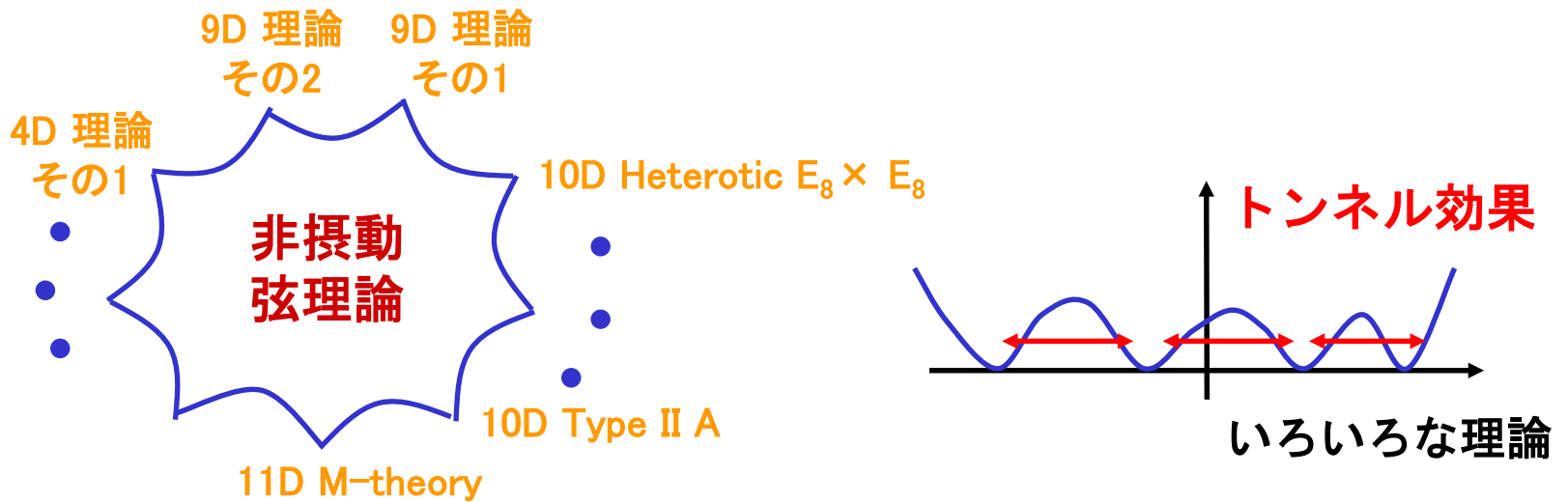
(例) 極端な場合として、内部自由度を最も小さくとる。

⇒ 時空が10次元の5種類の弦理論がある。

これらのうちのひとつの理論の真空(空っぽの状態)に、適当に無限個のひもをもち込むと、別の理論の真空が得られる。 **ひものボース凝縮**



まだ、完全に示されているわけではないが、**摂動論的にえられる無限個の弦理論は、ひとつの理論の異なる基底状態に過ぎない**と考えられる。



それぞれの理論は摂動論的には他の真空へ遷移することではなく、“安定”。

非摂動効果は、遷移をひきおこす。

⇒ 無限個の“真空”の縮退は解けて、唯一の真空が得られる。

弦理論が正しいとすれば、この唯一の真空は我々の標準模型の世界そのもののはず。

これは、非摂動効果をきちんと取り入れることのできる定式化ができたあかつきには、時空の次元をはじめとして、ゲージ群の構造、クォーク・レプトンの質量といった、すべてのものが自由なパラメーターを1つも持たない理論から説明できるということであり、“究極の理論の完成といえる。” ⇒ 行列模型などいくつかの試みがある。

IIB 行列模型

Ishibashi, HK, Kitazawa, Tsuchiya '97

非摂動的定式化の 1 つの可能性

$$S_{\text{IIB}} = -\text{tr} \left([A_\mu, A_\nu]^2 \right) + \text{tr} (\bar{\psi} \gamma^\mu [A_\mu, \psi]).$$

A_μ : 10次元 ベクトル

ψ : 10次元 マヨラナワイルスピノル

各成分は $N \times N$ エルミート行列

$N \rightarrow \infty$ 極限をとる

詳しい説明は

YouTube

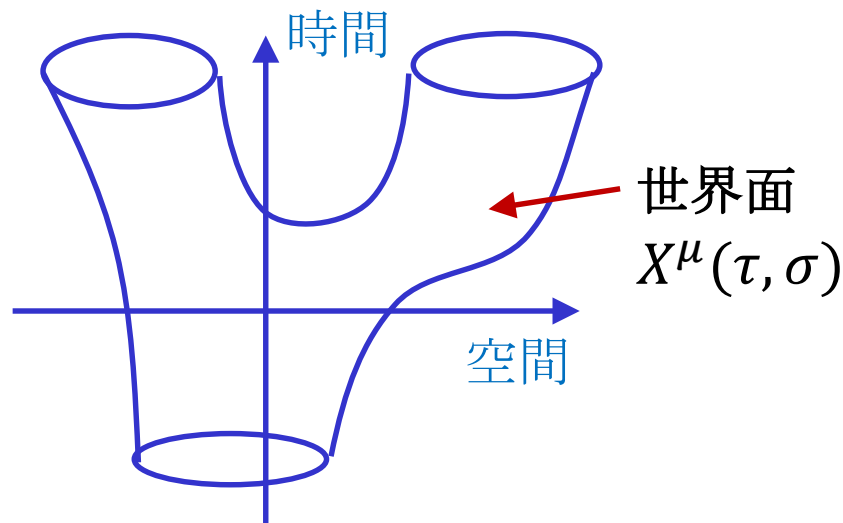
Hikaru Kawai – Emergence of space-time from matrices

Institut des Hautes Études Scientifiques

弦の世界面=相空間

Nambu '77

南部・後藤作用: $S_{\text{NG}} = \rho \int d\tau d\sigma \sqrt{\{X^\mu, X^\nu\}^2}$



$$\{A, B\} = \epsilon^{ab} \partial_a A \partial_b B$$

$$\tau = \xi^0, \sigma = \xi^1, \partial_a = \partial / \partial \xi^a$$

世界面の座標を自由度が 1 の相空間の座標とみなすと、

$$\tau, \sigma \leftrightarrow p, q$$

$\{A, B\}$ はポアソン括弧。

さらに、簡単な計算により、南部・後藤作用はシルト作用と等価であることがわかる：

$$S_{\text{NG}} = \rho \int d\tau d\sigma \sqrt{\{X^\mu, X^\nu\}^2} \leftrightarrow S_S = \int d\tau d\sigma \{X^\mu, X^\nu\}^2.$$

ここで、古典力学と量子力学の対応を思い出す。

古典力学

量子力学

相空間上の実関数 \leftrightarrow 状態空間上のエルミート演算子

ポアッソン括弧

交換子

$\{ \quad , \quad \}$

$\leftrightarrow -i [\quad , \quad]$

相空間上の積分

状態空間上のトレース

$\int d\tau d\sigma$

$\leftrightarrow \text{tr}$

世界面の行列正則化

世界面上の時空座標 X^μ はエルミート行列 A_μ に対応

$$X^\mu \leftrightarrow A_\mu,$$

そうすると、シルト作用は

$$S_S = \int d\tau d\sigma \{X^\mu, X^\nu\}^2 \leftrightarrow S_M = -\text{tr} \left([A_\mu, A_\nu]^2 \right)$$

II B型超弦のシルト作用は

$$S_{\text{IIB}} = \int d\tau d\sigma \left(\{X^\mu, X^\nu\}^2 + i\bar{\psi}\gamma^\mu \{X^\mu, \psi\} \right).$$

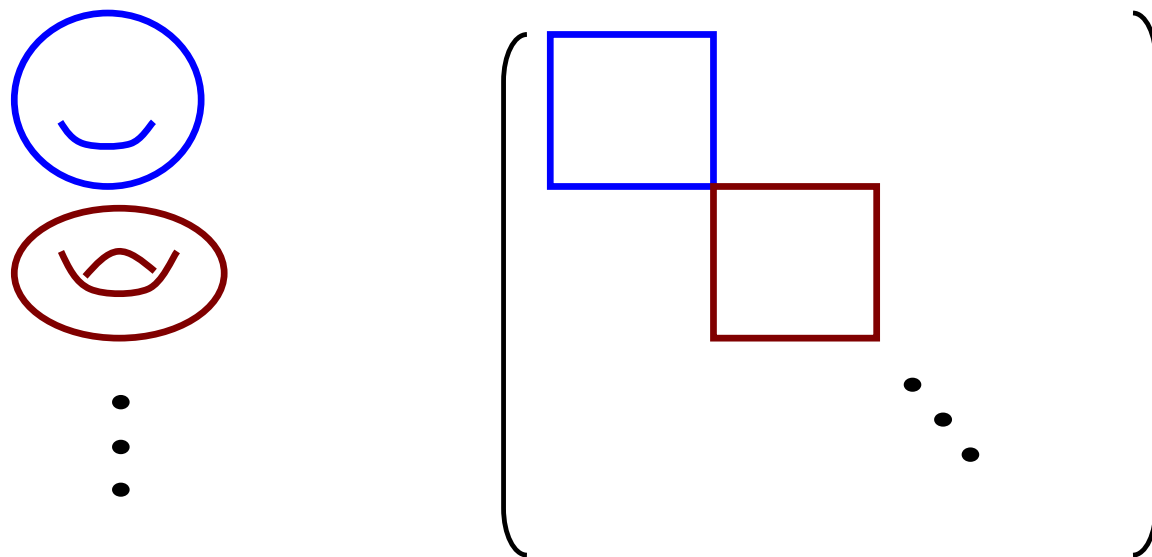
ここで、 $\psi(\tau, \sigma)$ は 10 次元マヨラナワイルスピノル、 $X^\mu(\tau, \sigma)$ は 10 次元時空の座標。

対応する行列模型は

$$S_{\text{IIB}} = -\text{tr} \left([A_\mu, A_\nu]^2 \right) + \text{tr}(\bar{\psi}\gamma^\mu [A_\mu, \psi]).$$

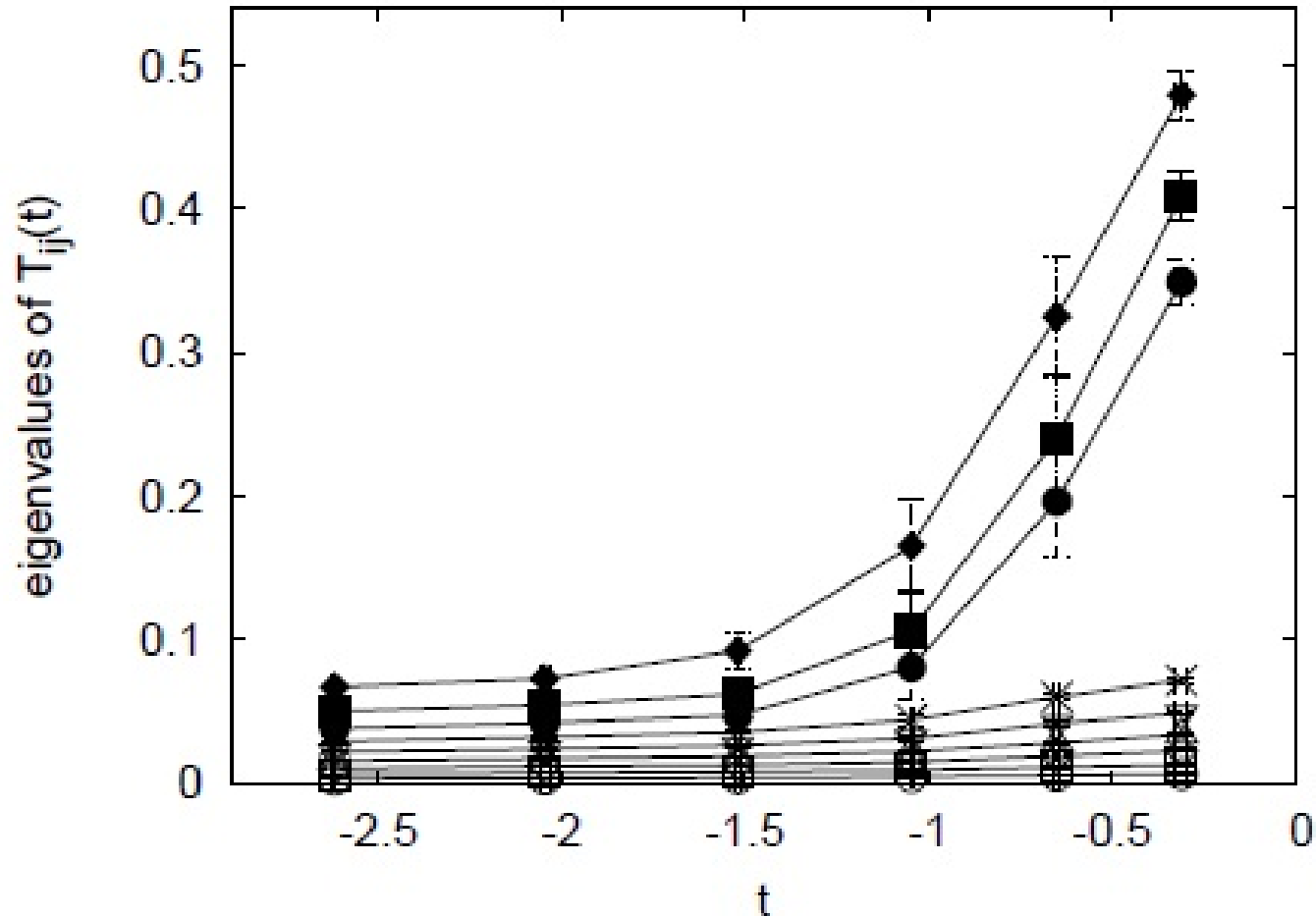
弦の多体系を自然に表している。

この行列正則化は世界面のすべてのトポロジーを自動的に含む。さらに、非連結な世界面もブロック対角なものとして自動的に含む。



数値積分の例

$$Z = \int dA d\psi \exp(iS_{\text{IIB}})$$



S.-W. Kim, J. Nishimura and A. Tsuchiya,
Phys.Rev.Lett. 108 (2012) 011601

ゲージ理論と弦理論の発展の歴史

発展のしかたが似ている。

70年代のゲージ理論の発展の歴史

- 第1期 (1971～) 摂動論の理解
くりこみ ('tHooft, Veltman)
- 第2期 (1975～) 摂動論の延長上の非摂動効果を理解
モノポール, インスタントン, デュアリティ
- 第3期 (1979～) 構成的な定式化
格子ゲージ理論 閉じ込めの理解、定量的計算

弦理論の発展の歴史

- 第1期 (1984～) 摂動論の理解
有限性、無矛盾性
- 第2期 (1994～) 摂動論の延長上の非摂動効果を理解
Dブレーン、デュアリティ
- 第3期 (? ～) 構成的な定式化による完全な記述

付録

補足1 ゲージ場の作用

$$\mathcal{L}_{\text{ゲージ場}} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_3 f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu B_\nu^a - \partial_\nu B_\mu^a + g_2 \varepsilon^{abc} B_\mu^b B_\nu^c$$

$$H_{\mu\nu} = \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu$$

} 場の強さ

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \leftarrow x^0 = ct, x^i = \bar{x} \text{ の第 } i \text{ 成分.}$$

$$V^0 = V_0, V^1 = -V_1, V^2 = -V_2, V^3 = -V_3.$$

$$A_\mu B^\mu = \sum_{\mu=0}^3 A_\mu B^\mu = A_0 B^0 + A_1 B^1 + A_2 B^2 + A_3 B^3 = A_0 B_0 - A_1 B_1 - A_2 B_2 - A_3 B_3.$$

補足2 クォーク・レプトン・ヒグス場の作用

$$\mathcal{L}_{\text{クォーク場}} = \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{q}_L^i \not{D} q_L^i + \bar{u}_R^i \not{D} u_R^i + \bar{d}_R^i \not{D} d_R^i \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{レプトン場}} = \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{l}_L^i \not{D} l_L^i + \bar{\nu}_R^i \not{D} \nu_R^i + \bar{e}_R^i \not{D} e_R^i \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{ヒグス場}} = \left(D^\mu \phi \right)^\dagger \left(D_\mu \phi \right) - \lambda \left(\phi^\dagger \phi - V^2 \right)^2$$

共変微分

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_3 \sum_{a=1}^8 A_\mu^a(x) T_{\text{SU}(3)}^a - ig_2 \sum_{a=1}^3 B_\mu^a(x) T_{\text{SU}(2)}^a - ig_1 C_\mu(x) Y$$

$T_{\text{SU}(3)}^a$: SU(3)の生成子

$T_{\text{SU}(2)}^a$: SU(2)の生成子

Y : ハイパーチャージ ← $Y + T_{\text{SU}(2)}^3 = Q$ (電荷)になるように

共変微分 (具体的に)

Y
↓

$$\begin{aligned}
 (D_\mu q_L^i)_{j,k} &= \partial_\mu q_{Lj,k}^i - ig_3 \sum_{a=1}^8 A_\mu^a(x) (t_{\text{SU}(3)}^a)_{kn} q_{Lj,n}^i - ig_2 \sum_{a=1}^3 B_\mu^a(x) (t_{\text{SU}(2)}^a)_{jm} q_{Lm,k}^i - ig_1 C_\mu(x) \left(\frac{1}{6}\right) q_{Lj,k}^i \\
 (D_\mu u_R^i)_k &= \partial_\mu u_{Rk}^i - ig_3 \sum_{a=1}^8 A_\mu^a(x) (t_{\text{SU}(3)}^a)_{kn} u_{Rn}^i - ig_1 C_\mu(x) \left(\frac{2}{3}\right) q_{Lj,k}^i \\
 (D_\mu d_R^i)_k &= \partial_\mu d_{Rk}^i - ig_3 \sum_{a=1}^8 A_\mu^a(x) (t_{\text{SU}(3)}^a)_{kn} d_{Rn}^i - ig_1 C_\mu(x) \left(-\frac{1}{3}\right) d_{Lj,k}^i \\
 (D_\mu l_L^i)_j &= \partial_\mu l_{Lj}^i - ig_2 \sum_{a=1}^3 B_\mu^a(x) (t_{\text{SU}(2)}^a)_{jm} l_{Lm}^i - ig_1 C_\mu(x) \left(-\frac{1}{2}\right) l_{Lj}^i \\
 D_\mu e_R^i &= \partial_\mu e_R^i - ig_1 C_\mu(x) (-1) e_R^i \\
 D_\mu \nu_R^i &= \partial_\mu \nu_R^i \\
 (D_\mu \phi)_j &= \partial_\mu \phi_j - ig_2 \sum_{a=1}^3 B_\mu^a(x) (t_{\text{SU}(2)}^a)_{jm} \phi_m - ig_1 C_\mu(x) \left(-\frac{1}{2}\right) \phi_j
 \end{aligned}$$

$t_{\text{SU}(3)}^a$: SU(3) の 3 次元表現

$t_{\text{SU}(2)}^a$: SU(2) の 2 次元表現

補足3 スピノル場

γ 行列

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu} 1_4$$

γ^μ は 4×4 行列, γ^0 はエルミート, $\gamma^{1\sim 3}$ は交代エルミート

$$\eta^{\mu\nu} = \begin{cases} 1 & \mu = \nu = 0 \\ -1 & \mu = \nu = 1 \sim 3 \\ 0 & \mu \neq \nu \end{cases}$$

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \rightarrow (\gamma_5)^2 = 1 \rightarrow \gamma_5 \text{ の固有値は } \pm 1$$

$$\text{ワイルスピノル} \quad \text{左手スピノル} \quad \gamma_5 \psi_L = -\psi_L$$

$$\text{右手スピノル} \quad \gamma_5 \psi_R = \psi_R$$

$$\text{記号} \quad \bar{\psi}_L = {}^t \psi_L^* \gamma^0, \quad \bar{\psi}_R = {}^t \psi_R^* \gamma^0$$

$$\not{D} = \gamma^\mu D_\mu = \sum_{\mu=0}^3 \gamma^\mu D_\mu$$

補足5 マヨラナ質量: 右巻きニュートリノの質量

$$\mathcal{L}_{\text{マヨラナ質量}} = - \sum_{i,i'=1}^3 \mu_{i,i'} \overline{\nu_R^{iC}} \nu_R^{i'} + c.c.$$

荷電共役

$$\psi^C = C {}^t \bar{\psi} = C {}^t \gamma^0 \psi^*$$

$$C^{-1} \gamma^\mu C = -{}^t \gamma^\mu$$

粒子の伝播と相互作用

例 $\mathcal{L}_{\text{クォーク場}} = \sum_{i=1}^3 i (\bar{q}_L^i \not{D} q_L^i) + \dots$

$$= \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{q}_L^i \not{D} q_L^i - i g_3 \sum_{a=1}^8 A_\mu^a(x) \bar{q}_{Lj,k}^i (t_{\text{SU}(3)}^a)_{kn} q_{Lj,n}^i + \dots \right)$$

↑
クォークの伝播
(自由運動)

↑
クォーク・クォーク・
グルーオン相互作用

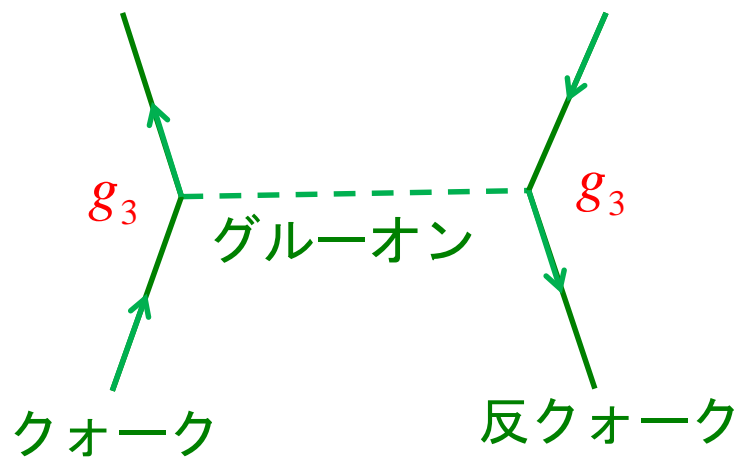
↓
結合の強さ g_3

$$\mathcal{L}_{\text{ゲージ場}} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \dots$$

$$= -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 (\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu}) (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) + \dots$$

↑
グルーオンの伝播

組み合わせると、例えば、



\Rightarrow

ポテンシャル

$$-\frac{g_3^2}{4\pi} \frac{1}{r}$$

Higgs場

$\Delta H = \int d^3x \lambda \left(\phi(x)^\dagger \phi(x) - v^2 \right)^2$ の形の相互作用を考えると、

$$\phi = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{がエネルギー最小。}$$

これを不変にする対称性は $U(1)$: $\phi \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\theta} \end{pmatrix} \phi$
残った対称性

Higgs 粒子

$$\phi = \begin{pmatrix} v + \rho + i\zeta \\ \xi + i\eta \end{pmatrix}$$

質のあるスカラー粒子
Higgs 粒子 (電荷 0)

NG → ゲージ場に食われる。

LHCでみつかった。

質量 ~ 125 GeV

クォーク・レプトンの質量

クォークやレプトンの質量は
弱電磁ゲージ対称性の自発的破れ

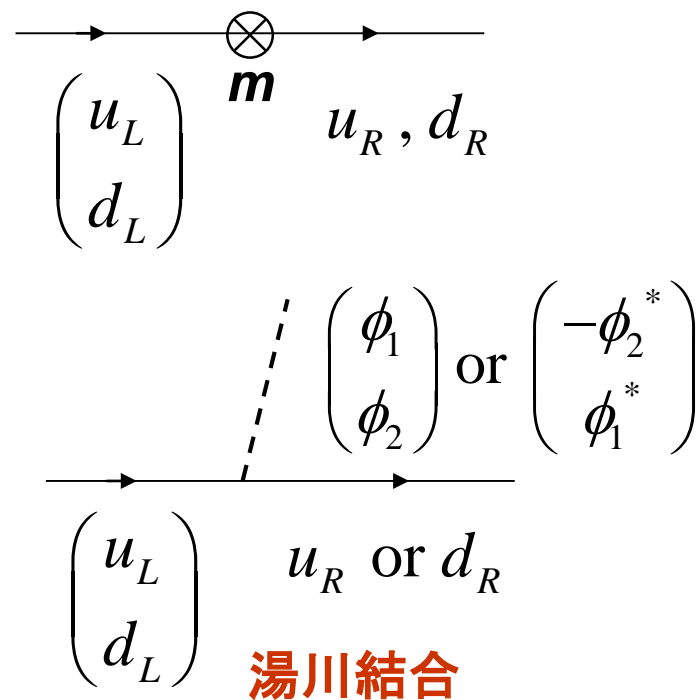
$$SU(2) \times U(1) \Rightarrow U(1)$$

にともなって出てくる。

クォーク	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, u_R, d_R$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, c_R, s_R$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, t_R, b_R$
レプトン	$\begin{pmatrix} \nu^{(e)}_L \\ e_L \end{pmatrix}, \nu^{(e)}_R, e_R$	$\begin{pmatrix} \nu^{(\mu)}_L \\ \mu_L \end{pmatrix}, \nu^{(\mu)}_R, \mu_R$	$\begin{pmatrix} \nu^{(\tau)}_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \nu^{(\tau)}_R, \tau_R$
	第1世代	第2世代	第3世代

SU(2) 対称性のため、
は不可能。

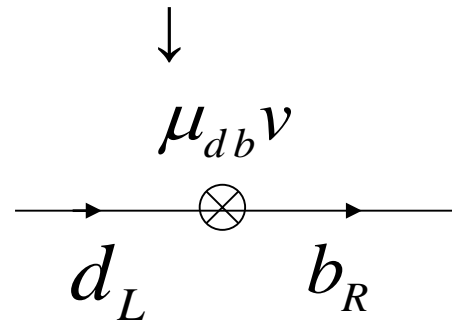
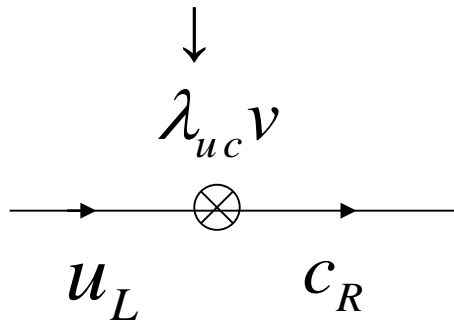
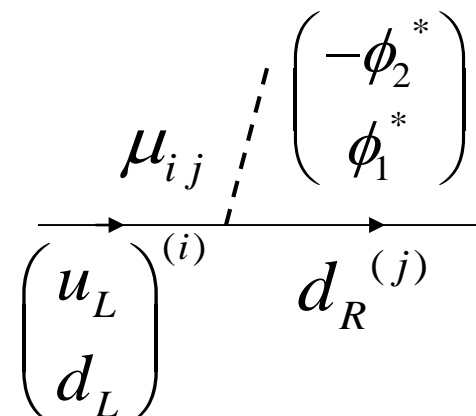
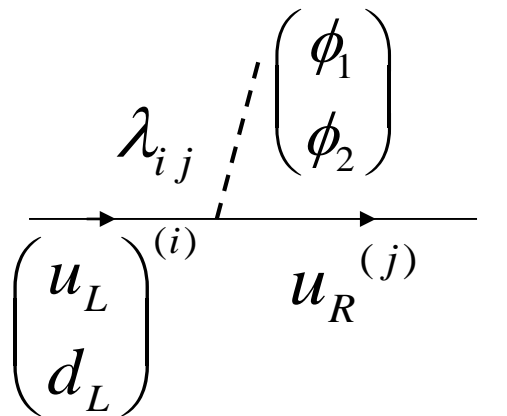
しかし相互作用、
は可能。



SSBがおきてはじめて質量をもつ。

世代間の混合

湯川結合の可能な形 i, j : 世代 λ_{ij}, μ_{ij} : 結合定数



2世代の混合

Cabibbo

GIM

u, c, t の混合

d, s, b の混合

世代間混合とCPの破れ

標準模型がCPに対する不変性を破る



場を定義しなおしても λ_{ij}, μ_{ij} を実数にできない



世代数が3以上 **小林 - 益川 理論**

実験的に、3世代の湯川結合でCPの破れが
うまく説明できていることが確認された。

シルト作用

Bosonic string is described by the Nambu-Goto action

$$S_{NG} = -\rho \int d^2 \xi \sqrt{-\frac{1}{2} \Sigma^2}, \quad \Sigma^{\mu\nu} = \varepsilon^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu.$$

It is nothing but the area of the worldsheet, which is expressed in terms of an anti-symmetric tensor $\Sigma^{\mu\nu}$ that is constructed from the space-time coordinate X^μ .

It is known that the Nambu-Goto action is equivalent to the Schild action

$$S_{\text{Schild}} = \frac{\alpha}{2\pi} \int d^2 \xi \sqrt{g} \frac{1}{4} \{X^\mu, X^\nu\}^2 - \frac{\beta}{2\pi} \int d^2 \xi \sqrt{g},$$

\sqrt{g} : a volume density on the world sheet

$$\{X, Y\} = \frac{1}{\sqrt{g}} \varepsilon^{ab} \partial_a X \partial_b Y,$$

which is nothing but the Poisson bracket if we regard the worldsheet as a phase space.

The equivalence can be seen easily, by eliminating \sqrt{g} from the Schild action:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta \sqrt{g}} S_{\text{Schild}} = 0 &\Rightarrow \sqrt{g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \sqrt{-\left(\varepsilon^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu\right)^2} \\ &\Rightarrow S_{\text{Schild}} = -\frac{\sqrt{\alpha\beta}}{2\pi} \int d^2 \xi \sqrt{-\frac{1}{2} \left(\varepsilon^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu\right)^2}. \end{aligned}$$

部分行列の有効作用

$n \times n$ submatrices

$$A_\mu = \begin{pmatrix} \overbrace{a_\mu}^n & \\ & \ddots \end{pmatrix}, \Psi = \begin{pmatrix} \psi & \\ & \ddots \end{pmatrix} \quad n \ll N$$

effective action for the submatrices

$$S_{\text{eff}} \simeq -\frac{z}{4} \text{tr} \left([a_\mu, a_\nu]^2 \right) - \frac{z'}{2} \text{tr}(\bar{\psi} \cdots) + \mu \text{tr}(1)$$

chemical pot.
↑
 n

corresponding continuum action

$$S_{\text{Schild}} = \frac{z}{4} \int \omega \{X^\mu, X^\nu\}^2 + \cdots + \mu \int \omega$$

$\omega = \rho d^2\xi$: symplectic (volume) form

$\{f, g\} = \frac{1}{\rho} \epsilon^{ab} \partial_a f \partial_b g$: Poisson bracket

eliminate $\rho \Rightarrow S = \kappa \int \sqrt{(\sigma^{\mu\nu})^2}, \kappa = \sqrt{z\mu}. \sigma^{\mu\nu} = \epsilon^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu$

String appears as a subsystem of IIB MM.

数学と物理

論理的思考と物理学は同時進行的に発展してきた

古代ギリシャ (ターレス、アルキメデス、…)

物質の起源、力学、流体力学、
数学的論理、解析学の基礎

ガリレイ 慣性、相対性原理、落体、
無限について、サイクロイド、…

同じ人物

ニュートン 力学、光学
微積分・微分方程式

ダランベール、フーリエ 波動、拡散と偏微分方程式

ファラデーとマクスウェル

物理⇒数学⇒物理

特殊相対性理論とミンコフスキー空間 物理が先
一般相対性理論とリーマン幾何学 数学が先

量子力学とヒルベルト空間 物理のために数学が整備された

量子力学と群の表原論 “数学的遊び” だがゲージ理論につながった

場の量子論

非摂動効果が理解される以前は、場の量子論の理解には新しい数学が必要と考えられた時期もあった。
結局、自然はもっと素朴。格子ゲージ理論で困難は解決し、標準模型が完成した。

弦理論

現在の問題は弦の非摂動効果を理解すること。
このためには、新しい数学はいらぬのではないか。

これとは別に、摂動論の範囲で、いろいろな多様体を時空として持つ弦理論を調べることにより、多様体に関する数学的知見を得ることができる。（物理の数学への応用。）

特に、10次元のうちの6次元が、微小なカラビ・ヤウ多様体である場合を考えると、残った4次元時空に超対称が現れる。
これこそが自然界を表しているという、信仰のもとに重点的に調べられたが、LHCによって否定された。
自然は微妙に美しいものよりも、素朴なものを好む。

格子ゲージ理論の再来、つまり、巧妙なものよりも、素朴で単純なものが真相ではないか。

湯川と場の量子論

1930年 パウリ・ワイスコップ 場の理論を確立

ディラック自身混同していた波動関数と場の違いを明確にした。

⇒ すべての粒子は量子化された場として記述される。

半整数スピンの場の方程式は時空の1階微分。

整数スピンの場の方程式は時空の2階微分。

ディラックは、場の方程式がシュレーディンガー方程式とみなせることを仮定してディラック方程式を導いた。しかしそれは、半整数スピンの自由粒子について、結果的に成り立つだけ。

1934年 フェルミ 弱い相互作用を場の理論で表す。

実は、1930年ころらしいが、受け入れられなかった。

英語版が出たのは、1939年らしい。

1935年 湯川 核力を場の理論で表す。

その後湯川は非局所場に専念。問題意識は影響大。

ニュートリノの質量

ニュートリノ質量は標準模型で説明できる。

ニュートリノ振動実験によって、標準模型の湯川結合、マヨラナ質量が決定できる。

ワインバーグ・サラム模型が提唱された当初（1967年）はニュートリノは質量をもたないと思われていたので、場から右巻きニュートリノを排除していた。むしろ、排除することによってニュートリノの質量がゼロであると“説明”していた。最近の教科書は右巻きニュートリノを入れるのが普通。

標準模型の場：

ゲージ場 $A_\mu^a(x), B_\mu^b(x), C_\mu(x)$

クォーク・レプトン場 $q_{L\alpha,j,k}^i(x), u_{R\alpha,k}^i(x), d_{R\alpha,k}^i(x)$

$l_{L\alpha,j}^i(x), \nu_{R\alpha}^i(x), e_{R\alpha}^i(x)$

ヒグス場 $\phi_j(x)$

ニュートリノの質量が小さいことは説明が必要。シーソー機構など

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{ゲージ場}} + \mathcal{L}_{\text{クォーク場}} + \mathcal{L}_{\text{レプトン場}} + \mathcal{L}_{\text{ヒグス場}} + \mathcal{L}_{\text{湯川結合}} + \mathcal{L}_{\text{マヨラナ質量}}$$

$$\mathcal{L}_{\text{ゲージ場}} = -\frac{1}{4} \sum_{a=1}^8 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} H_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$$

$$\mathcal{L}_{\text{クォーク場}} = \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{q}_L^i \not{D} q_L^i + \bar{u}_R^i \not{D} u_R^i + \bar{d}_R^i \not{D} d_R^i \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{レプトン場}} = \sum_{i=1}^3 i \left(\bar{l}_L^i \not{D} l_L^i + \bar{\nu}_R^i \not{D} \nu_R^i + \bar{e}_R^i \not{D} e_R^i \right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{ヒグス場}} = \left(D^\mu \phi \right)^\dagger \left(D_\mu \phi \right) - \lambda \left(\phi^\dagger \phi - V^2 \right)^2$$

$$\mathcal{L}_{\text{湯川結合}} = -\sum_{i,i'=1}^3 \lambda^u_{i,i'} \bar{u}_R^i \left(\phi^\dagger q_L^{i'} \right) - \sum_{i,i'=1}^3 \lambda^d_{i,i'} \bar{d}_R^i \left(\tilde{\phi}^\dagger q_L^{i'} \right) + c.c.$$

$$- \sum_{i,i'=1}^3 \lambda^{\nu}_{i,i'} \bar{\nu}_R^i \left(\phi^\dagger l_L^{i'} \right) - \sum_{i,i'=1}^3 \lambda^e_{i,i'} \bar{e}_R^i \left(\tilde{\phi}^\dagger l_L^{i'} \right) + c.c.$$

$$\mathcal{L}_{\text{マヨラナ質量}} = -\sum_{i,i'=1}^3 \mu_{i,i'} \overline{\nu_R^i} \nu_R^{i'} + c.c.$$

ホーキング輻射

1974年 ホーキング

ブラックホールはシュワルツシルト半径に逆比例した温度をもち、その温度の物体のように輻射を出す。

問題点：

1. きれいさっぱり蒸発するのか。
2. ブラックホールに入りこんだ情報は輻射で帰って来るのか。

個人的意見：

弦理論まで行かなくても、場の理論の範囲で重力場＋量子場を扱えばよい。（横倉氏・松尾氏との共同研究。答えは1，2ともyes.）

ウンルー効果

加速度運動し続ける観測者（検出器）は加速度に比例した温度の輻射を検知する。

形式的にはOK。疑う人も多い。

1. 永遠に加速度運動し続ける観測者などない。
2. 普通の慣性系で記述した方が簡単。
3. ホーキングは評価していなかったよう。

ヒグス場は素か？

中間子が素な粒子ではなく、クォークと反クォークの束縛状態であったことは、素なスカラー場に対する不信感を生んだ。

スカラー場の質量の自然性問題：

スカラー場の質量の量子補正は2次の紫外発散をもつ。

それをくりこむためには、裸の質量を足した後に観測される質量になるように微調整しなければならない。これは不自然。

そのため、ヒグス場も単純なスカラー場ではないだろうとの考えがあった。

ヒグス質量の自然性問題の回避：

1. テクニカラー

中間子と同様にテクニクォークと反テクニクォークの束縛状態と考える。⇒ 標準模型の湯川結合を導出できない。

2. 超対称性

紫外の2次発散が対数発散に落ちる。

⇒ ヒグス質量～超対称性の自発的破れのスケール

⇒ LHCで排除

そもそも、自然性問題は宇宙項の方が、ヒグス質量よりもはるかに大きい問題。

$$\text{宇宙項} \quad (\text{meV})^4 : (10^{18}\text{GeV})^4 \quad \Rightarrow 120\text{桁}$$

$$\text{ヒグス質量} \quad (100\text{GeV})^2 : (10^{18}\text{GeV})^2 \quad \Rightarrow 36\text{桁}$$

もっと根源的問題として考えるべき。

一方、素なヒグスは、湯川結合により簡単にクォーク・レプトンの質量を与えている。LHCの実験で検証されつつある。

人工的な微妙な美しさよりも、素朴な単純さが真相ではないか。

普遍性による他分野への波及の例

超伝導とハドロン

自発的対称性の破れ、クォークの閉じ込め

相転移と場の理論

臨界点とくりこみ群、ゲージ場の相

うまくいっているとは限らないが試みとして、

相転移と自然性

乱流とくりこみ群、ゲージ理論

弦理論・量子重力と他分野 流体力学、凝縮系、量子情報、