

## NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE

プラズマ中のカオス現象  
Report of the Meeting on Chaotic Phenomena  
in Plasma, 1994

代表者 河合 良信  
Y. Kawai

(Received - Mar. 24, 1995)

NIFS-PROC-22

Apr. 1995

**RESEARCH REPORT**  
**NIFS-PROC Series**

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan.

平成6年度  
核融合科学研究所共同研究  
研究会報告書

# プラズマ中のカオス現象

代表者 河合 良信  
(九州大学総合理工)

# Report of the meeting on Chaotic Phenomena in Plasma, 1994

Y.Kawai

Interdisciplinary Graduate School of  
Engineering Sciences, Kyushu University,  
Kasuga, Fukuoka 816, Japan

## Abstract

This is a report on the meeting on chaotic phenomena in plasma, held at NIFS on December 8, 1994.

**Keyword:** Chaos, gas discharge, chaotic magnetic field line,  $1/f$  noise, fractal dimension, electron cyclotron resonance, ion beam, electron beam, bifurcation phenomenon, mirror, electrostatic potential, hysteresis, ionization instabilities, gasar

文部省核融合科学研究所の平成6年度共同研究として、研究会「プラズマ中のカオス現象」が、平成6年12月8日、核融合科学研究所本館セミナー室にて行われた。ここにその全ての講演の内容を報告する。

河合 良信 (代表者：九州大学大学院総合理工学研究科)

羽鳥 尹承 (世話人：核融合科学研究所)

# プラズマ中のカオス現象

## 目次

- 1) 高密度イオンビーム・プラズマ系におけるカオスの振動 . . . . . 1  
(Chatic Oscillations Observed in Plasma with Relatively High Density Ion Beam)  
斎藤和史、本沢忠夫 (宇都宮大工)
- 2) 電子ビーム・プラズマ系における分岐現象 . . . . . 7  
(Bifucation Phenomena in an Electron Beam Plsama System)  
林 信哉、田中雅慶、篠原俊二郎、河合良信 (九大総理工)
- 3) 電子サイクロトロン波による捕捉電子の加速 . . . . . 14  
庄山裕章、田中雅慶、篠原俊二郎、河野光雄\*、  
河合良信 (九大総理工、\*中央大総合政策)
- 4) Orbital Stochasticity を利用した解放端プラズマ流制御 . . . . . 25  
北篠仁士 (筑波大プラズマ研究センター)
- 5) タンデムミラーにおける電位形成理論とモード転移 . . . . . 33  
北篠仁士 (筑波大プラズマ研究センター)
- 6) 放電プラズマのヒステリシスと低周波振動 . . . . . 39  
(Hysterisis and Low Frequency Oscillation in Gas Discharge Phenomena)  
松永 康、加藤輔一 (早大理工)
- 7) Nonlinear Phenomena Related to Ionigation Instabilities in Glow Discharges . . . . . 51  
Tetsuya Akitsu, Eiji Ogawa, Takayoshi Ohtsu and Hidenori Matsuzawa  
(Dept. of Electrical Engineering & Computer Science, Yamanashi University)
- 8) ストキャスティックな磁力線の相関 . . . . . 71  
(Correlation of Stochastic Magnetic Field Lines)  
杉本久也、倉澤 孝\*、芦田久男 (電総研、\*東工大理)
- 9) Renormalized Perturbation Theory for Toroidal Helical Magnetic Field . . . . . 80  
Giovanni Gnudi, Tadatsugu Hatori (National Institute for Fusion Science)
- 10) クエーサー放射電波変動に内在するカオス . . . . . 88  
(Chaos in the Fluctuations of the Flux Density of Radio Waves from Quasars)  
谷塚 昇、高野雅大、E.B.Waltman\*  
(大阪府立大総合科学、\*Cneter for Advanced Space Sensing, NRL)

# 高密度イオンビーム・プラズマ系におけるカオスの振動

齋藤和史, 本沢忠夫

宇都宮大 工学部

## Chaotic Oscillations Observed in Plasma with Relatively High density Ion Beam

Y. Saitou, T. Honzawa

*Dept. of Electr. and Electron. Eng., Utsunomiya Univ.*

### Abstract

A chaotic phenomenon is observed in an ion beam-plasma system, consisting of a relatively tenuous plasma and a dense ion beam. Two different states, called a "silent state" and a "chaotic state", of the system appear depending on the value of a dc voltage  $V_B$ , which determines the beam energy. The correlation dimension is calculated for the case of the chaotic state. The result shows that an attractor for the chaotic state has a low degree of freedom and has a fractal structure.

### 1. はじめに

自然科学の様々な分野においてカオスに関する研究が精力的に行われるようになって久しい。プラズマ物理もその例外ではない。磁力線の時空間的な振舞いやシース中の荷電粒子の振舞い、あるいは外部から強制力を加えた系がカオスになることは理論的にも実験的にも研究されている。<sup>1-13)</sup> しかしながら、“非線形現象の宝庫”であるプラズマにおいては、特にその実験的な研究において、この非線形性の多様さによって、かえってカオス的な現象のみを研究対象とすることが難しい。そのため、磁力線やシースに起因しない自励系におけるカオス的な現象は、実験的にあまり研究されていない。

ここでは、プラズマの基礎実験において良く用いられているダブルプラズマ装置を用いた実験によって観測されたカオス的な自励振動について、現象のコントロールパラメータ依存性や時系列のフラクタル次元解析、アトラクターの再構成等を行うことによって、その現象がカオスである可能性が高いことを示す。また、このようなカオス的な現象の原因についても、簡単に考察する。

## 2. 実験装置

実験には、ダブルプラズマ (DP) 装置を用いた。この装置は、Fig. 1 に示したように、内径が約 40 cm であり、長さが約 90 cm である。本研究に用いる DP 装置では、ドライバー側では通常通りにフィラメントを加熱し、プラズマを生成しているが、ターゲット側の真空容器中のフィラメントは加熱していない。従って、ターゲット側容器中には、ドライバー側容器中に存在する一次電子の内、セパレーショングリッドを通過してくることのできるの高エネルギー成分によってのみ生成されると考えられる、通常の実験に比べて希薄なプラズマしか存在しない。今、ドライバー側容器に接続してある直流電源 (その電圧を  $V_B$  で表す) によって容器壁の電位を正にすることにより、ターゲット側容器 (接地してある) へイオンビームを入射することができる。これによってターゲット側容器内に  $n_b/n_i \geq 10$  ( $n_b$ ,  $n_i$  は各々イオンビームとプラズマイオンの密度) の、相対的に高密度のイオンビームと相対的に希薄なプラズマから成るビーム・プラズマ系を形成することができる。使用したガスはアルゴンで、圧力は  $\sim 3 \times 10^{-4}$  Torr ある。

ターゲットプラズマ中に励起される揺動の測定は、Langmuir プローブによってイオン飽和電流を測定することによって行った。また、プローブからの信号はディジタル化オシロスコープによってディジタル化した。今回の実験では、プローブはセパレーショングリッドから 5 cm の場所に固定しており、更に、オシロスコープは、特に断らない限りサンプリング周波数 1 MHz、レコード長 500 点である。

## 3. 実験結果

ドライバー側容器壁の電位  $V_B$  を変化させることによって、2 つの著しく異なった状態が観測された。典型的な例を Fig. 2 に示す。この図から、 $V_B$  のある閾値  $V_c = 33.1 \sim 33.4$  V を境に、 $V_B < V_c$  の場合にはほとんどノイズしか観測されず、一方、 $V_B > V_c$  の場合には、かなり大きな振幅を持った、何らかの振動が励起されていることがわかる。振動の周波数は 250 kHz であり、これは、本実験においてプラズマが準中性であると仮定して電子密度から見積もったイオンプラズマ周波数 (297 kHz) と同程度である。以後、 $V_B < V_c$  の場合を“静かな状態”と呼び、 $V_B > V_c$  の場合を“カオス的な状態”と呼ぶ。2 つの状態間の遷移は間欠的であるが、現時点では実験的に十分なデータが得られていない。

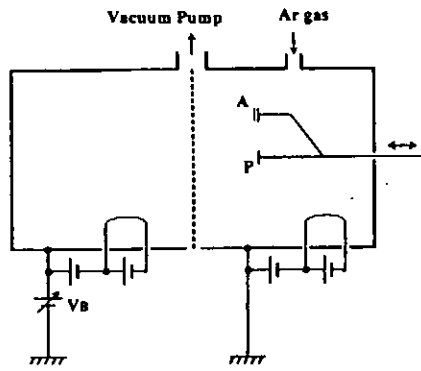


Fig. 1. ダブルプラズマ装置

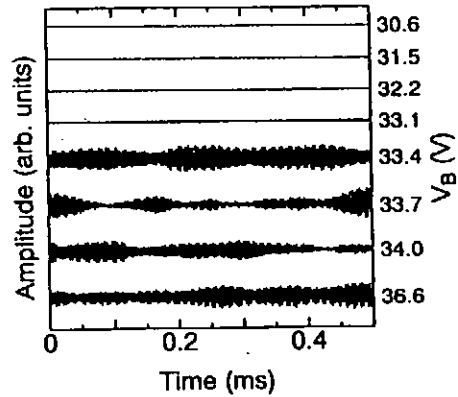


Fig. 2.  $V_B$  を変化させて得られた典型的な時系列データ

$V_c$  は、 $V_B$  を次第に大きくしていった場合と小さくしていった場合とでは、数  $V$  の差がある。即ち、ヒステリシスが存在する。これを、 $V_B$  による振動の最大振幅の変化として表したものが Fig. 3 である。 $V_B$  を次第に大きくして静かな状態からカオス的な状態へ遷移する場合には、閾値  $V_c$  はより大きな値が必要であり、逆の場合には  $V_c$  がより小さい値となるまでカオス的な状態が持続されている。

#### 4. 討論

カオス的な状態の相関次元を Grassberger と Procaccia の方法に基づいて計算する。<sup>14-16)</sup> これによって、得られた時系列データから相空間中に再構成されたアトラクタがフラクタルな構造をしているか否かを知ることができる。

Figure 4 (a) は、カオス的な状態における時系列に対する相関積分  $C(r)$  の計算結果である。図中の記号  $m$  は埋め込み次元である。相関積分  $C(r)$  とは、大雑把に言って、 $m$  次元の相空間中に再構成されたアトラクタ上の 2 点間の距離が、半径  $r$  の  $m$  次元球内に存在する個数だと考えてよい。各埋め込み次元  $m$  の場合における  $C(r)$  曲線について、 $0.1 \leq C(r) \leq 0.5$  での傾き  $dC(r)/dr$  をとり、 $m$  の関数として図示したものが Fig. 4 (b) (図中の黒丸) である。相関次元はこの傾きの飽和した値で決まるので、Fig. 4 (b) の場合には、相関次元はおよそ 1.5 となる。同時に、 $m = 2$  で値が飽和していることより、アトラクタの再構成には 2 次元で十分であることがわかる。このようにして得られる相関次元を、 $V_B$  が閾値以上となっている場合について求め、算術平均をとる

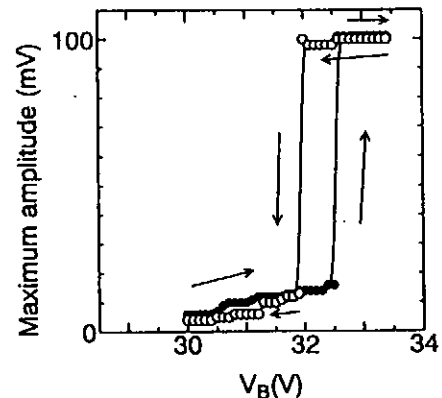


Fig. 3.  $V_B$ -最大振幅空間におけるヒステリシス。 $V_B$  を次第に大きくした場合 (●) と次第に小さくした場合 (○)。



と  $1.64 \pm 0.22$  となる。以上のことから、本研究によって得られたカオス的な状態から再構成されるアトラクタは少数自由度系であり (埋め込み次元 2), フラクタルな構造をしている (相関次元 1.64) ことが明らかとなった。Figure 5 (a) は、オシロスコープのサンプリング周波数を 10 MHz, レコード長を 5000 点として得られたデータの初期 500 点から, 遅れ時間  $\tau = 0.5 \mu\text{s}$  として  $m = 2$  の相空間に再構成したアトラクターである。

比較のため, 静かな状態における時系列から  $dC(r)/dr$  を計算したものを Fig. 4 (b) に白丸で示す。埋め込みを  $m = 9$  としても値が飽和せず, 明らかにカオス的な状態とは異なった傾向を示している。また, Fig. 5 (b) は, Fig. 5 (a) と同様に  $m = 2$  として時系列データを相空間に埋め込んだものであるが, やはりカオス的な状態におけるものとは大きく異なっている。以上より, カオス的な状態は少数自由度の系であり, その時系列データから再構成されたアトラクタはフラクタルな構造を持つことが明らかである。

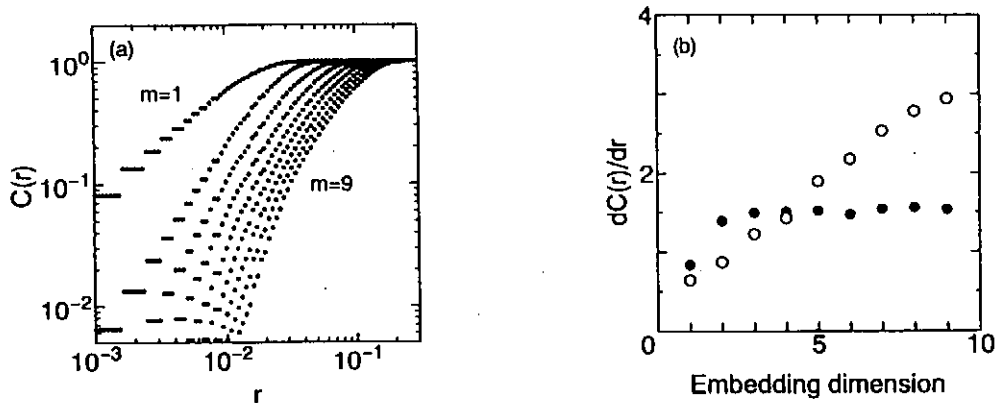


Fig. 4. アトラクタの相関次元. (a) 埋め込み次元  $m = 1, 2, \dots, 9$  に対するカオス的な状態の相関積分と (b) カオス的な状態 (●) と静かな状態 (○) における,  $m$  による  $dC(r)/dr$  の変化

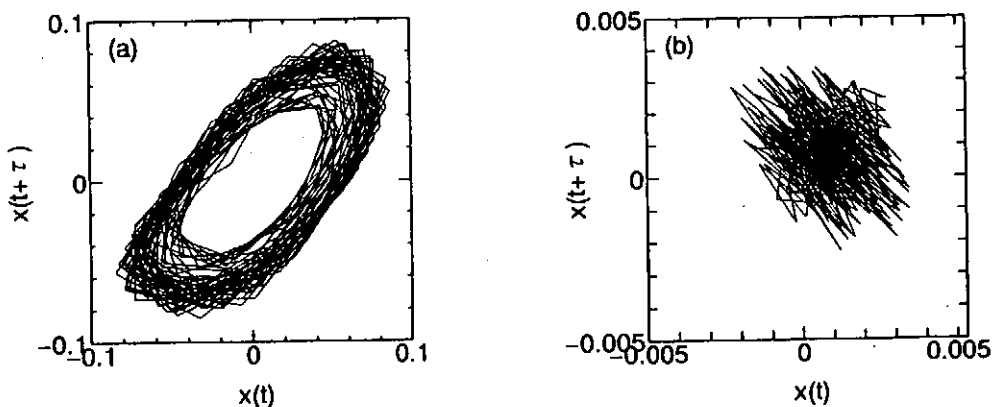


Fig. 5. 2次元相空間における軌道. (a) カオス的な状態におけるアトラクタと (b) 静かな状態におけるランダムな軌道

このようなカオス的な状態がどのような原因で生ずるのかについては、現時点では明らかではない。その原因を明らかにするための1つの手掛かりとして、 $V_B$  によるプラズマパラメータの変化を測定した。結果を Fig. 6 に示す。この図の場合、 $V_c = 35$  V である。系の状態が静かな状態からカオス的な状態へ変化すると、電子密度  $n_e$  が  $1 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$  から  $0.8 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$  へ (Fig. 6 (a))、また、電子温度  $T_e$  が 0.4 eV から 0.7 eV へ (Fig. 6 (b)) と変化していることがわかる。カオス的な状態へ変化することによってプラズマの損失が増えているとも考えられるが、詳細については研究を進めているところである。また、Fig. 3 に示したように、 $V_B$  を大きくしていく場合と小さくしていく場合に、閾値  $V_c$  に差が生じることから、カオス的な状態が放電現象と関連していることが考えられる。

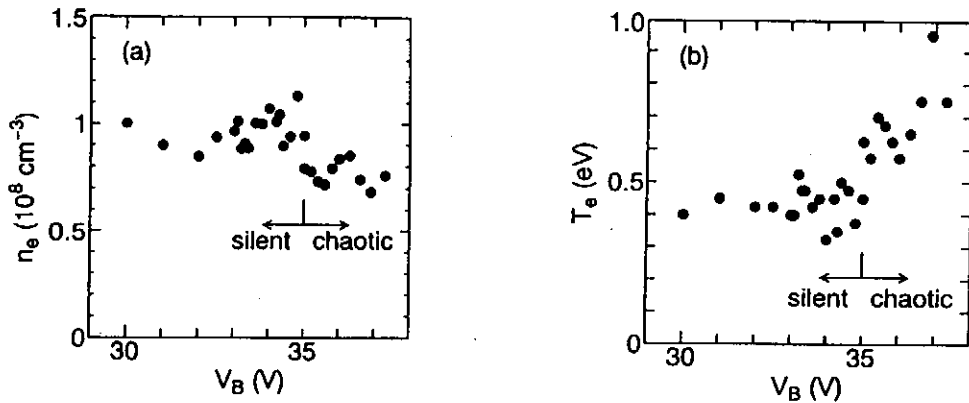


Fig. 6.  $V_B$  による (a) 電子密度と (b) 電子温度の変化

## 5. まとめ

本研究によって、相対的高密度イオンビーム・プラズマ系において  $V_B$  を変化させることによって静かな状態からカオス的な状態へと遷移する現象が観測された。カオス的な状態では、イオンプラズマ周波数近傍の周波数を持つ振動が励起される。状態の遷移を生じる  $V_B$  には閾値が存在し、同時に、振動の最大振幅との間でヒステリシスを示すことが明らかとなった。また、その遷移は間欠的である。閾値がどのような原因で決まるのかは現時点では明らかではない。カオス的な状態は、埋め込み次元 2 の相空間にアトラクタを再構成することのできる少数自由度の系である。そのアトラクタの相関次元は 1.64 であり、フラクタルな構造をしている。従って、カオス的な状態は真にカオス的なものである可能性が高いと考えられる。静かな状態からカオス的な状態への変化によって電子密度が低下し、電子温度が上昇した。

## 謝辞

本研究の遂行にあたり、九大工学部羽田亨博士、九大総理工田中雅慶博士、名大工学部大野哲靖博士に大変有意義な御議論をしていただいた。

## 参考文献

- 1) J. H. Chu and Lin I.: Phys. Rev. A39 (1989) 233.
- 2) G. Gnudi, and T. Hatori: J. Phys. Soc. Jpn. 62 (1993) 2030.
- 3) T. Hatori, H. Irie, Y. Abe, and K. Urata: Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 98 (1989) 83.
- 4) M. Pettini, A. Vulpiani, J. H. Misguich, M. De Leener, J. Orban, and R. Balescu: Phys. Rev. A38 (1988) 344.
- 5) R. Uma and D. Subbaro: Phys. Fluids B 2 (1990) 1154.
- 6) M. Kono and A. Komori: Phys. Fluids B 4 (1992) 3569.
- 7) A. Komori, M. Kono, T. Norimine, and Y. Kawai: Phys. Fluids B 4 (1992) 3573.
- 8) A. Komori, N. Ohno, T. Yamaura, and Y. Kawai: Phys. Lett. A 170 (1992) 439.
- 9) N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori, and Y. Kawai: J. Phys. Soc. Jpn. 58 (1989) 28.
- 10) P. Y. Cheung, S. Donovan, and A. Y. Wong: Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 1360.
- 11) T. W. Sanford: Phys. Fluids B 3 (1991) 2387.
- 12) S. A. Slutz and W. A. Johnson: Phys. Fluids B 4 (1992) 1349.
- 13) C. Litwin and Y. Maron: Phys. Fluids B 1 (1989) 670.
- 14) P. Grassberger and I. Procaccia: Phys. Rev. Lett. 31 (1983) 347.
- 15) P. Grassberger and I. Procaccia: Physica D9 (1983) 189.
- 16) J. -P. Eckmann and D. Ruelle: Rev. Mod. Phys. 57 (1985) 615.

## 電子ビーム・プラズマ系における分岐現象

### Bifurcation Phenomena in an Electron Beam Plasma System

九大総理工 林 信哉, 田中雅慶, 篠原俊二郎, 河合良信

N. Hayashi, M. Tanaka, S. Shinohara and Y. Kawai

Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

#### I はじめに

電子ビーム・プラズマ系におけるサブハーモニクスを観測は、以前より放電管プラズマを用いて行われてきた。これまでプラズマ中の波動の分岐現象については、周波数 $f_{pe}$ の不安定波と $1/2 f_{pe}$ の波の観測 [1] や周期倍加からカオスへの遷移 [2] などが報告されている。しかし電子ビーム・プラズマ系の分岐現象に関してはこの他には殆ど研究されていない。

我々はダブルプラズマ (D.P.) 装置を用いて電子ビーム・プラズマ系を形成し、励起される不安定性に関する研究を行っている。これまで電子プラズマ周波数近傍で励起される不安定波を観測した結果、電子ビーム・プラズマ不安定性により励起される不安定波とその $1/2$ の周波数の波が励起される場合、及び不安定波とその $1/3$ ,  $2/3$ の周波数の波が励起される場合があることを見出した。本研究では電子ビーム・プラズマ系の波動の分岐現象を観測し、分岐条件を調べ、分岐パラメータを特定する。

#### II 実験装置及び測定方法

Fig.1に実験装置の概要を示す。D.P.装置は長さ120 cm, 直径70 cmのステンレス製真空容器である。この容器内を圧力 $3.0 \times 10^{-7}$  Torr以下まで排気した後、アルゴンガスを導入して $1.5 \sim 2.0 \times 10^{-4}$  Torrの圧力で実験を行った。真空容器の円周に取り付けられているタンゲステンフィラメントから放出される熱電子は、フィラメントとステンレスパイプの間に印加される30 ~ 90 Vの放電電圧で加速され、中性粒子を衝突により電離してプラズマを生成する。

D.P.装置は、フローティング電位に保たれた中央のセパレーショングリッドによりドライバー領域とターゲット領域の2つの領域に分けられており、プラズマパラメーターを独立に制御できる。典型的なプラズマパラメーターは、電子密度 $10^8 \text{ cm}^{-3}$ , 電子温度0.6 eVであった。ターゲットプラズマを接地しドライバープラズマに負の電圧 $V_0$ を印加すると、2つのプラズマ間にポテンシャルの差が生じてドライバープラズマ中の電子がターゲットプラズマに入射し、電子ビーム・プラズマ系が形成される。

プラズマの密度及び温度の測定には平板ラングミュアプローブを用い、電子のエネルギー分布関数の測定には静電型エネルギーアナライザーを用いた。プラズマ中の波動は平板型ラングミュアプローブで検出し、スペクトルアナライザー及び干渉法を用いて計測した。また検出信号の揺動成分をデジタルオシロスコープで取り込み解析を行った。波動の伝播方向は、同軸型のphase shifterにより参照信号の位相を変化させて干渉波形を測定することにより求めた。

### III 実験結果及び考察

#### III.1 電子ビーム・プラズマ不安定性

電子ビーム・プラズマ系における不安定波のモードは、電子ビームのエネルギー分布に依存して変化する。従って不安定となるモードを調べるためには、電子のエネルギー分布関数を正確に測定する必要がある。本実験では互いに逆方向を向いた2つのエネルギーアナライザーを用いた。まずセパレーショングリッドの方向を向いたエネルギーアナライザーで電子のエネルギー分布関数を計測した。セパレーショングリッドからチェンバー壁の方向に進む入射電子ビームは領域中央付近までは殆ど減衰せず、チェンバー壁付近で減衰する。次に逆方向すなわちチェンバー壁方向を向いたエネルギーアナライザーを用いて測定を行ったところ、チェンバー壁からセパレーショングリッドの方向に進む電子ビームが存在する結果が得られた。この電子ビームは $Z$ が小さくなるにつれて減衰することから、入射電子ビームがチェンバー壁付近で反射して生じた反射電子ビームであると考えられる。従ってここで形成した電子ビーム・プラズマ系では、互いに逆方向に進む電子ビームが存在している。

電子ビームとプラズマとの相互作用により、電子ビーム・プラズマ不安定性が励起される。流体論による電子ビーム・プラズマ系の波動の分散特性は次式で与えられる。

$$\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \frac{3}{2}k^2v_{the}^2} + \frac{\omega_{pb}^2}{(\omega - ku)^2} = 1 \quad (1)$$

ここで、 $\omega_{pe} (= (4\pi n_e e^2/m_e)^{1/2})$  及び  $\omega_{pb} (= (4\pi n_b e^2/m_e)^{1/2})$  はバルク電子及び電子ビームのプラズマ周波数である。 $u$  は電子ビームの速度、 $v_{the}$  はバルク電子の熱速度であり、 $n_e$ 、 $n_b$  はバルク電子及びビーム電子の密度である。また、電子ビーム・プラズマ不安定性によって励起される最大成長率の不安定波の周波数  $\omega_r$  は(1)式より次式で与えられる。

$$\omega_r \simeq \omega_{pe} - \frac{1}{2^{3/2}} \omega_{pe} \left( \frac{n_b}{n_e} \right)^{1/3} \quad (2)$$

D.P.装置内で励起される不安定性を同定するために、スペクトルアナライザーを用いて測定を行った。実験領域中央付近で $I_T$ を変化させて測定した典型的な周波数スペクトルをFig.2に示す。このとき電子プラズマ周波数 $f_{pe}$ は約160MHz、電子ビームのバルクプラズマに対する密度比は約0.005である。Fig.2にみられる145MHz付近の最大ピークの波の周波数を、プラズマの密度を変化させて計測した結果をFig.3に示す。実線は(2)式で表される理論曲線である。最大ピークの波の周波数はプラズマの密度の上昇及び電子ビームのエネルギー $V_b$ とともに大きくなる。この周波数変化の傾向と電子ビーム・プラズマ不安定性の周波数変化の傾向とは定性的に一致することが分かる。次に、スペクトルアナライザーを用いてFig.2の最大ピークの波の振幅の空間的变化を測定した。 $V_b$ を変化させて計測した波形をFig.4に示す。この波形から定在波が生じていることが分かる。この波形の波長を不安定波の波長の1/2とすると、不安定波の波長と周波数との積は電子ビームの速度によく一致する。従ってここで観測される不安定波は定在波であり、電子ビーム・プラズマ不安定性によって励起されることが考えられる。

励起される波動の分散関係を調べるために、プラズマ中にテスト波を伝播させて干渉法を用いて測定を行った。その結果、実験領域中央付近に $f_{pe}$  ( $\sim 160\text{MHz}$ ) より低い周波数の波が励起されていることが分かった。干渉波形より得られる波の分散関係を Fig.5 に示す。実線は(1)式で表される電子ビーム・プラズマ系の理論曲線である。波動の分散関係は理論曲線のビームモードのブランチとほぼ一致していることが分かる。

Phase shifter を用いて干渉波形を測定し波動の伝播方向を調べた結果、セパレーショングリッドからチェンバー壁の方向に伝播するビームモードが存在し、同時にそれと逆方向に伝播するビームモードが存在することが分かった [3]。このように波動が逆方向に伝播する機構を調べるために、ターゲットプラズマのスペースポテンシャルの軸方向変化を計測した。Fig.6 よりチェンバー壁近傍にポテンシャルが大きく低下する部分が存在することが分かる。そこでセパレーショングリッドからチェンバー壁の方向に伝播するビームモードが反射して、逆方向に伝播する反射波が生じると考えられる。松永らは電子ビームの入射により形成されるポテンシャル分布を計算し、同様な分布を得ている [4]。

以上の結果より、実験領域中央付近に励起される不安定波は、互いに逆方向に伝播するビームモードが重なり合うことによって生じた定在波であると考えられる。

### III. II 分岐現象

電子ビーム・プラズマ系において、不安定波動とそのサブハーモニクスと考えられる波が励起されることが見出された。前節で述べたような電子ビーム・プラズマ不安定性による不安定波が実験領域の中央付近に自然励起される。電子ビーム・プラズマ不安定性が生じるような条件下で電子プラズマ周波数近傍の周波数スペクトルを測定した結果、(a)：不安定波のみが励起される場合、(b)：不安定波とその $1/2$ の周波数の分数調波が励起される場合、及び(c)：不安定波とその $1/3$ 、 $2/3$ の周波数の分数調波が励起される場合が観測された。典型的な周波数スペクトルをそれぞれ図 7(a), (b), (c) に示す。 $f_{pe}$  はいずれの場合も約 $200\text{MHz}$ である。よって $f_0$ で示す $180\text{MHz}$ 近傍の波が電子ビーム・プラズマ不安定性により励起された基本波であることが分かる。干渉波形を測定して分散関係を調べた結果、基本波は電子ビーム・プラズマ不安定性によるビームモードであるが、分数調波の分散関係はビームモードの分散関係とは一致しないことが分かった。

この分岐現象の分岐パラメータは、ドライバープラズマのフィラメントから放出される1次電子を加速するための放電電圧 $V_D$ で、電子ビームの密度に関する量である。 $V_D$ の値を増加させることにより(a)の状態( $V_D = 70\text{V}$ )から(b)の状態( $V_D = 80\text{V}$ )へ、さらに(c)の状態( $V_D = 120\text{V}$ )へと分岐する。さらに $V_D$ の値を増加させるとまた不安定波のみが励起される状態に戻り、最後に様々な周波数の波が励起される状態へと変化する。しかしこのように $V_D$ を大きく変化させても周波数スペクトルにノイズレベルの上昇は見られなかった。

また、フローティングポテンシャルの揺動成分の時間変化を測定した。ラングミュアプローブで検出した信号をデジタルオシロスコープで取り込み、埋め込みの方法を用いて解析を行った。2次元の相空間に再構成した相図を図8に示す。時間遅れ $\tau$  ( $\tau = 2 \times 10^{-9}\text{sec}$ )は波の波長の $1/4$

程度に選んである。データ長は320kByteであり、このうちの3000点をプロットした。図8(a)は不安定波 $f_0$ のみが励起される場合、図8(b)は不安定波 $f_0$ とその $1/2 f_0$ の分数調波が励起される場合の相空間の軌道を示す。ノイズによる軌道の広がりが生じており、周波数スペクトルにみられるような $1/2 f_0$ や $1/3 f_0$ ,  $2/3 f_0$ の周波数に対応する軌道は殆ど判別できない。

$1/3$ ,  $2/3$ の周波数の分数調波が励起されることからカオスとの関連が考えられるので、今後は測定した時系列から相関次元やリアプノフ指数を求めることも必要である。

次に、ターゲットプラズマ中に直径9cmのメッシュ (50line/inch) を数cm隔てて2枚設置し、一方のメッシュに数10Vのバイアスを印加し他方は接地して、メッシュ間で励起される波動を観測した。これらのメッシュ間にラングミュアプローブを挿入し、フローティングポテンシャルを検出した。フローティングポテンシャルの時間変化、典型的な周波数スペクトル及び相空間の軌道を図9に示す。周波数スペクトルは一定間隔の周波数でピークを持つ離散的なスペクトルである。相空間では広がりを持つ1周期の軌道にリミットサイクルと思われる集積点があることが分かる。このような現象がイオンプラズマ周波数近傍で観測されることが知られているが[5]、電子プラズマ周波数近傍で観測されたのは初めてである。この現象はメッシュ間に生じたダブルレイヤーに補足された電子の運動が関係している可能性が考えられる。

#### IV 結論

1. 電子ビーム・プラズマ不安定性による不安定波のみが励起される状態から、その $1/2$ の周波数の分数調波が励起される状態、さらに $1/3$ ,  $2/3$ の周波数の分数調波が励起される状態への遷移が観測された。
2. 分岐パラメータはドライバープラズマの電子密度、つまり実験領域における電子ビームの密度であると考えられ、放電電圧 $V_D$ を変化させることにより制御できる。

#### 参考文献

- [1] T.Kasuya, M.Tanaka, A.Komori and Y.Kawai, J.Phys.Soc.Jpn. **59** 3931 (1990).
- [2] R.W.Boswell, Plasma Phys. and Controlled Fusion **27**, 405 (1985).
- [3] N.Hayashi, M.Tanaka, S.Shinohara, and Y.Kawai, in *Proc. International Conference on Plasma Physics*, (Brazil, 1994), vol.3, p.33.
- [4] Y.Matsunaga and T.Kato, J.Phys.Soc.Jpn. **63**, 4396 (1994).
- [5] H.Fujita, S.Yagura, E.Yamada, Y.Kawai; and N.Sato, in *Proc. Symp. Plasma Double Layers*, (Riso, 1982), R-472, p.209.

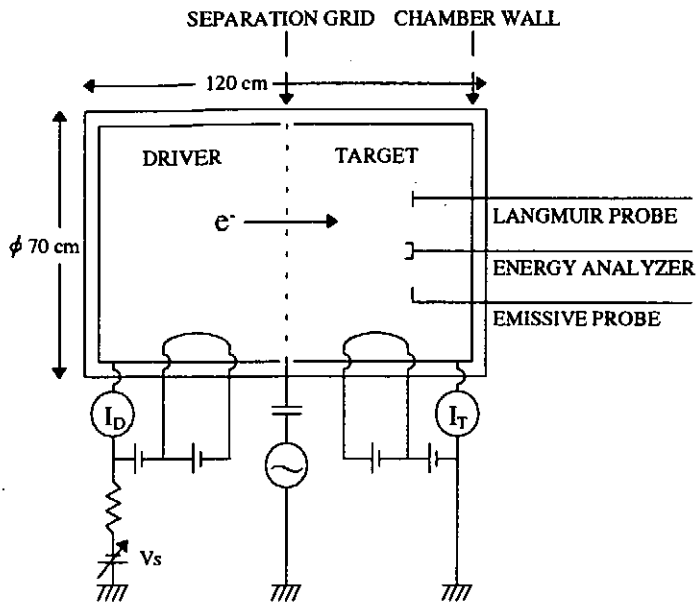


Fig.1 実験装置 (D.P.) の概略図.

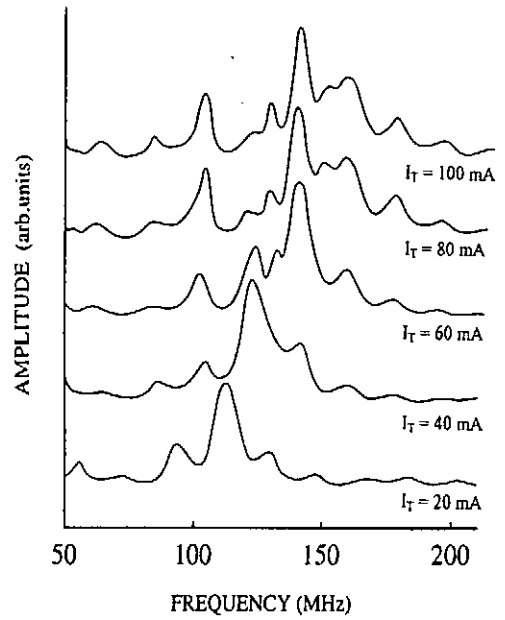


Fig.2 電子プラズマ周波数近傍の周波数スペクトル.

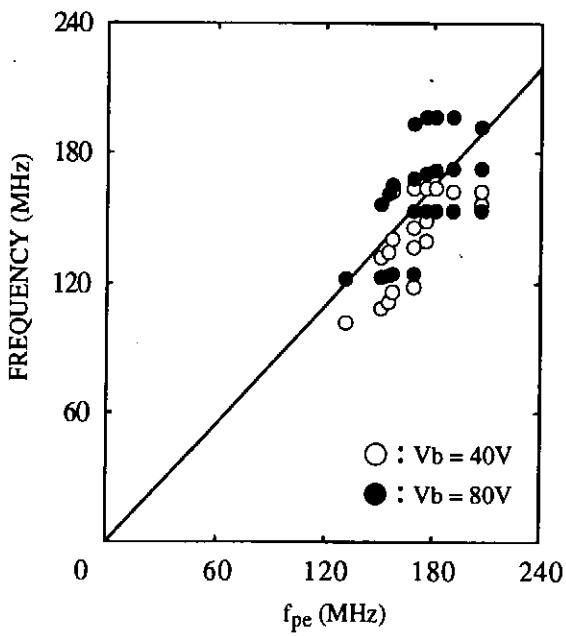


Fig.3 不安定波の周波数の密度依存性.

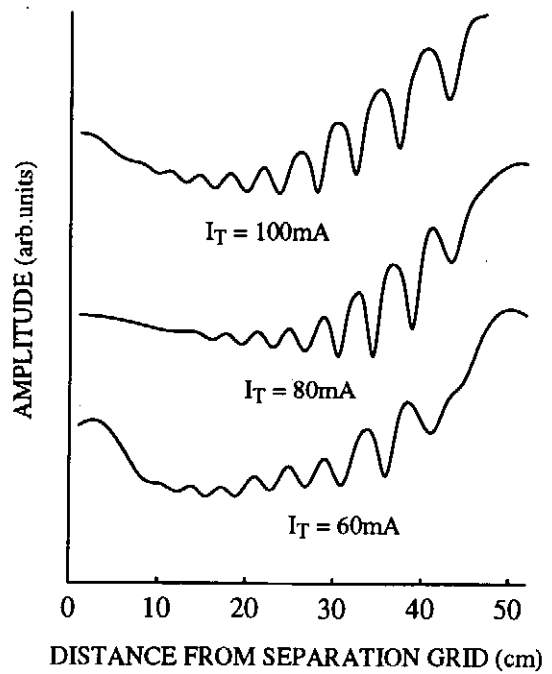


Fig.4 不安定波の振幅の軸方向変化.



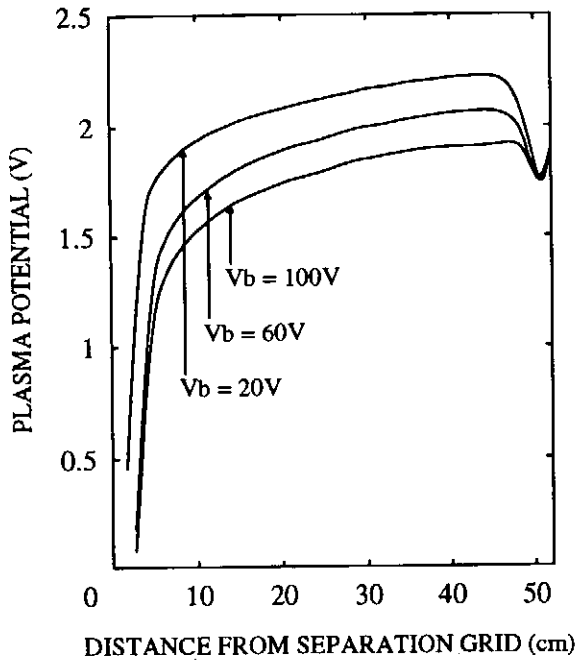


Fig.5 スペースポテンシャルの軸方向変化.

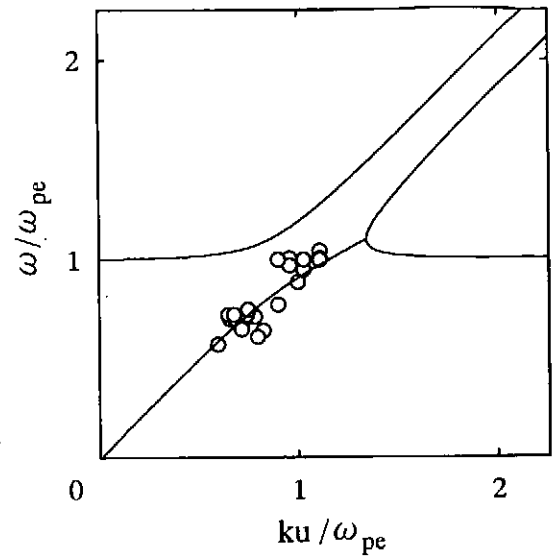


Fig.6 不安定波の分散関係. 実線は流体論による分散曲線.

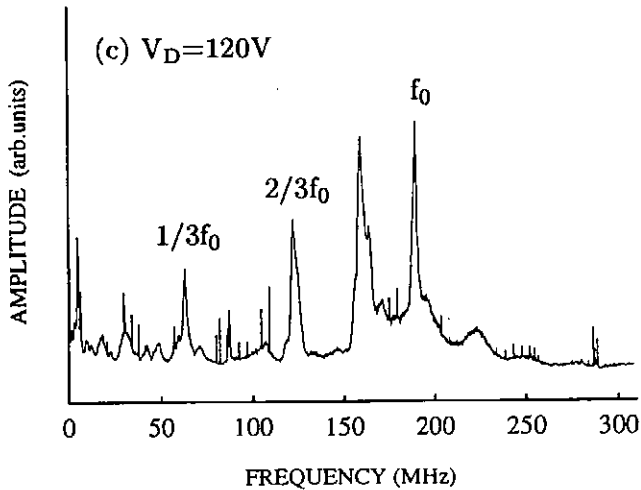
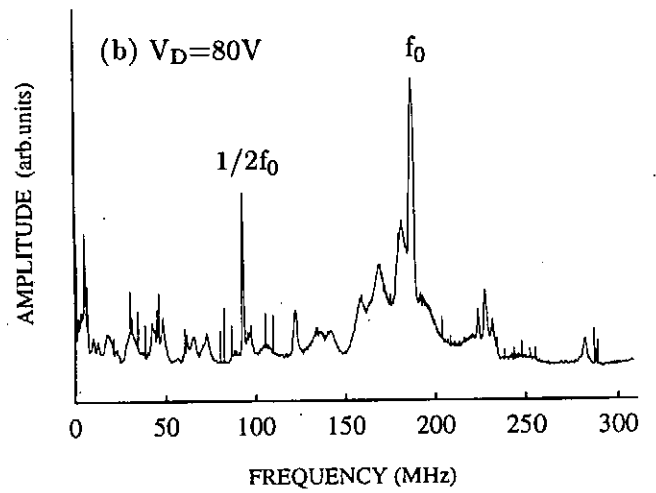
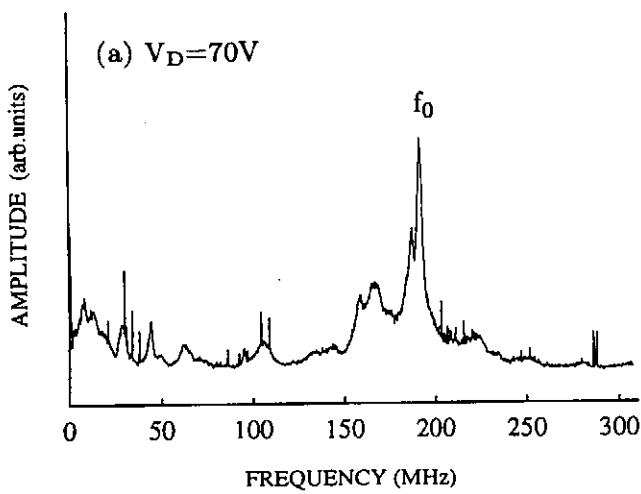


Fig.7 典型的な周波数スペクトル. (a) 不安定波  $f_0$  のみ励起される場合, (b) 不安定波  $f_0$  及び  $1/2 f_0$  の波が励起される場合. (c) 不安定波  $f_0$  及び  $1/3 f_0$ ,  $2/3 f_0$  の波が励起される場合.

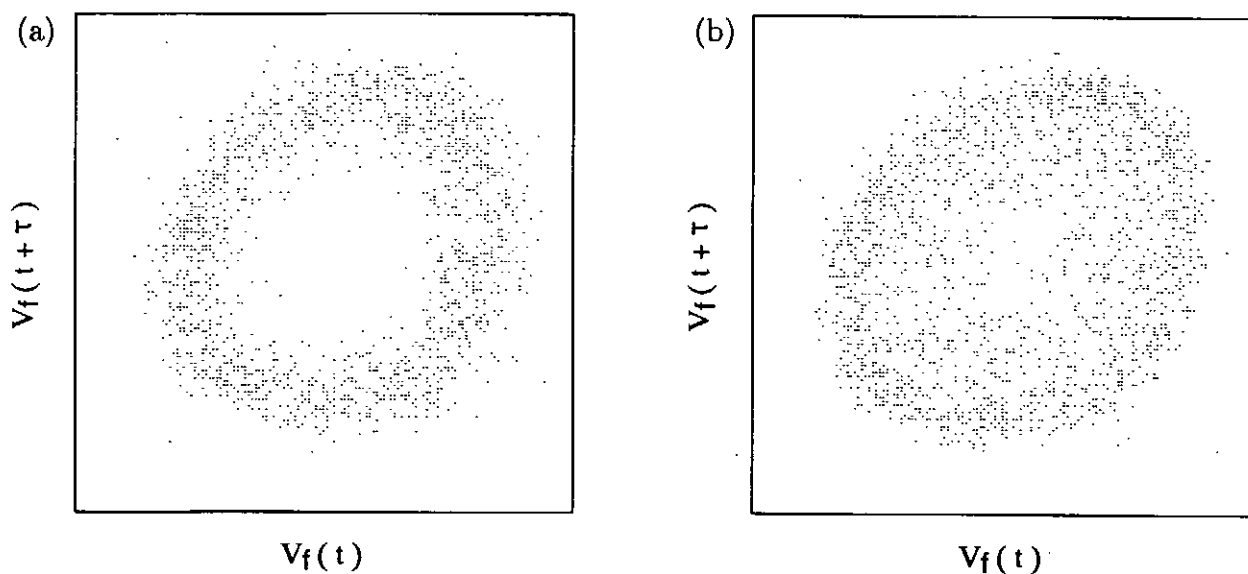


Fig.8 相空間における軌道. (a) 不安定波  $f_0$  のみ励起される場合, (b) 不安定波  $f_0$  及び  $1/2 f_0$  の波が励起される場合.

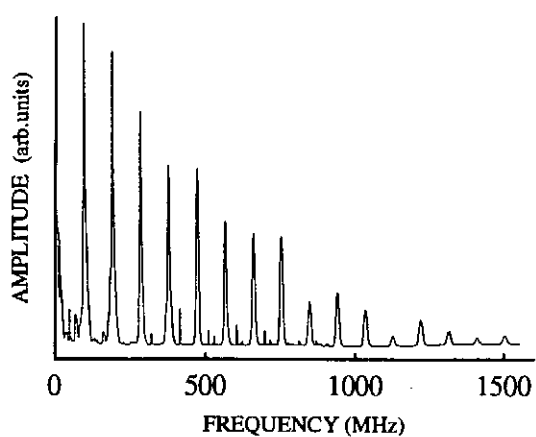
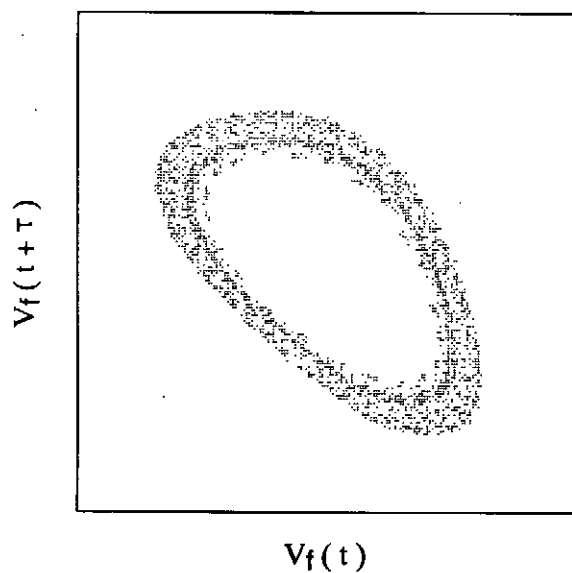
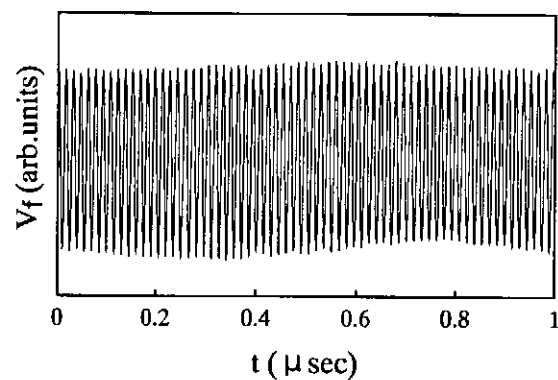


Fig.9 フローティングポテンシャルの時間変化, 典型的な周波数スペクトル及び相空間における軌道.

# 電子サイクロトロン波によるミラー捕捉電子の加速

庄山 裕章、田中 雅慶、篠原 俊二郎、河野 光雄<sup>A</sup>、河合 良信

九州大 総理工、中央大 総合政策<sup>A</sup>

## 1. はじめに

荷電粒子の加速現象の基礎過程の一つとして、波動による摂動をうける場合に荷電粒子が示すストカスティックな挙動がある。波動の振幅が大きくなると、粒子の運動のストカスティシティーは強くなり、ストカスティックな運動が支配的となることが知られている[1, 2, 3]。この観点から、直線型プラズマ発生装置のにおいて、ミラー磁場中の捕捉電子が電子サイクロトロン波によってkeV領域に及ぶ加速をうける現象を実験的に調べている。現象のモデルとしては、ミラー捕捉されて周期運動する粒子に右円偏波した電磁波による摂動を加えた系を考えている。

## 2. 実験装置と実験条件

**実験装置** 装置の概略と磁場配位を図1に示す。圧力が $2.0 \times 10^{-6}$ Torr以下に保たれている、直径13~21cm、長さ150cmのステンレス製の円筒型真空容器中に、アルゴンガスを導入して圧力を $10^{-5} \sim 10^{-4}$ Torrにして実験を行った。マイクロ波（周波数2.45GHz、電力1~5kW）を円形TE<sub>11</sub>モードに変換し、円偏波励振器によって右円偏波させ、石英のガラス窓を介して強磁場側から入射（連続波）する。放電開始後、プラズマ中に電子サイクロトロン波が励起され、これによってプラズマを維持する。弱いミラー磁場配位をX線観測ポートが見込むz=20cmを中心に形成した（ミラー比1.0~1.3）。マイクロ波入射口付近の磁場強度に対して、生成されるプラズマの特性が大きく依存することを、屈折率が高い場合に観測している。したがって、入射口での屈折率を大きく変化させてしまうような実験、即ちミラー比に対する依存性をみるような実験の場合には、特別に容器内部に小型コイルを挿入し、ミラーの容器末端側の磁場強度だけを単独で可変にした。以上の装置変更により、容器先端側

(マイクロ波入射側)の磁場強度を固定したままでミラー比が可変となる。

プラズマの特性 ラングミュアプローブによる計測から、バルクプラズマの電子温度は10eV程度、電子密度は $10^{11} \sim 10^{12} \text{cm}^{-3}$ 程度である。問題にしている高速電子群のエネルギー領域は数keVから数十keVである。バルクプラズマと高速電子群はともに、プラズマの立ち上がりから数10msec後から数10sec程度は定常状態にある。

X線計測 高速電子群の情報については、高速電子とイオンや中性粒子とのクーロン衝突による制動輻射(軟X線領域)のエネルギースペクトルを半導体検出器と波高分析器をもちいて計測する。ある固定した計測時間で得られたエネルギースペクトルについて、その高エネルギー端が10カウントを越えるエネルギーを便宜上「最大到達エネルギー」と呼ぶことにする。この最大到達エネルギーの振る舞いは系の位相空間の情報を反映するものである。

波動計測 干渉法によって求めた波動の空間波形を図2に示す。真空容器末端から中心軸上に挿入されたダイポールアンテナを干渉法に用いた。プラズマ中には電子サイクロトロン波(右回り円偏波の電磁波)が励起され、一回通過で完全に吸収される。また、その伝搬形態はミラー磁場配位の有無に大きな影響を受けない。このように電子サイクロトロン波を対象とすることで、実験における波動の存在形態としては非常に単純な状態(波が1つだけ存在する場合)が実現されている。したがって、この系を構成する力学系の自由度は少数となり、したがって問題も単純化されたものになっている。

### 3. 実験結果

X線スペクトルのミラー比依存性 図3に示すように、ミラー比1.05辺りから有意なX線放出が始まり、その総計数が急激に増大してゆく。高速電子群のエネルギースペクトルの形状がミラー比によって大きく変化しないことから(同計数までため込んだスペクトルがだいたい同じということ)、縦軸は近似的にその粒子密度を表していると考えられる。ミラー比の1.05から1.08という僅かな変化に対して高速電子群の密度は2桁も変化している。

X線スペクトルのマイクロ波パワー依存性 ガスの圧力とミラー中央での  $f/f_{ce}$  ( $f, f_{ce}$  はそれぞれ波動の周波数、電子のサイクロトロン運動の周波数) をそれぞれ2通りずつ合計4通りについて、最大到達エネルギーの振る舞いを調べたのが図4である。最大到達エネルギーはマイクロ波のパワーの  $1/3 \sim 3/2$  乗で増大している。また、ガスの圧力が低い方が最大到達エネルギーが大きく、 $f/f_{ce}$  が小さい方が最大到達エネルギーの増加率が大きいのが同図から読みとれる。ガスの圧力については、中性粒子の密度が低い方が衝突できる粒子の寿命が長くなるので図4の結果は定性的に矛盾はない。しかし、 $f/f_{ce}$  については、高速電子群と電子サイクロトロン波の相互作用領域での波の振幅が入射マイクロ波の振幅に比例しているのか否かというような問題がある。従って、最大到達エネルギーの増加率と  $f/f_{ce}$  との直接的な関係は、プラズマ内部の波動の振幅を正確に測定した上で評価する必要がある。

高速電子群の径方向分布 真空容器末端に13個のコリメートした窓を設置し、軸方向に線積分されたX線のスペクトルを観測した。エネルギースペクトルの形状は径方向位置によらない(図5)。従って、高速電子が磁力線を横切って観測領域のスケールを移動する時間より高速電子の寿命の方が長くなければならない。そうでない場合は、不可避免的に想定される波動の振幅の径方向の非一様性がスペクトルの径方向の非一様性として現れるはずだからである。エネルギースペクトルの径方向一様性より、計数率の径方向分布(図6)は径方向密度分布と同等であるとしてよい。高速電子群の径方向密度分布は直径16cmの容器内径に対して、直径6cm程度で中央付近に局在し、かつ弱い凹状をなしている。

高速電子群のエネルギー分布 高速電子群のエネルギースペクトルの形状自体についてはここまで触れなかったが、我々がおこなった様々な実験条件すべてにおいて、若干のずれや歪みはみられるものの、高速電子群のエネルギー分布をと仮定して得られる制動輻射のエネルギースペクトルの形状(これもマクスウェル分布)とそれはよく一致する。典型的な実験条件で長時間観測して得られた例をマクスウェル分布でフィットした曲線とともに図7に示す。近可積分系の相空間でよくみられるKAM面による障壁やアイランド群の存在などの構造を反映するようなスペクトルが得られなかった理由は、この実験が実現している相空間が全実験条件領域で大域的にか

オスであるためか、あるいは高速電子の寿命がそういう構造に到達するためにかかる時間に満たないためではないかと考えている。

#### 4. まとめ

単一モードの電子サイクロトロン波によって摂動をうけるミラー捕捉電子の運動という観点に沿って、高速電子群発生の実験をおこない、発生のオンセット周辺で高速電子群のエネルギースペクトルを観測した。ミラー磁場のない状態から連続した弱いミラー磁場の付加に対して高速電子群の密度はゼロから鋭く立ち上がる。これより、ミラー捕捉によって電子と波動の相互作用時間がある時間間隔以上保持されることが高速電子群発生の本質であると考えられる。高速電子の最大到達エネルギーは入射マイクロ波のパワー(2.5~5.0kW)の $1/3 \sim 3/2$ 乗で増大する。この数値にかなりの幅が生じたことの解釈は今後の課題である。軸方向に線積分された高速電子群のエネルギースペクトルの形状は径方向位置によらない。これは、高速電子が磁力線を横切って観測領域のスケールを移動する時間より高速電子の寿命の方が長いためであると解釈される。また、高速電子群の径方向密度分布は直径16cmの容器内径に対して、直径6cm程度で中央付近に局在し、かつ弱い凹状をなすことが明らかになった。高速電子群のエネルギー分布はマクスウェル分布とよく一致する。つまり、観測した高速電子群はストカスティシティーの海の中にあると考えられる。

#### 参考文献

- [1] B.V.Chirikov, Physics Reports 52, 263(1979)
- [2] J.M.Greene, J.Math.Phys. 20, 1183(1979)
- [3] A.J.Lichtenberg and M.A.Lieberman, Regular and Chaotic Dynamics, 2nd ed., Springer-Verlag(1992)

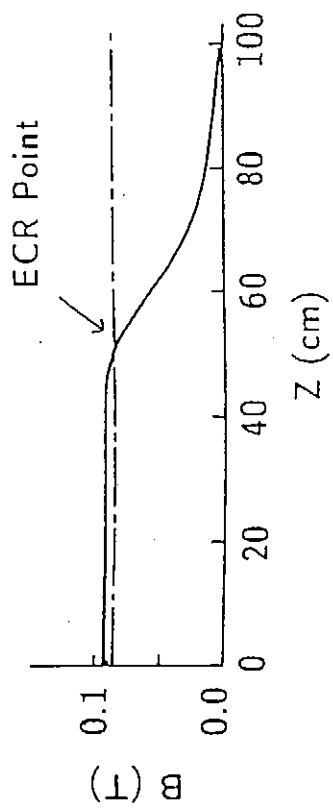
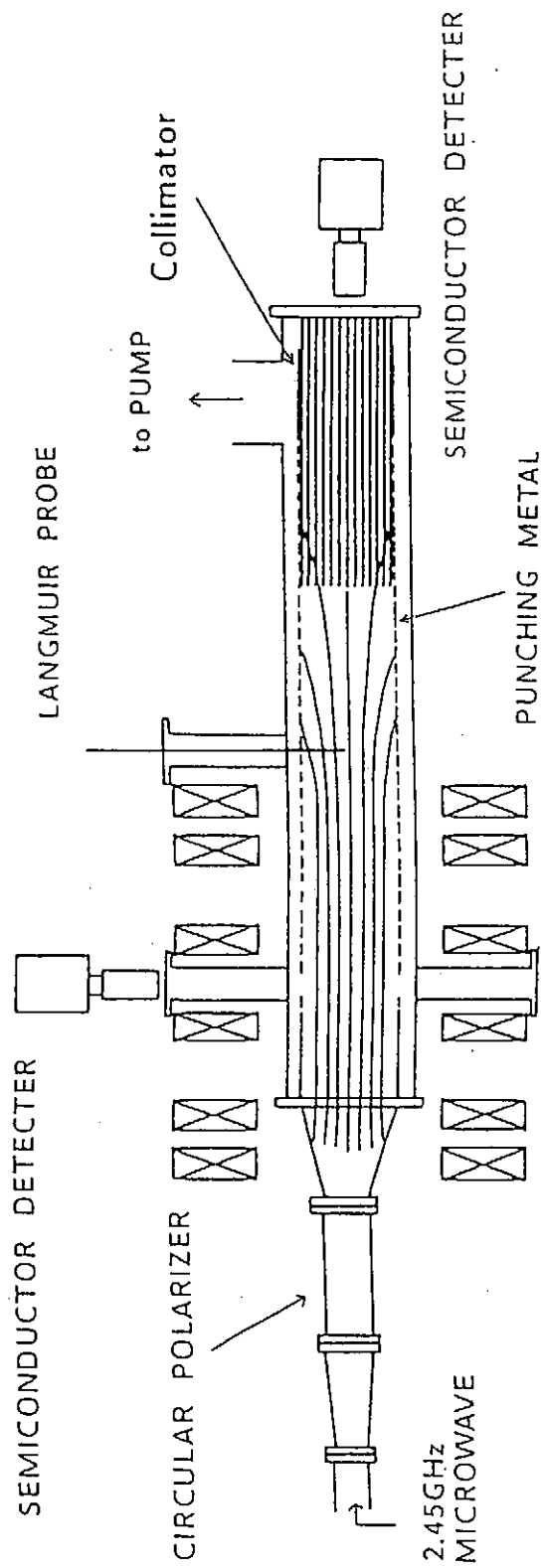


图 1

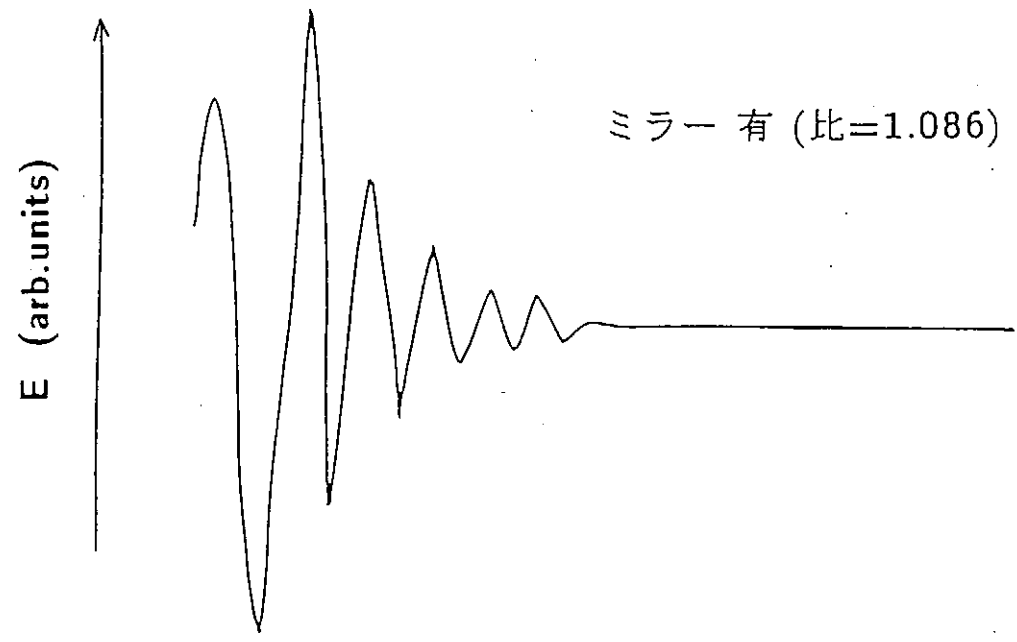
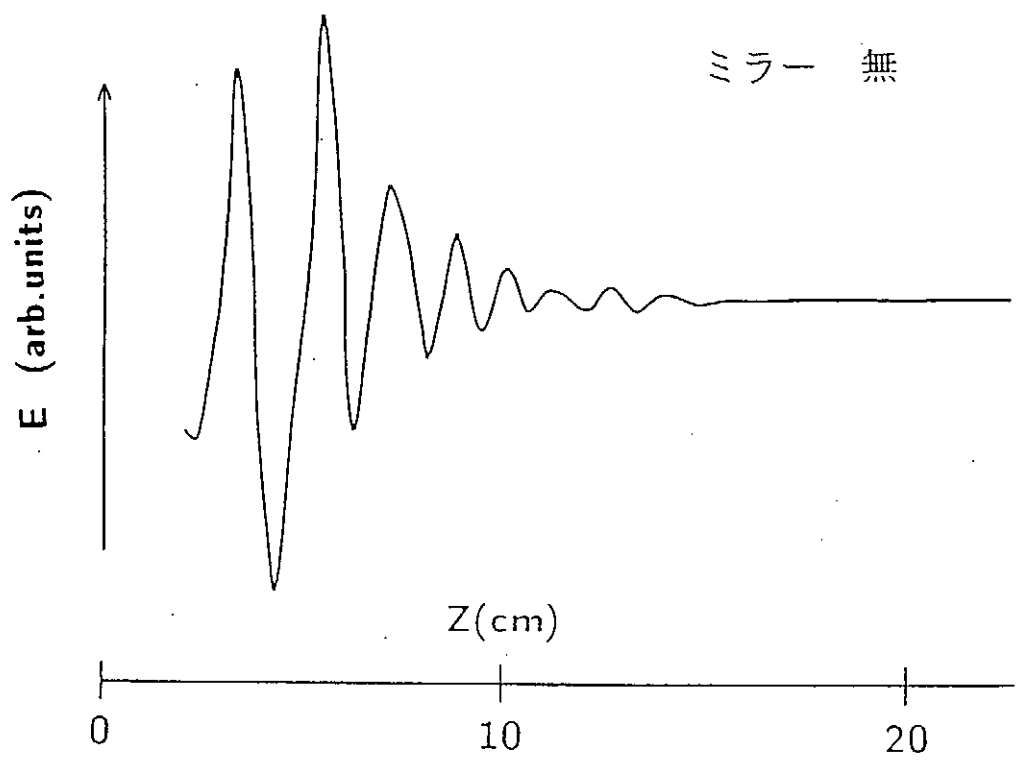


図 2



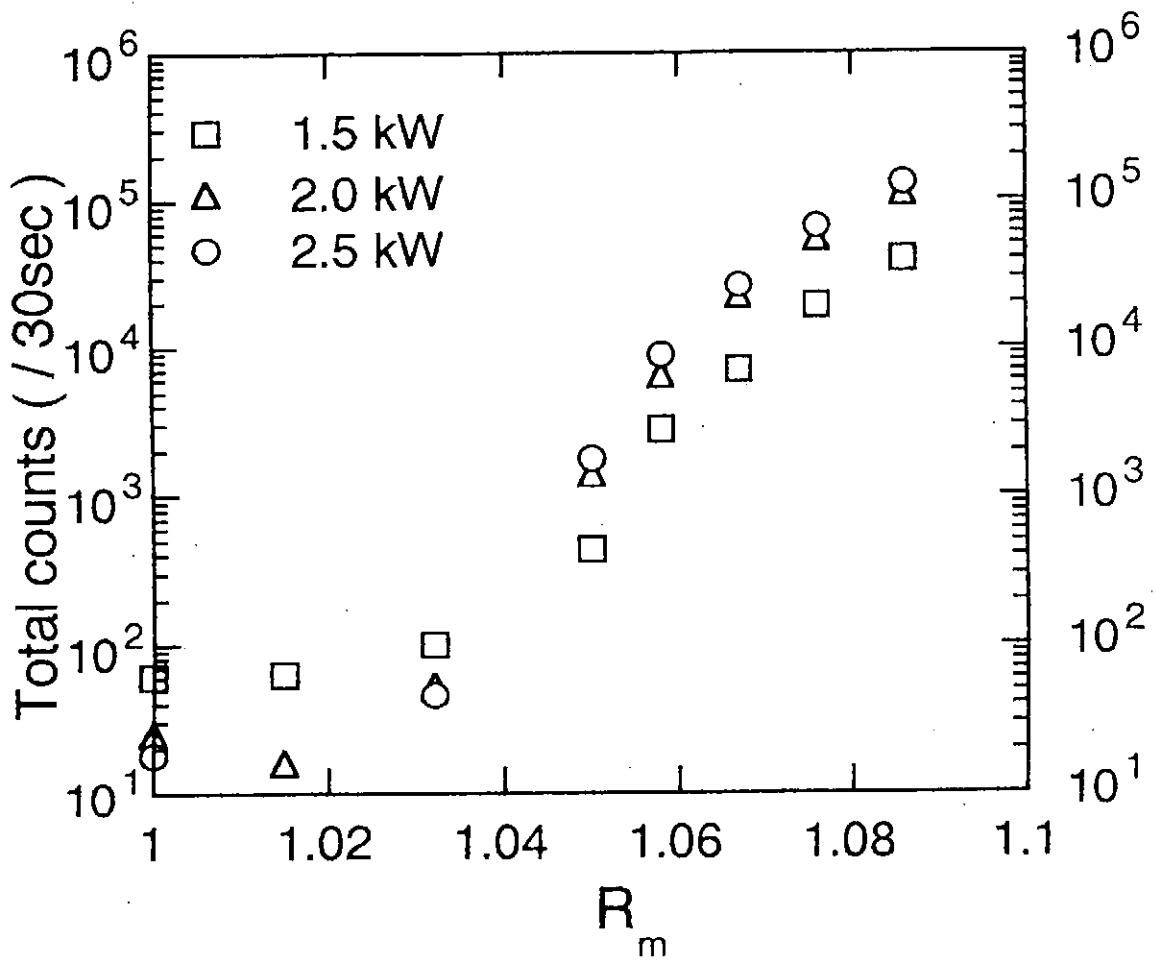
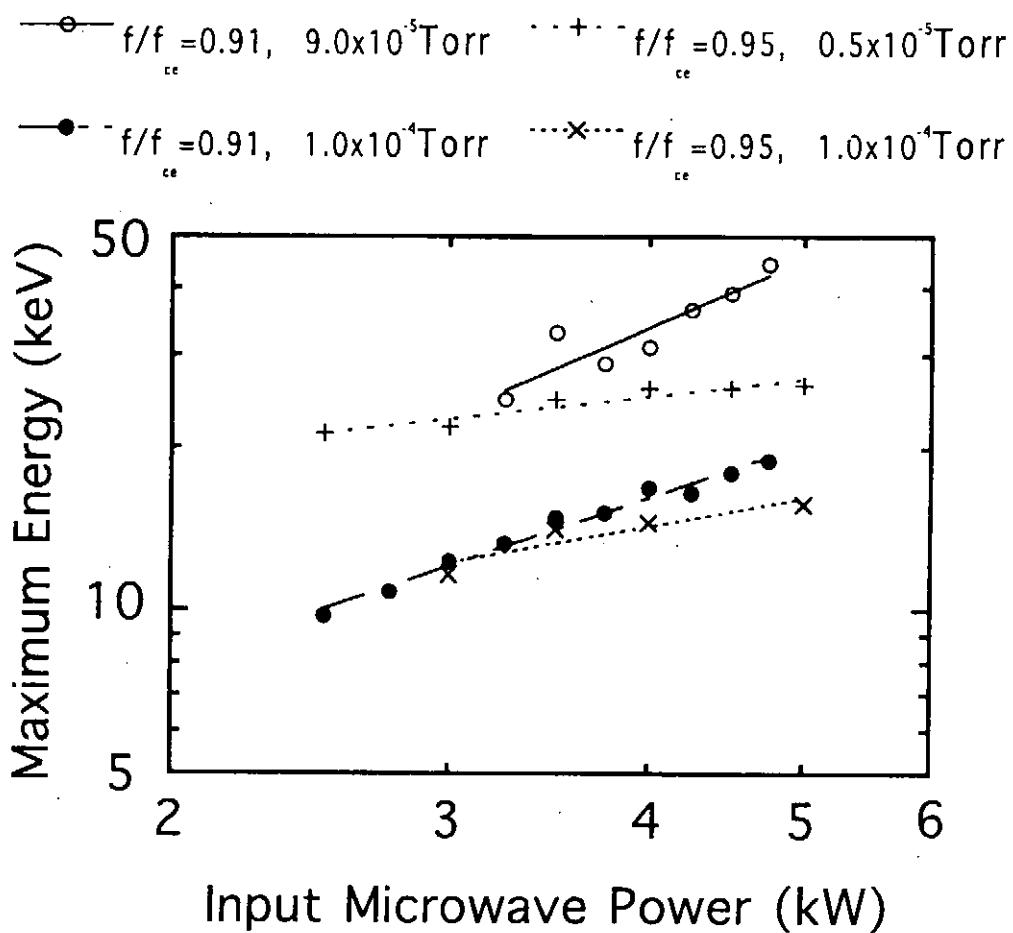


図 3



### Curve Fit (Power)

—  $y = 5.4547 * x^{(1.3144)} R = 0.92321$   
 - -  $y = 3.9497 * x^{(1.0179)} R = 0.9891$   
 ····  $y = 15.456 * x^{(0.34736)} R = 0.94928$   
 ····  $y = 6.7222 * x^{(0.54545)} R = 0.92822$

图 4

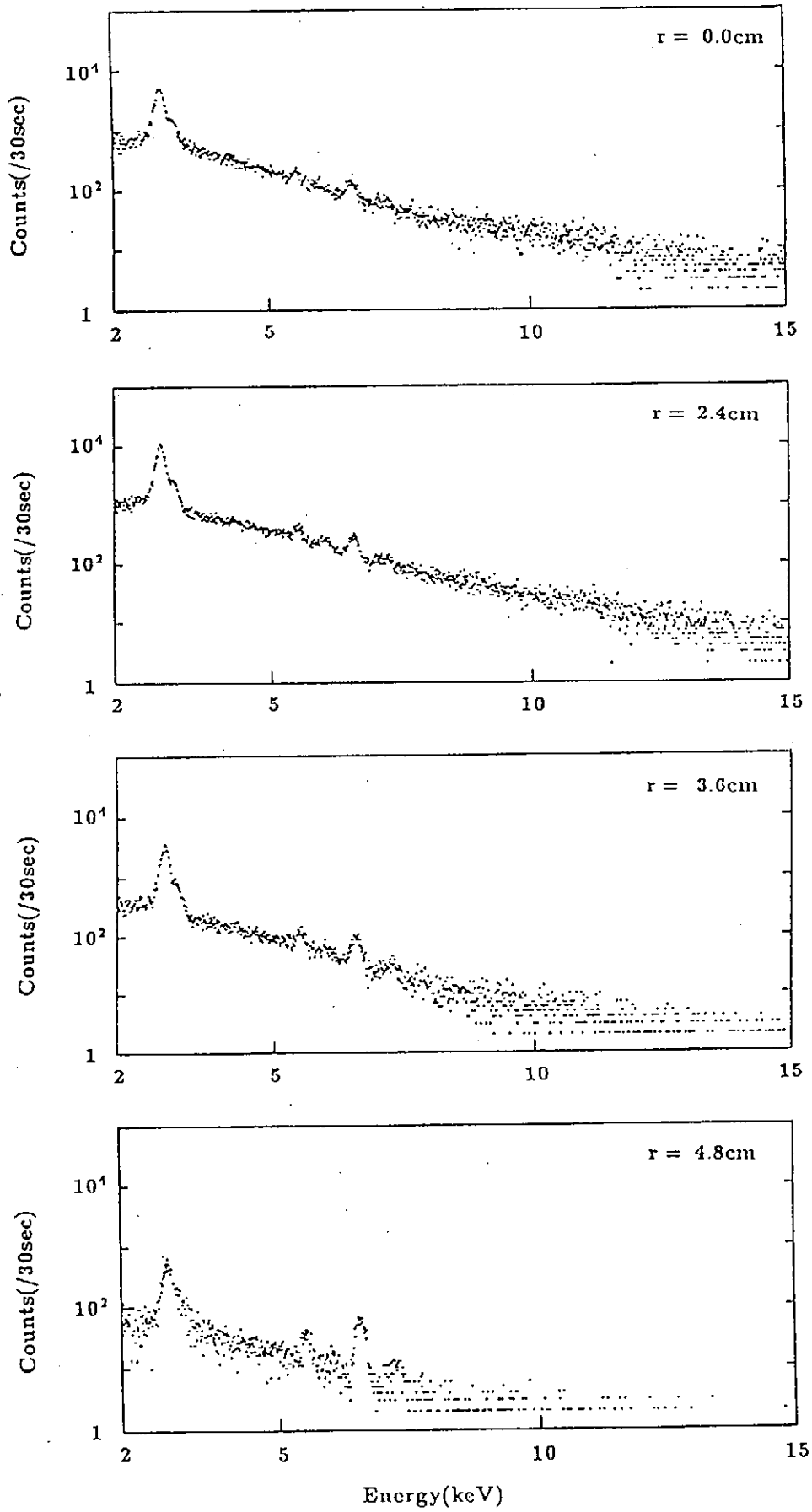


図 5

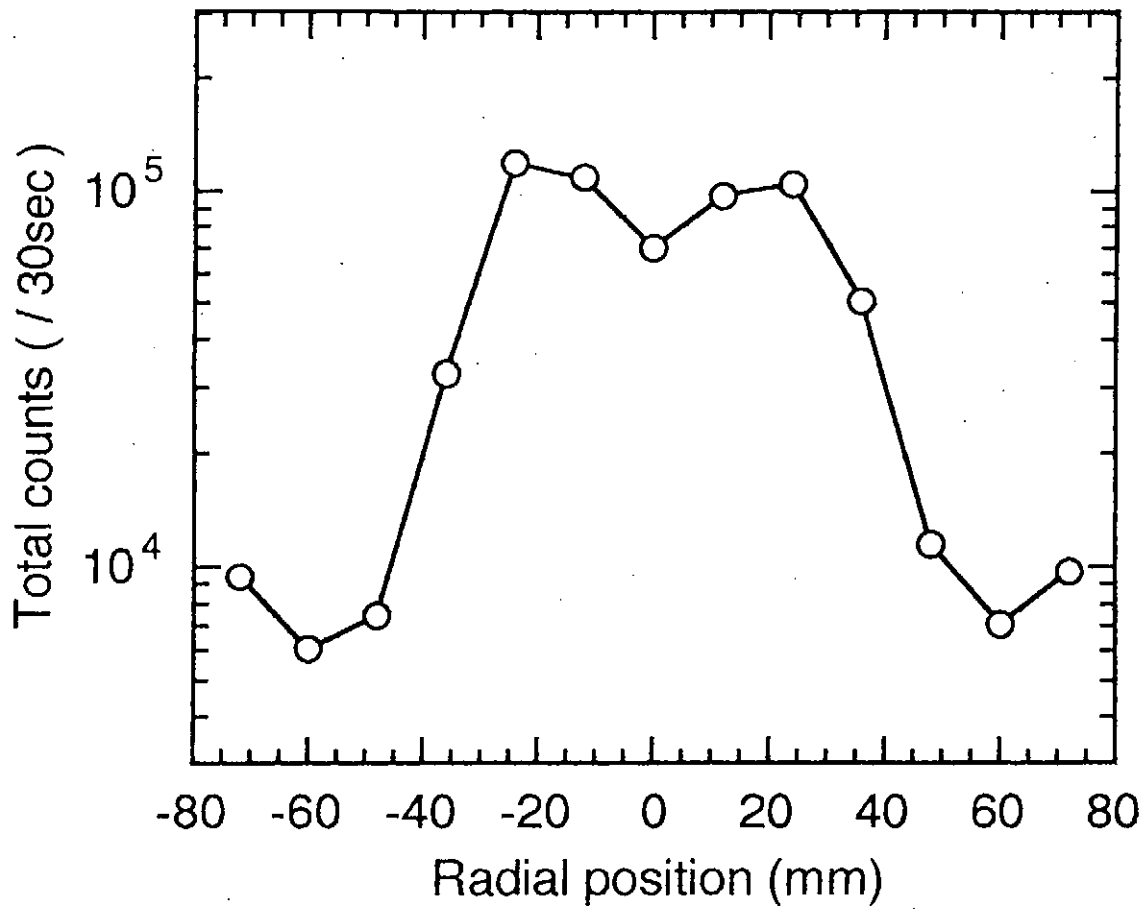


图 6

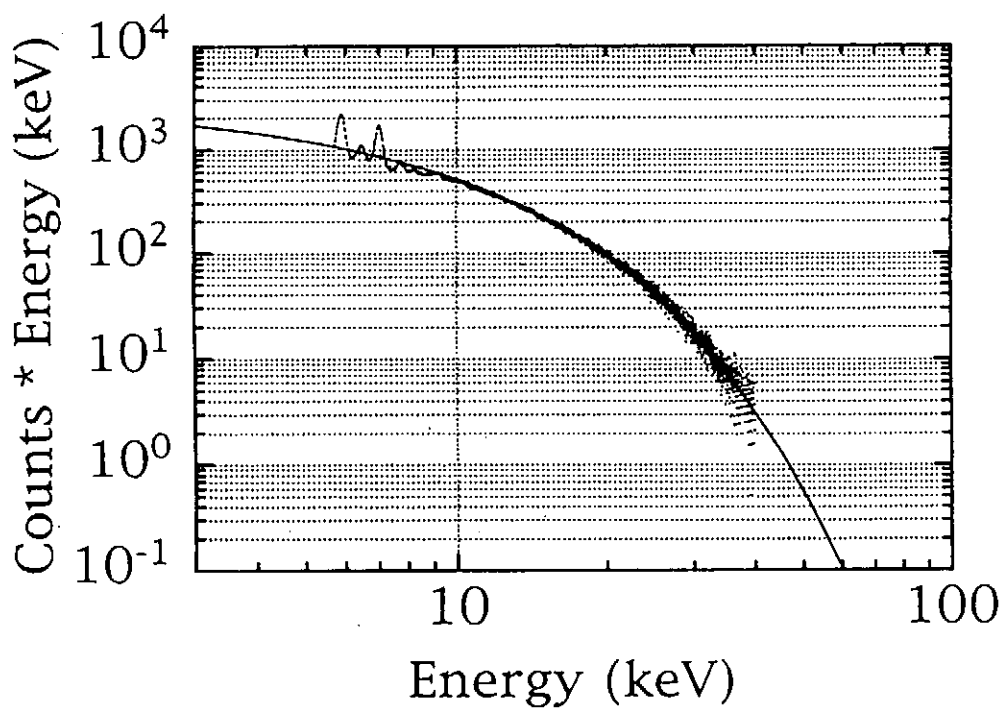


图 7

# Orbital Stochasticityを利用した開放端プラズマ流制御

北條 仁士

筑波大学プラズマ研究センター

磁場閉じ込め装置においてダイバータプラズマ等の閉じ込め領域外のプラズマを制御することは、バルクプラズマの閉じ込めを改善する上で非常に重要であることが知られている。閉じ込め領域外のプラズマの制御は次の2つの役割を担っている。一つは閉じ込め領域から損失してくるプラズマ粒子によるダイバータ板等への熱負荷の低減であり、もう一つは閉じ込め領域外で生成された冷たいプラズマや不純物のバルクプラズマ領域への逆流の抑制である。

タンデムミラーガンマ10では、閉じ込め領域からの端損失プラズマ粒子によってエンドプレートからたたき出される冷たい2次電子の閉じ込め領域内への逆流が心配されており、ECRHを利用したミラー閉じ込めで逆流を抑制するサーマルダイクやメッシュバイアス等の方法がテストされている。

ここでは新しい閉じ込め領域外のプラズマの制御法について考える。Magnetic Divertorと呼ばれるもので、昔MITのTARAタンデムミラーにおいてプラズマの安定化に利用されていた。コイル電流を逆に流して磁力線の向きを反転させ、 $\nabla B$ の非常に大きな磁場配位を局所的に形成する。粒子はこの領域を通過するとき、断熱不変性、即ち、磁気モーメントの保存性が破れて粒子軌道は大きく変化ようになる (Orbital Stochasticityと呼ぶ)。つまり磁力線に沿って進むプラズマ粒子に対して、その領域でプラズマ粒子の反射や捕捉が起こり、エンドプレートへの熱負荷やまたバルクプラズマ領域への逆流が抑制されるようになる。

## 2. モデル

このOrbital Stochasticityを利用した粒子制御に関して、用いた数値計算モデルについて紹介する。解析すべき基礎方程式ニュートンの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \mathbf{r} = \mathbf{v} \quad , \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v} = \frac{e}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad , \quad (2)$$

である。ここでは静電場の寄与は考えないことにする。というのは、静電場の軸方向分

布を求めるのは一つの研究課題であるし、また本来は現問題とセルフコンシステントに取り扱う必要があり、そのような計算は非常に複雑で容易には出来そうにもないから。外磁場 $B$ は2つの円管電流から作られる磁場の和で与えられるとする。

$$B(r, z) = \sum_{i=1,2} B_i(r, z) \quad , \quad (3)$$

各々の磁場成分は楕円積分を用いて次式で与えられる。

$$B_z = \frac{B_0}{[(a+r)^2 + z^2]^{1/2}} \left\{ K(k) + \frac{a^2 - r^2 - z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) \right\} \quad , \quad (4)$$

$$B_r = \frac{B_0 z / r}{[(a+r)^2 + z^2]^{1/2}} \left\{ -K(k) + \frac{a^2 + r^2 + z^2}{(a-r)^2 + z^2} E(k) \right\} \quad , \quad (5)$$

$$k = \sqrt{\frac{4ar}{(a+r)^2 + z^2}} \quad , \quad (6)$$

ここで、はそれぞれ第1種、及び第2種の完全楕円積分である。

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

二つの円管電流を逆に流し、また電流の大きさに差を付けることによって、Fig.1に示すような磁力線分布を持つ磁場配位を作ることが出来る。Fig.1の磁力線は、次の磁力線の方程式を解いて得られる。

$$\frac{dz}{B_z} = \frac{dR}{B_r} \quad , \quad (7)$$

Fig.2は、2つの磁力線に対して磁場の大きさ $B$ を $z$ の関数として表したものである。 $z$ の関数として見ると、上の方の図では、磁場の大きさは $z$ の多価関数になっていることが分かる。

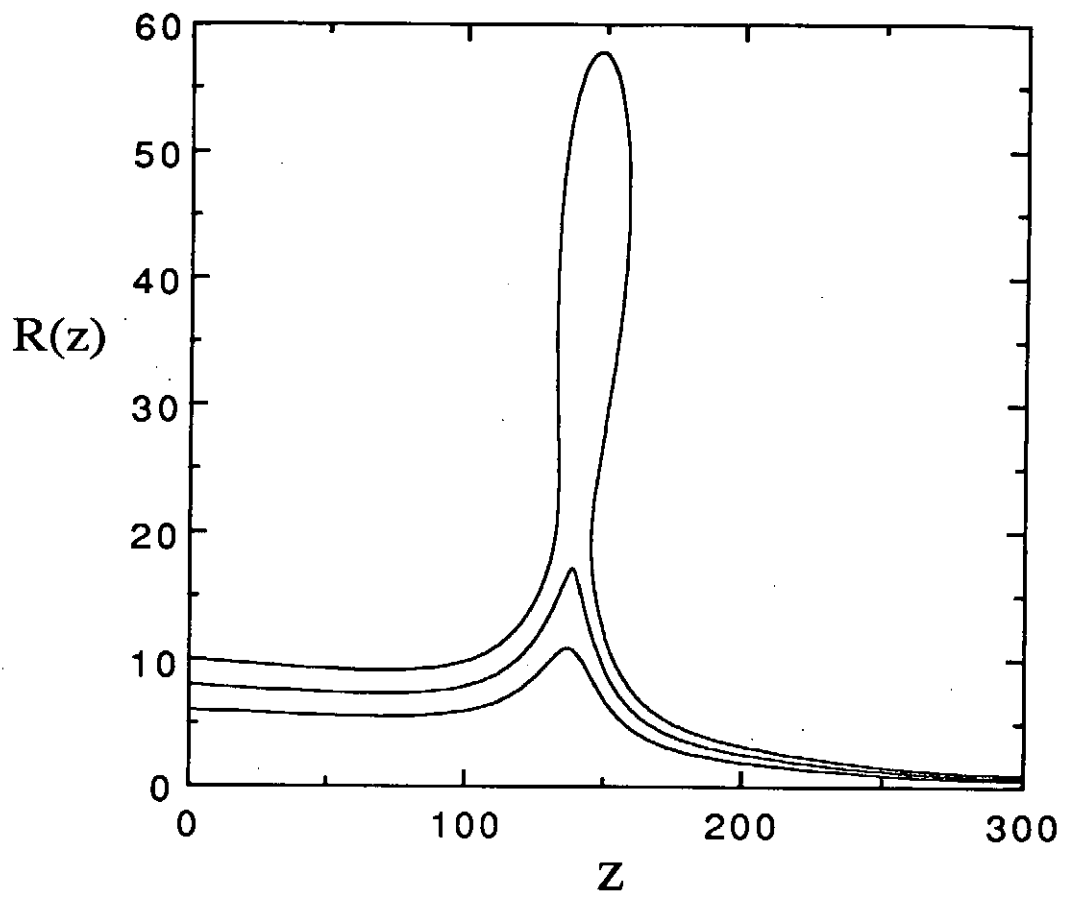


Fig.1 モデル磁場配位における磁力線分布



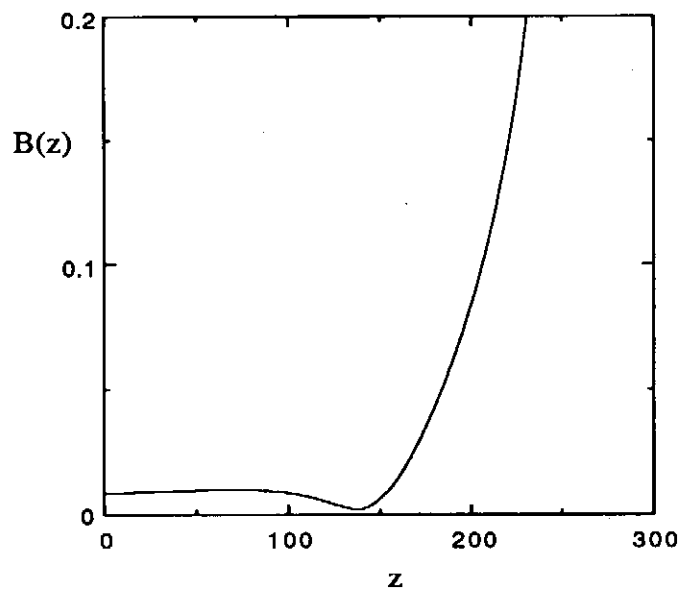
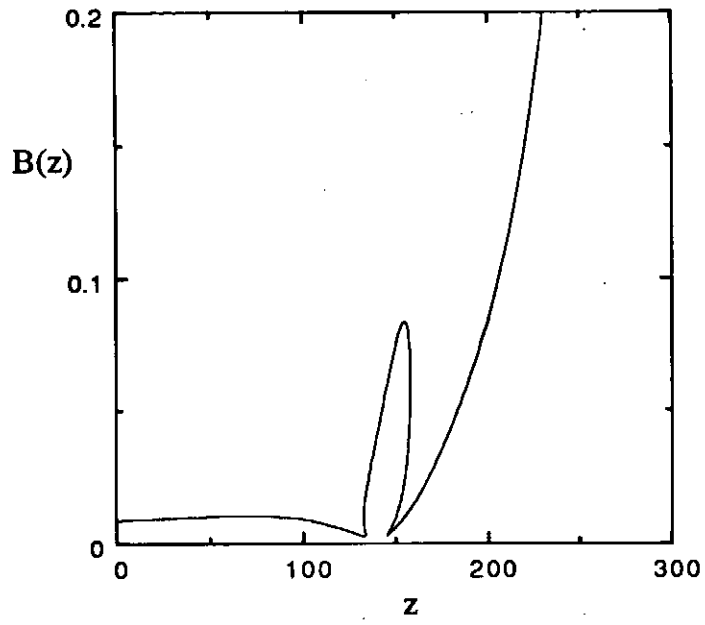


Fig.2 磁場分布 $B(z)$

### 3. 計算結果

次に、このような磁場中でのプラズマ粒子の軌道の計算結果を示す。Fig.3は磁場の弱いエンドプレート側から磁場の強い閉じ込め領域側へ逆流するプラズマ粒子の軌道を示したものである。

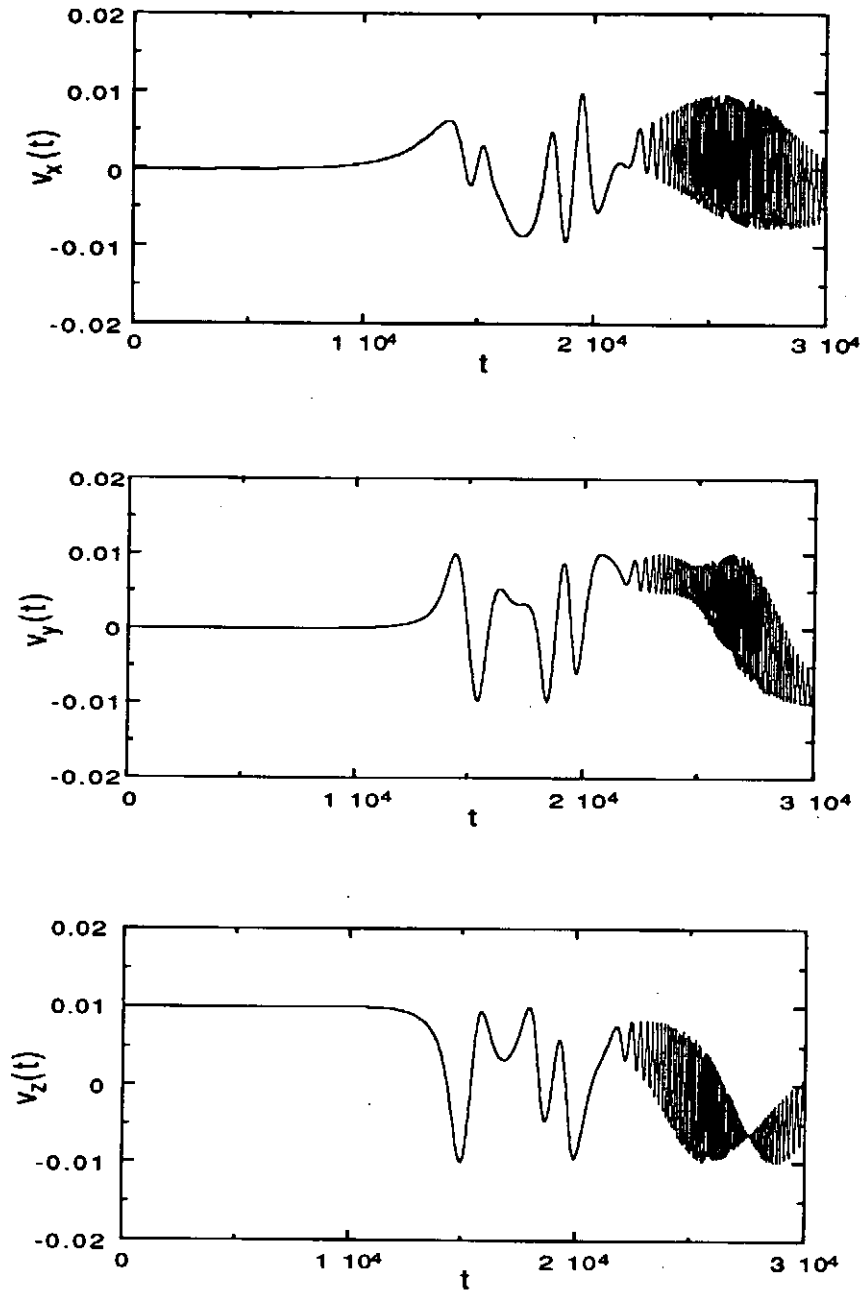


Fig.3(a) 粒子軌道における  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$

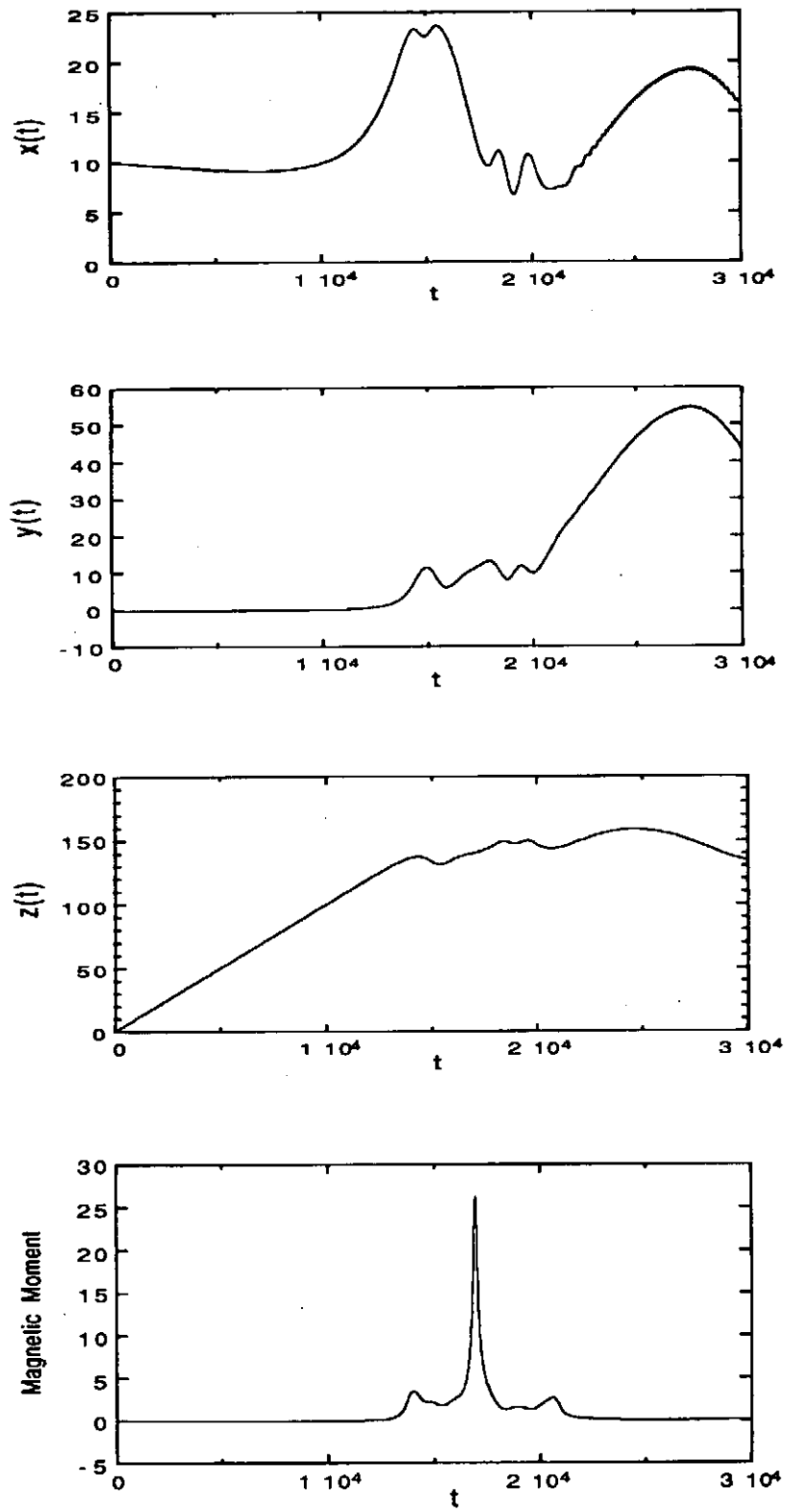


Fig.3(b) 粒子軌道における $x, y, z, \mu$

プラズマ粒子が $\nabla B$ の大きい領域に入ったとき、磁気モーメントの断熱不変性が大きく破れ、粒子は $\nabla B$ の大きい領域に捕捉されてしまうことが分かる。 $t=0$ で $x(0)=6\text{cm}$ から出発したときの計算結果（他のパラメータはFig.3と同じ）をFig.4に示す。Fig.3と同様に磁気モーメントの断熱不変性の破れにより、 $\nabla B$ の大きい領域で粒子は跳ね返されていることが分かる。

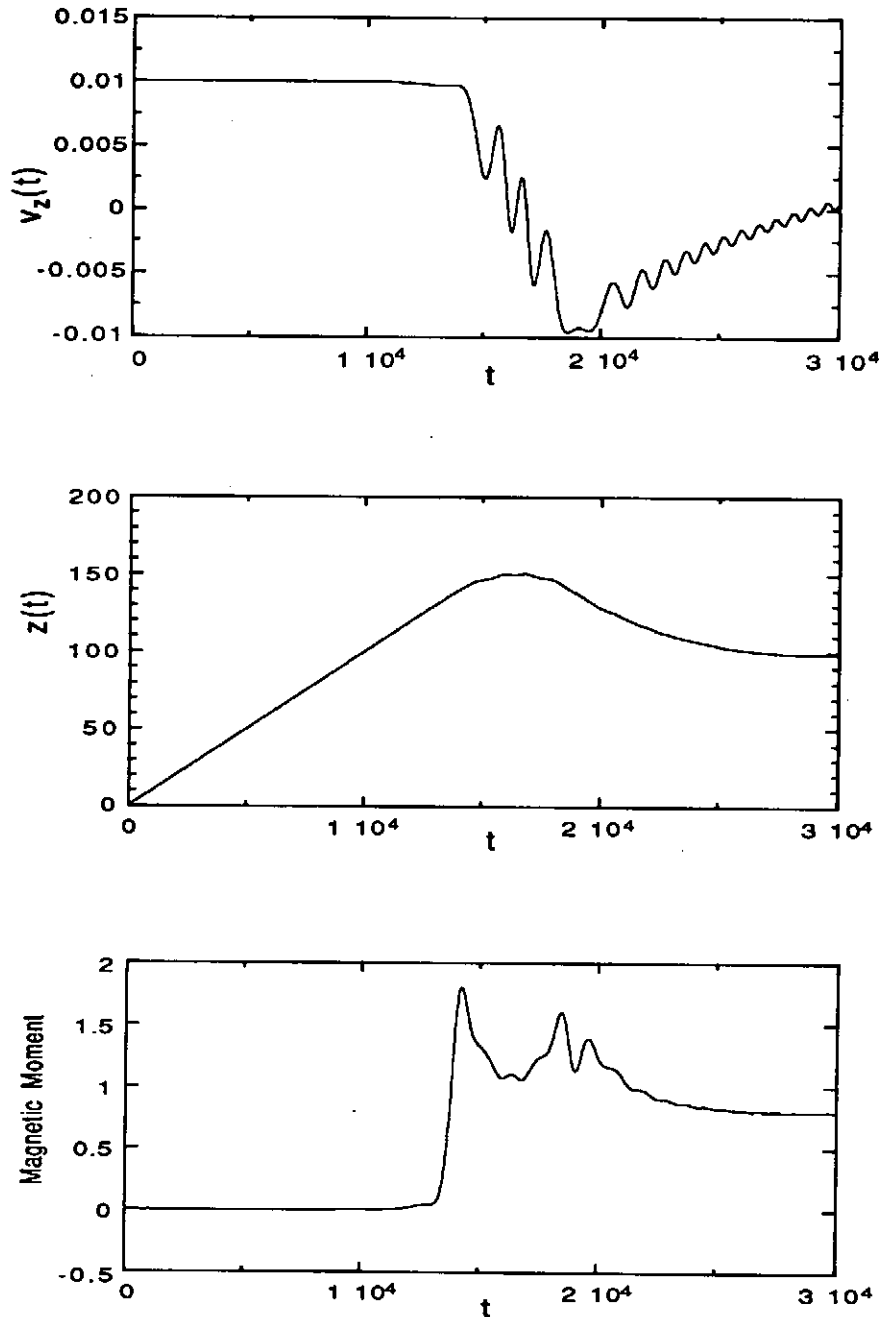


Fig.4 粒子軌道における $v_z, z, \mu$

更に、 $t=0$ で $x(0)=2, 4\text{cm}$ から出発したときの計算結果（他のパラメータはFig.3と同じ）もFig.5に示す。Fig.3と同様に磁気モーメントの断熱不変性の破れが発生し、そこから粒子軌道が変化していくことが分かる。

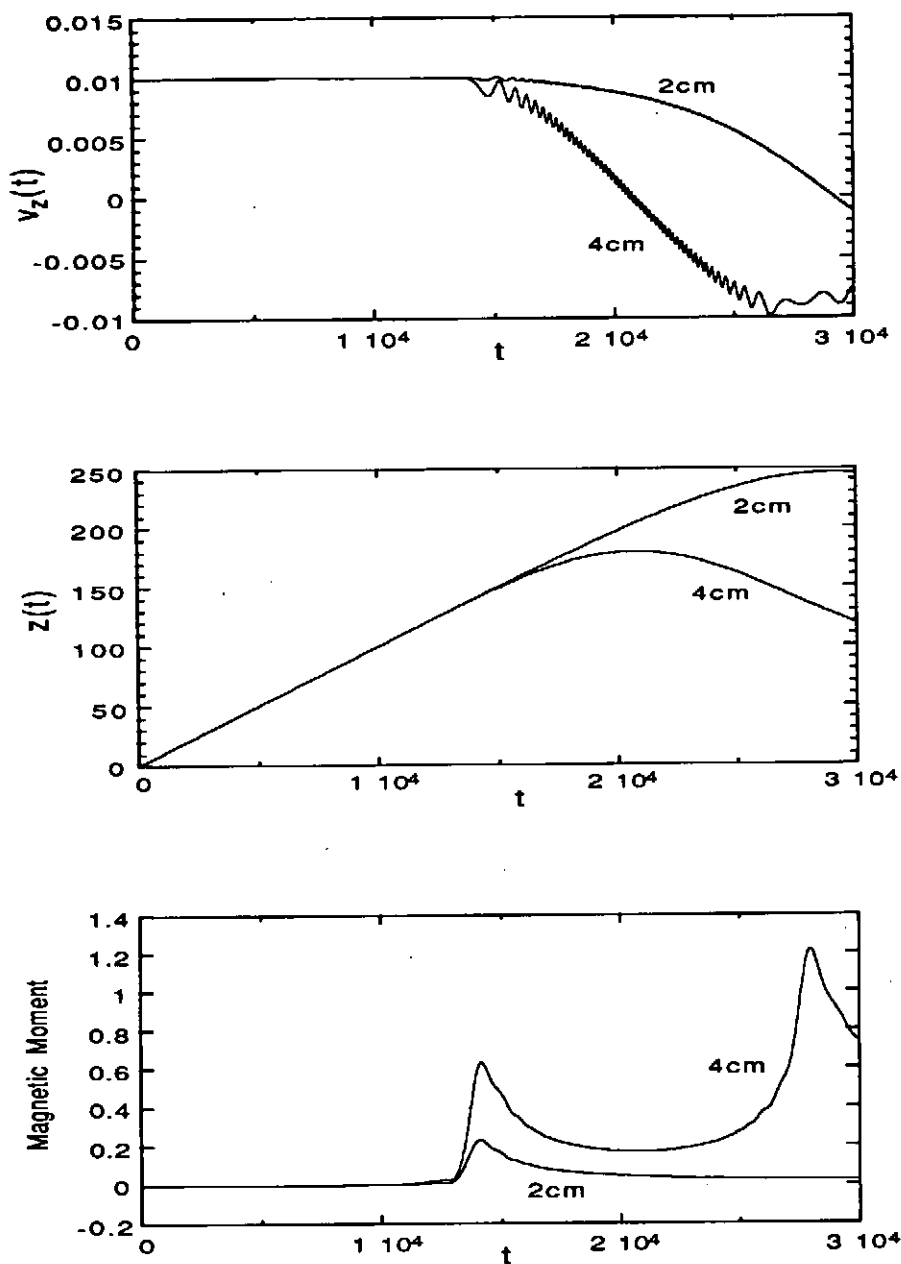


Fig.5 粒子軌道における $v_z, z, \mu$

今後は、1粒子の振る舞いだけでなく、 $\nabla B$ の大きい領域の所でプラズマとしてどのような振る舞いをするのかを明らかにしていく予定である。

# タンデムミラーにおける電位形成理論とモード転移

北條 仁士

筑波大学プラズマ研究センター

## 1. はじめに

タンデムミラーでは磁力線に沿った軸方向のイオンの閉じ込めは、装置の両端に形成される中央部に比して正の電位障壁によって成される。この時電子は両極性条件から決まる両極性電位によって同様に閉じ込められる。電位閉じ込めを利用すると、プラズマ粒子の磁気モーメントの保存性を用いたミラー磁場閉じ込めの場合に比して軸方向の閉じ込め時間が飛躍的に改善され得ることがPastukhov[1]によって理論的に示され、また実験的にも調べられている。

このイオンの閉じ込め電位形成に関する理論は先ずCohen等によって成され、強いECRHモデル[2]や弱いECRHモデル[3]等が考え出された。しかしながら、これらのモデルでは全く説明できないデータも存在することがガンマ10の実験結果から分かっている。これを克服するための新しい試みがいくつか成されているが、ここでは電位形成に与る軸方向の粒子バランス方程式に径方向拡散の効果を取り入れた解析について報告する。またこの径方向拡散としてドリフト波等の不安定波動による異常輸送を考え、その拡散係数に両極性電位から生じるExBシア流による揺動の安定化効果を取り入れると、トカマクにおけるL/H転移に類似した閉じ込め電位に関するモード転移が起こり得ることを示す。

## 2. 径方向拡散を考慮した電位形成モデル

タンデムミラーでは、ECRHで生成されるプラグ部の温かい電子の挙動がイオン閉じ込め電位の形成を左右する。プラグ電子密度 $n_t$ に対する輸送方程式[4]は

$$\frac{\partial}{\partial t} n_t = -\frac{n_t}{\tau_p} + \frac{n_u}{\tau_p} G + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r D \frac{\partial}{\partial r} n_t, \quad (1)$$

で与えられる。ここで $n_t$ は閉じ込め電位 $\Phi$ のピークでのプラグ電子密度であり、また $n_u$ は電位端での中央部からの冷たい通過電子の密度である。 $\tau_p$ はプラグ電子の軸方向の閉じ込め時間であり、 $G$ は $Re \Phi / T_u \gg 1$ の時

$$G = \sqrt{\frac{T_t}{T_u}} \exp\left(\frac{e\Phi}{T_t}\right), \quad (2)$$

で与えられる。 $R$ は電位端での磁場と電位ピークでの磁場とのミラー比であり、また $T_i$ 、 $T_u$ はそれぞれプラグ電子温度と通過電子温度である。そして $D$ は径方向拡散の拡散係数を表す。閉じ込め時間 $\tau_p$ は、ガンマ10のように $R < 1$ では、 $Re\Phi/T_u \gg 1$ の時

$$\tau_p = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \tau_{ee} g(R) \frac{e\Phi}{T_i} \exp\left(\frac{e\Phi}{T_i}\right) , \quad (3)$$

で与えられ、また $Re\Phi/T_u \ll 1$ の時は

$$\tau_p = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \tau_{ee} \left[ \exp\left(\frac{e\Phi}{T_i}\right) - 1 \right] , \quad (4)$$

で与えられる。ここで、 $\tau_{ee}$ は電子-電子の衝突時間であり、 $g(R)$ はミラー磁場閉じ込め効果の大きさを表している。

定常状態では、 $n_u = \alpha n_i$  ( $\alpha$ =定数)とおき、また $D$ =定数を仮定すると、

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} n_i + \frac{\alpha G - 1}{D \tau_p} n_i = 0 , \quad (5)$$

が得られる。この(5)式は $\alpha G > 1$ に対してwell-behavedな解を持つ。この方程式の境界条件は中心 $r=0$ で $dn_i/dr=0$ 、プラズマ端 $r=a$ で $n_i=0$ で与えられる。ここで、 $n_i(r) = n_{i0} f(r)$ 、 $T_i(r) = T_{i0} h(r)$ を仮定すると、 $\tau_{ee}$ の空間依存性は $\tau_{ee}(r) = \tau_{e0} [h(r)]^{3/2} / f(r)$ と表すことができる。さらに $e\Phi/T_i = \text{定数}$ 、 $T_i/T_u = \text{定数}$ を仮定すると、(5)式は次の固有値方程式

$$\frac{1}{\zeta} \frac{d}{d\zeta} \zeta \frac{d}{d\zeta} f + \mu \frac{f^2}{h^{3/2}} = 0 , \quad (6)$$

に帰着する。 $\zeta = r/a = 0$ で $f=1$ 、 $df/dr=0$ 、かつ $\zeta=1$ で $f=0$ の境界条件から固有値 $\mu$ が求められて、最終的に電位 $\Phi$ を決定する方程式

$$\alpha G - 1 = \mu \frac{D \tau_{p0}}{a^2} \equiv \frac{\tau_{p0}}{\tau_{\perp}} , \quad (7)$$

が得られる。ここで $\tau_{\perp} = a^2 / \mu D$ である。温度の径方向分布に対して $h(r) = \exp[-(r/a)^2]$

を仮定した時、固有値 $\mu$ はFig.1に示されるような値を持つ。

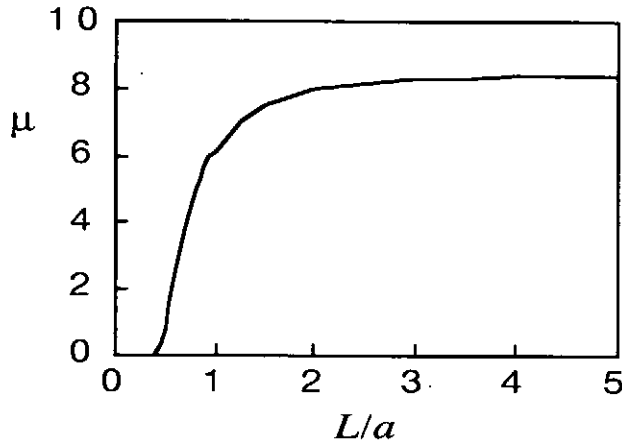


Fig.1 固有値 $\mu$ の $L/a$ 依存性

(2)式を用いると、(7)式から

$$\frac{e\Phi}{T_t} = \ln\left[\frac{n_t}{n_u} \sqrt{\frac{T_u}{T_t}} \left(1 + \frac{\tau_{p0}}{\tau_{\perp}}\right)\right], \quad (8)$$

が得られる。径方向の閉じ込め時間が軸方向の閉じ込め時間に比して十分に大きい時、即ち、 $\tau_{p0}/\tau_{\perp} \ll 1$ である時、Cohenの弱いECRHモデルの結果である修正ボルツマン則が再現されることが分かる。そして径方向拡散からくる有限な径方向閉じ込め時間の効果は閉じ込め電位 $\Phi$ を大きくすることが分かる。

またRF波動等による速度空間拡散がある場合、Fokker-Planck方程式の解析結果を用いると、(8)式は更に次式のように一般化される[5]。

$$\frac{e\Phi}{T_t} = \frac{1}{\lambda} \left\{ \left[ \frac{n_t}{n_u} \sqrt{\frac{T_u}{T_t}} \left(1 + \frac{\tau_{p0}}{\tau_{\perp}}\right) \right]^{\lambda} - 1 \right\}, \quad (9)$$

ここで、 $\lambda$ はRF駆動拡散係数と衝突拡散係数との比を表す。(9)式から $\lambda=0$ の極限で(8)式が再現されることが分かる。有限な $\lambda$ の効果も閉じ込め電位 $\Phi$ を大きくすることが分かる。(8)式から与えられる電位の大きさをFig.2に示す。 $(n_t/n_u)(T_u/T_t)^{1/2}=2$ を仮定し、また $\Phi_0$ は修正ボルツマン則で与えられる電位の大きさ $\Phi_0=T_t \ln[(n_t/n_u)(T_u/T_t)^{1/2}]$ である。この(9)式の解析結果は、京都大学のHIEIタンデムミラーの実験結果を比較的良く説明できることが分かった[6]。



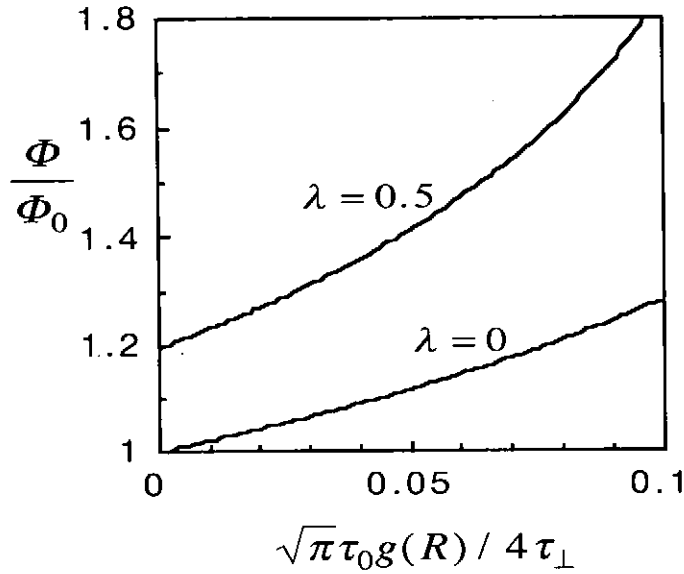


Fig.2 (9)式で得られる電位 $\Phi$ と修正ボルツマン則による電位 $\Phi_0$ との比較

### 3. 閉じ込め電位のL/Hモード転移を起こす解析モデル

この節では径方向輸送の拡散係数が電位 $\Phi$ の関数である場合を考える。基礎方程式は(1)式であるが、両極性電位から生じる $E \times B$ シア流によるドリフト波等の揺動の安定化効果を取り入れて、拡散係数 $D$ に対して

$$D = \frac{D_0}{1 + \kappa(e\Phi/T_t)^2} \quad , \quad (10)$$

を仮定する。従って、拡散係数 $D$ は電位 $\Phi$ の大きさに依存して変化する。閉じ込め時間 $\tau_p$ に対しては(3)式を用いることにする。第2節と同様にして得られる(8)式、または

$$\exp\left(\frac{e\Phi}{T_t}\right) = \frac{n_t}{n_u} \sqrt{\frac{T_u}{T_t}} \left(1 + \frac{\tau_{p0}}{\tau_\perp}\right) \quad , \quad (11)$$

は、軸方向の閉じ込め時間 $\tau_{p0}$ 及び径方向の閉じ込め時間 $\tau_\perp$ が電位 $\Phi$ の関数であるために電位 $\Phi$ の非常に複雑な関数になっている。これから(8)式または(11)式から求められる

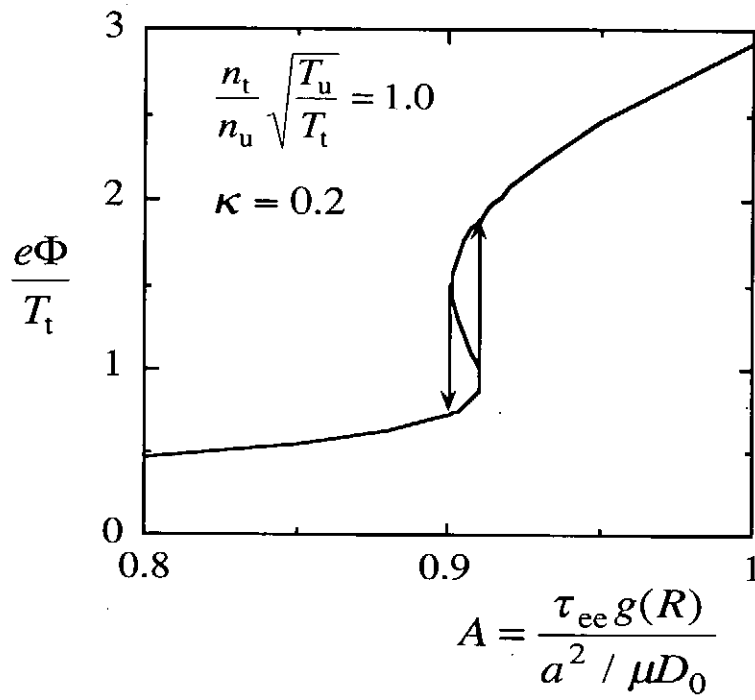


Fig.3 閉じ込め電位 $\Phi$ に関するモード転移

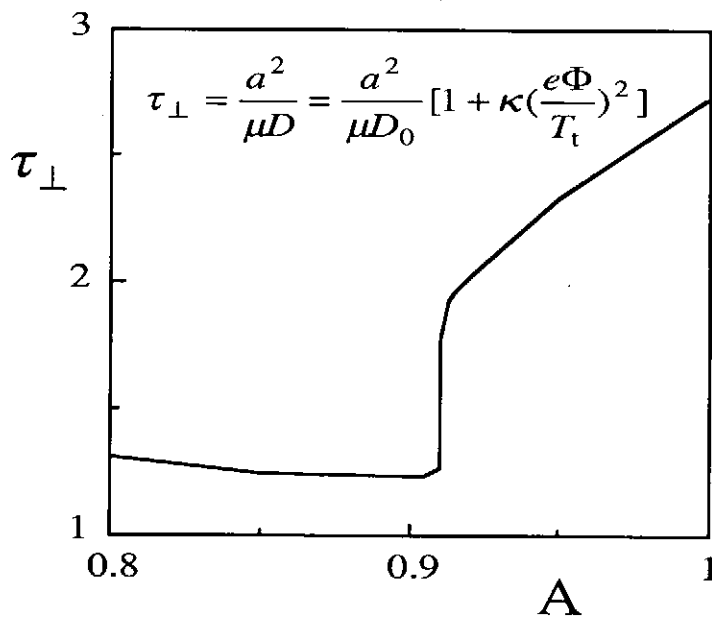


Fig.4 径方向閉じ込め時間 $\tau_{\perp}$ のジャンプ

閉じ込め電位 $\Phi$ の解は複雑な振る舞いを示し、Fig.3に示すようにあるパラメータの変数に対してある領域において多価関数になることが分かる。これはトカマクにおけるL/Hモード転移の現象[7]に類似しているように見える。この閉じ込め電位 $\Phi$ のL/Hモード転移に伴って、Fig.4に示すように径方向の閉じ込め時間 $\tau_{\perp}$ もジャンプすることになる。また(3)式から分かるように、軸方向の閉じ込め時間 $\tau_{\parallel}$ も同時に電位 $\Phi$ の転移に伴ってジャンプすることになる。従って、この閉じ込め電位 $\Phi$ のL/Hモード転移によって閉じ込め時間の顕著な改善が得られることになる。

#### 4. おわりに

本論文では、プラズマの径方向輸送を取り入れたタンデムミラーにおける新しい閉じ込め電位形成の理論を紹介した。非常に簡単化されたモデルを用いたが、得られた結果は非常にもっともらしいように見える。また径方向輸送の拡散係数に対してトカマクと同様な不安定揺動のExBシア流による安定化効果をモデル的に取り入れることによって、閉じ込め電位に関するL/Hモード転移の起こり得る可能性を示した。今後はモデルを更に精錬していく予定である。

最後に日頃色々と議論して頂いている筑波大学プラズマ研究センターの方々に感謝致します。また、本研究の一部は平成6年度文部省科学研究費補助金（一般研究C）による研究成果であることを付記しておく。

#### 参考文献

- [1] V.P. Pastukhov: Nuclear Fusion **14** (1974) 3.
- [2] R.H. Cohen, I.B. Bernstein, J.J. Dorning and G. Rowlands: Nuclear Fusion **20** (1980) 1421.
- [3] R.H. Cohen: Phys. Fluids **26** (1983) 2774.
- [4] H. Hojo: J. Phys. Soc. Jpn. **62** (1993) 4148.
- [5] H. Hojo, T. Hatori and S. Miyoshi: J. Phys. Soc. Jpn. **59** (1990) 789.
- [6] Y. Yasaka, O. Sakai, H. Takeno and H. Hojo: Nuclear Fusion **34** (1994) 1263.
- [7] S.I. Itoh and K. Itoh: Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 2276.

# 放電プラズマのヒステリシスと低周波振動

## Hysteresis and Low Frequency Oscillation in Gas Discharge Plasma

早大理工 松永康 加藤鞆一

School of Science and Engineering Waseda University, Tokyo, 169-50

### Abstract

The current-voltage characteristics of Ar plasma-sheath system with thermoionic cathode exhibit hysteresis, and the system shows low frequency chaotic oscillation. Assuming charge distribution spatially that ions have uniform, beam electrons from hot cathode have an exponentially decreasing distribution, and plasma electrons have Boltzmann distribution in thermal equilibrium, we analytically solve Poisson equation by using linear approximation. The motion of ions in this potential is calculated numerically, and period-doubling bifurcation and chaotic oscillation are obtained for a region of parameters. Next, a hysteresis phenomenon is discussed by the rate equations with source terms. However, the stationary solutions do not exist in reasonable range, and an example of systems is unstable. We also discuss the phenomenon in a view point of cooperative effect, that is, in the case that the reaction coefficients depend on the density through the temperature. The problem also remains in this case. Therefore, we try to describe the temperature change by thermodynamics. In this way, we treat the change as the thermoelectric phenomenon. As a result, it is shown that the dependence of the temperature of the electric field is divergence and that the mode jump exists.

### 1. はじめに

熱電子放出型陰極を用いたプラズマの電流電圧特性は、ヒステリシスを描き、低周波のカオスが観測されている。我々の研究室で行った典型的な放電特性を図1に示す。図1のモードが遷移する前の状態で低周波(1kHz程度)の正弦波を印加しその振幅を変化させると、放電電流が低周期倍化を起しカオス的振動が観測される。図2に典型的な実験結果を示す。この不安定性のモデルとして、モードジャンプする前の状態での非線形ポテンシャル中に捕まったイオンの運動によるパラメータ励振に注目して解析を行った。その結果、あるパラメータ領域において、定性的にこの現象が説明されることが示された。1)

次に、ヒステリシス現象の説明として、生成消滅による粒子数変化を記述する釣り合いの方程式に基づき、定常状態での密度変化を考えたが、妥当な範囲に定常解が存在しないこと、ある例では安定根が一つしか存在しないためモードジャンプのモデルには不適當であった。更に、現象を協力的、即ち粒子数変化の方程式の反応係数自身が温度を介して密度に依存すると考えた。この場合の検討はまだ十分すんでいないものの、やはり同様の問題があると思われる。そこで、モード変化の近傍で系を記述するモデルとして、温度の電場依存性に注目し、熱力学を使って粒子数の釣り合いだけでなくエネルギーの釣り合いを含めた議論を進めることにした。電離状態を電気熱量効果(熱電効果)的扱いで特徴づけると、不安定になる領域が存在し、温度変化と電場変化の比が発散する、従ってモードが飛ぶことが示される。

### 2. 駆動系の不安定性

詳しくは文献1)を参照されたい。イオン、ビーム(熱陰極放出電子)、電子の空間分布を仮定してポアソンの式を線形近似を使って解く。イオンは一様分布、ビームはカソードからアノードに向かって指数関数的に減少する分布、電子は熱平衡にあるとしてボルツマン分布とする。

$$N_i = N_{i0}, \quad N_e = N_{e0} \exp(-\alpha x), \quad N_e = N_{e0} \exp(e\phi/kT_e). \quad (1)$$

$\alpha$  はビームの減衰率である。次の無次元量を導入し、第一種境界値問題として扱う。  
 $\lambda_D$  はデバイ長である。

$$\xi = x/\lambda_D, \quad d = L/\lambda_D, \quad A_i = N_{i0}/N_0, \quad A_e = N_{e0}/N_0, \quad A_b = N_{b0}/N_0, \quad \beta = \alpha\lambda_D, \quad \varphi = e\phi/kT_e \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial^2 \xi} \varphi(\xi, t) = -A_i + A_e \exp(\varphi) + A_b \exp(-\beta\xi) \approx -A_i + A_e(1+\varphi) + A_b \exp(-\beta\xi) \\ \varphi(0, t) = \varphi_0(t), \quad \varphi(d, t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

これを解くと、

$$\varphi(\xi, t) = X_1(t) \cosh(\alpha\xi) + X_2(t) \sinh(\alpha\xi) + X_3 e^{-\beta\xi} + X_4 \quad (4)$$

ここで、各係数は以下のようにとった。

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{A_e}, \\ X_1 = 1 - A_i/A_e + A_b/(A_e - \beta^2) + \varphi_0(t), & X_2 = (1 - A_i/A_e)\{1 - \cosh(\alpha d)\} \operatorname{cosech}(\alpha d) \\ & + A_b/(A_e - \beta^2)\{\operatorname{cosech}(\alpha d)e^{-\beta d} - \coth(\alpha d)\} - \varphi_0(t) \coth(\alpha d), \\ X_3 = -A_b/(A_e - \beta^2), & X_4 = -(1 - A_i/A_e) \end{cases} \quad (5)$$

モードが変化する前の非常に薄いプラズマに注目し、次のパラメータをとった。

$$T_e = 1[eV], N_0 = 1 \times 10^6 [cm^{-3}], \lambda_D = 0.74 [cm^{-3}], A_i = 1, A_e = 0.3, A_b = 6, d = 35, \varphi_0(t) = \varphi_0 = -15 [V] \quad (6)$$

ここで無次元化変数  $\xi$  に対する減衰率  $\beta$  を変化させると、アノードグローモード（以下 AG モード）からラングミュアモード（以下 LG モード）への静電ポテンシャルの変化がわかる。1), 6)

次に低周波振動を説明するモデルとして、この AG モードの非線形ポテンシャル中のイオンの運動に注目した。運動方程式は、

$$\ddot{\xi} = -\omega_{pi}^2 \{ \alpha X_1(t) \sinh(\alpha\xi) + \alpha X_2(t) \cosh(\alpha\xi) - \beta X_3 \exp(-\beta\xi) \} - v\dot{\xi} \quad (7)$$

となる。イオンプラズマ周波数を単位とし、印加電圧を正弦波  $\varphi_0(t) = V_d + V_d \sin \omega_d t$  とする。図 3 に印加電圧 ( $V_d$ ) の振幅を変化させた場合のスペクトル、速度変化、相図を示す。ここで  $\beta$  は 0.00002 と非常に小さくとっている。また放電電圧 ( $V_d$ ) を変化させても同様の低周期倍化が起こる。この系は駆動振動数  $\omega_d$  が自励振動の周波数の有理数倍の近傍で不安定性が起こり、パラメータ励振と同じ性質を示している。しかし、ポテンシャルが非対称であること、駆動波形が正弦波だけではないこと、散逸があるためにオーバーシュートしてもイオンが領域内にとどまることなどの点が異なる。なお自励振動の周波数はイオンプラズマ周波数  $\omega_{pi}$  ではないことに注意したい。1) このモデルでパラメータの条件によるが、1 kHz 以下の駆動系の低周波分岐現象を説明されることがわかった。

### 3. ヒステリシス

#### (1) 粒子数変化の方程式による定常解の解析

電離と再結合を化学反応と等価とみたと、粒子数変化の方程式をこれ以降、反応方程式と呼ぶことにする。原理的には、電子数の変化は AG モードでは、ビームによる中性気体の電離と再結合が主であるといえる。電荷中性が成り立つとして、

$$\dot{N}_e = v_b N_b - \rho N_e^2 \quad (8)$$

一方LGモードでは、電子による中性気体との電離とその再結合で特徴づけて、

$$\dot{N}_e = v_e N_e - \rho N_e^2 \quad (9)$$

となる。これらの二つの方程式の定常解は安定であり、その間を如何につなぐかを考える。モードジャンプのモデルとしては三個の実根に対応する解があり一個は不安定、二個は安定な状態であることが望ましい。まず、これらの方程式に三次以上の非線形が導入できないか、即ち考慮すべき三体反応を検討した。反応性のプラズマや、半導体中の反応ではよく使用されるモデルである。以下に典型的なものを三つ上げる。

(a) イオン、電子、電子による三体再結合を考えた場合

反応を記号的に表すと、



対応する反応方程式は、

$$\begin{cases} \dot{N}_e = 2k_1 N_n N_b + k_2 N_n N_e - k_4 N_e N_i - k_3 N_e^2 N_i \\ \dot{N}_i = k_1 N_n N_b + k_2 N_n N_e - k_4 N_e N_i - k_3 N_e^2 N_i \\ \dot{N}_b = -k_1 N_n N_b \\ \dot{N}_n = -k_1 N_n N_b - k_2 N_n N_e + k_4 N_e N_i + k_3 N_e^2 N_i \end{cases} \quad (11)$$

ここで $N$ は単位体積中の各粒子の時間変化を表す。

プラズマ近似 $N_i = N_e$ を行うと、電子数の変化は、

$$\dot{N}_e = -k_3 N_e^3 - k_4 N_e^2 + k_2 N_n N_e + 2k_1 N_n N_b \quad (12)$$

となる。各反応係数、各密度は正である。この方程式では、正の定常解は、ただ一つしか存在しない。正の三実根が存在するためには、(12)式の係数が少なくとも負（三次）、正（二次）、負（一次）、正（0次）である事が必要である。

(b) イオン、電子、中性ガスによる三体の再結合を考えた場合

反応は、(a)の三体の再結合の代わりに次のようになる。



同様に各反応方程式は、

$$\begin{cases} \dot{N}_e = 2k_1 N_n N_b + k_2 N_n N_e - k_4 N_e N_i - k_3 N_e N_i N_n \\ \dot{N}_i = k_1 N_n N_b + k_2 N_n N_e - k_4 N_e N_i - k_3 N_e N_i N_n \\ \dot{N}_b = -k_1 N_n N_b \\ \dot{N}_n = -k_1 N_n N_b - k_2 N_n N_e + k_4 N_e N_i + k_3 N_e N_i N_n \end{cases} \quad (14)$$

ここで、 $\dot{N}_n + \dot{N}_e + \dot{N}_b = 0$ より、ビーム粒子数 $N_b$ は外から常に供給されるとして一定とし、よって $N_n + N_e = c$ とし、同様に $N_e = N_i$ の近似を行うと、

$$\begin{aligned}
\dot{N}_e &= 2k_1N_nN_b + k_2N_nN_e - k_4N_e^2 - k_3N_e^2N_n \\
&= -k_3N_e^2(c - N_e) - k_4N_e^2 + k_2N_e(c - N_e) + 2k_1(c - N_e)N_b \\
&= k_3N_e^3 - (k_4 + ck_3 + k_2)N_e^2 + (k_2c - 2k_1N_b)N_e + 2k_1cN_b
\end{aligned} \tag{15}$$

これは、三次の係数が正であるから、系が不安定に向かってしまう。また、0次の係数が正であるから、正の根は多くとも二つしかない。しかも、その根も  $0 \leq N_e \leq c$  の範囲にない。

(c) 負イオンを考えた場合

次の反応を考える。



各反応方程式は、

$$\begin{cases}
\dot{N}_e = k_1N_nN_e - k_2N_iN_e^2 - k_3N_eN_n + k_4N^- \\
\dot{N}_i = k_1N_nN_e - k_2N_iN_e^2 \\
\dot{N}^- = k_3N_nN_e - k_4N^- \\
\dot{N}_n = -k_1N_nN_b + k_2N_iN_e^2 - k_3N_eN_n + k_4N^-
\end{cases} \tag{17}$$

$2\dot{N}^- + \dot{N}_i + \dot{N}_n = 0$ より、負イオン $N^-$ を一定とし $N_e + N_n = d$ とする。同様に $N_i = N_e$ の近似を行うと

$$\begin{aligned}
\dot{N}_e &= k_1N_nN_e - k_2N_e^3 - k_3N_nN_e + k_4N^- \\
&= k_1(d - N_e)N_e - k_2N_e^3 - k_3(d - N_e)N_e + k_4N^- \\
&= -k_2N_e^3 + (k_3 - k_1)N_e^2 - d(k_3 - k_1)N_e + k_4N^-
\end{aligned} \tag{18}$$

正の三実根が存在するためには、二次の項が正である必要があり、 $k_3 - k_1 > 0$ 即ち、電離より負イオン生成の反応が大きくなければならない。また、計算してみると $N_e$ の根の制限 $0 \leq N_e \leq d$ により欲しい範囲に根がない。

(d) 現象を協力的(Cooperative)とみた場合。

(a) から (c) はロス項(再結合)による三次の非線形項を考えたもので、生成項はあくまで二体反応であった。そこで生成項から非線形項を導き出すことを考えた。

今までは各反応係数は一定と考えていたが、通常各反応係数は温度に依存する、従って、密度が温度に依存すると考えられる。そして、各反応係数の温度変化を介して、反応係数が密度に依存する、即ち、協力的と考え、生成反応からも二体以上の非線形項を引き出すことにした。

電離係数、再結合係数の温度依存性は次の近似式を使うとする。

$$\begin{cases}
\nu_e = A \exp(-\varepsilon_i / kT_e) \\
\rho = BT_e^{-1/2}
\end{cases} \tag{19}$$

A、Bは定数、 $\varepsilon_i$ は電離電圧である。2), 5)

電子に注目し、その温度変化の式より

$$C_e \frac{\partial T_e}{\partial t} = -\nu C_e (T_e - T_0) + (-eN_e \nu_e E) \tag{20}$$

ここで $C_e$ は、電子の比熱、 $\nu$ は主に中性ガスとの衝突による散逸の周波数、右辺第二項はジュール熱である。なお空間変化、及び熱伝導は無視している。定常状態として時間変化を落とすと

$$T_e = T_0 + \frac{-e\nu_e E}{\nu C_e} N_e \tag{21}$$

となるので、温度が密度に比例するとみることが出来る。このアナロジーにより

$$T_e = T_0 + cN_e \quad (22)$$

という仮定をする。ここでcは定数である。

反応方程式の生成項は、ビームの影響を考え

$$\dot{N}_e = 2\nu_b N_b + \nu_e N_e - \rho N_e N_i \approx 2\nu_b N_b + \nu_e N_e - \rho N_e^2 \quad (23)$$

とする。ビームの電離係数 $\nu_b$ 、ビーム密度 $N_b$ は一定とした。よって、

$$\dot{N}_e = 2\nu_b N_b + A \exp[-\varepsilon_i / (T_0 + CN_e)] N_e - B(T_0 + CN_e)^{-1/2} N_e^2 \quad (24)$$

となる。電子温度1eV、電子密度 $10^8$ [cm<sup>3</sup>]程度のプラズマを考え、Arの電離化電圧を考慮して各係数を評価し、計算した。すると正の三実根が存在することが示され、一応多重定常状態が説明される。3), 4)しかし、この根の一つは非常に大きいものとなるので、非常に高温でないと実現されず、我々の考えている低温プラズマにはそぐわない。

ここまでの結果をまとめると、単原子放電プラズマの粒子数変化の方程式（反応だけでは）を追うと、多重定常状態は説明されない。我々が粒子数変化の方程式と呼んでいるものは、フロー即ち電場、拡散等の輸送の影響を考慮していない。従ってこの影響をうまく導入すれば、解決策が見つかるかもしれないが、各粒子の連続の式、運動方程式、及びポアソンの式を全て連立させて解くことになり、煩雑をきわめることが予想される。従って、次に更に単純化したモデルでこの現象を考えてみたい。

## (2) 熱力学を使った温度の飛びの解析

実験では、AGモードからLGモードへの変化に伴い、陰極の温度及び電子の温度の変化が観測されている。この事に注目し電離状態を熱力学を使って特徴づける。電子とイオンの系を考え、プラズマは理想気体で近似し、電気熱量効果的扱いをし、ある条件で温度の飛びが存在することを示す。内部エネルギーから出発する。

$$\begin{aligned} dU^* &= TdS + \mu_e dN_e + \mu_i dN_i - DdE \\ &= \left( \frac{\partial U^*}{\partial T} \right)_{E, N_e, N_i} dT + \left( \frac{\partial U^*}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} dE + \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_e} \right)_{T, E, N_i} dN_e + \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_i} \right)_{T, E, N_e} dN_i \\ &= C_E dT + \left( \frac{\partial U^*}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} dE + \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_e} \right)_{T, E, N_i} dN_e + \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_i} \right)_{T, E, N_e} dN_i \end{aligned} \quad (25)$$

\*は電場Eを独立変数とみるために導入した記号で、ルジャンドル変換すれば、通常の内エネルギーとなる。ここで、体積一定とし、 $\mu_e$ 、 $\mu_i$ はそれぞれ電子、イオンの化学ポテンシャル、 $C_E$ は電場一定の下での比熱である。モード変化の直前で断熱近似が成り立つと仮定すれば、

$$\left[ D + \left( \frac{\partial U^*}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} \right] dE = -C_E dT + \left( \mu_e - \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_e} \right)_{E, T, N_i} \right) dN_e + \left( \mu_i - \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_i} \right)_{E, T, N_e} \right) dN_i \quad (26)$$

一方、自由エネルギーの表式より、

$$\begin{aligned} dF &= -SdT + \mu_e dN_e + \mu_i dN_i - DdE \\ \left( \frac{\partial F}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} &= -D = \left( \frac{\partial U^*}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} - T \left( \frac{\partial S}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} \end{aligned} \quad (27)$$

であるから、これとマクスウエルの関係式と状態方程式

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial D}{\partial T} \right)_{E, N_e, N_i} &= \left( \frac{\partial S}{\partial E} \right)_{T, N_e, N_i} \\ D &= \varepsilon(T, N_e, N_i)E \end{aligned} \quad (28)$$

より、(26)式は



$$\left[ T \left( \frac{\partial D}{\partial T} \right)_{E, N_e, N_i} \right] dE = -C_E dT + \left( \mu_e - \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_e} \right)_{E, T, N_i} \right) dN_e + \left( \mu_i - \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_i} \right)_{E, T, N_e} \right) dN_i \quad (29)$$

となる。ここで、プラズマ近似を使うとして  $dN_e = dN_i$  とし、さらに密度が温度に依存するとして、 $dN$ の項を書き換える。 $N_e(T)$ の表式は、後に述べる。

$$dN_e = \frac{dN_e}{dT} dT \quad (30)$$

を使うと、結局温度と電場の関係は次のようにまとめられる。

$$\frac{dT}{dE} = \frac{T \left( \frac{\partial D}{\partial T} \right)_{E, N_e}}{-C_E + (\mu_e + \mu_i - 2 \left( \frac{\partial U^*}{\partial N_e} \right)_{E, T}) \frac{dN_e}{dT}} \quad (31)$$

右辺が正なら、温度上昇、負なら温度下降となる。また、0なら等温変化を示しており、平衡プラズマと言える。図1の両モードの平らな部分がこれに当たると考えられる。通常の電気熱量効果なら、分母は $-C_E$ だけであるが、粒子数が変化する開放系を考えているので化学ポテンシャルによる寄与がある。更に、 $C_E$ 自身も電束密度Dに依存しているので、分母が0となり、温度の飛びを示す可能性がある。よってこの表式の右辺を計算するため、熱力学量を導出する。

自由エネルギーの全微分条件より、化学ポテンシャルを電場で積分して

$$\mu_e = - \int \frac{\partial D}{\partial N_e} dE = \mu_0 - \frac{\partial E}{\partial N_e} \frac{E^2}{2} = \mu_0 - \frac{\partial D}{\partial N_e} \frac{E}{2}, \quad \mu_0 = kT \log(\lambda_e^3 N_e), \quad \lambda_e = \frac{h^2}{2\pi m k T} \quad (32)$$

同様にイオンについても

$$\mu_i = - \int \frac{\partial D}{\partial N_i} dE = \mu_0 - \frac{\partial E}{\partial N_i} \frac{E^2}{2} = \mu_0 - \frac{\partial D}{\partial N_i} \frac{E}{2}, \quad \mu_0 = kT \log(\lambda_i^3 N_i), \quad \lambda_i = \frac{h^2}{2\pi M k T} \quad (33)$$

自由エネルギーは、各化学ポテンシャルを密度で積分して、

$$F = \int \mu_e dN_e + \dots = F_0 - \frac{DE}{2}, \quad F_0 = kTN_e(-1 + \log(\lambda_e^3 N_e)) + kTN_i(-1 + \log(\lambda_i^3 N_i)) \quad (34)$$

エントロピーは、

$$S = - \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_{E, N_e, N_i} = S_0 + \frac{\partial D}{\partial T} \frac{E}{2}, \quad S_0 = kN_e \left( \frac{5}{2} - \log(\lambda_e^3 N_e) \right) + kN_i \left( \frac{5}{2} - \log(\lambda_i^3 N_i) \right) \quad (35)$$

内部エネルギーは、

$$U = F + TS = U_0 + \frac{TE}{2} \left( \frac{\partial D}{\partial T} \right)_{E, N_e, N_i} - \frac{DE}{2}, \quad U_0 = \frac{3}{2}(N_e + N_i)kT \quad (36)$$

電場一定の下での比熱は

$$C_E = \left( \frac{\partial U^*}{\partial T} \right)_{E, N_e, N_i} = \frac{3}{2}(N_e + N_i)k + \frac{TE}{2} \left( \frac{\partial^2 D}{\partial T^2} \right)_{E, N_e, N_i} \quad (37)$$

また、

$$\left( \frac{\partial U^*}{\partial N_e} \right)_{T, E} = \frac{3}{2}kT + \frac{E}{2} \left( T \frac{\partial^2 D}{\partial T \partial N_e} - \left( \frac{\partial D}{\partial N_e} \right)_{T, E} \right) \quad (38)$$

であるから、先にも述べたように  $N_e = N_i$  と近似して、結局、(31)式は

$$\frac{dT}{dE} = \frac{T \left( \frac{\partial D}{\partial T} \right)_{E, N_e}}{-\frac{3}{2}(2N_e)k - T \left( \frac{\partial^2 D}{\partial T^2} \right)_{E, N_e} + (kT \log[\lambda_e^3 N_e] + kT \log[\lambda_i^3 N_e] - 2 \frac{3}{2}kT - 2T \frac{E}{2} \left( \frac{\partial^2 D}{\partial T \partial N_e} \right)) \frac{dN_e}{dT}} \quad (39)$$

となる。問題は分子の  $\left( \frac{\partial D}{\partial T} \right)_{E, N_e}$  と分母の  $\frac{dN_e}{dT}$  の項である。以下に二つの例を示す。

(a) 電束密度の温度依存性の検討

通常のプラズマでは電束密度の温度変化、従って誘電率の温度変化は0と考えられているが、我々は飛びの部分扱いたい。欲しいのは、外場、即ち電極間にかかっている電場に対する温度変化である。従って、電束密度の温度変化は、2. で求めたポテンシャルの表式からデバイ長を介して導入する方針をとった。また電子密度の温度依存性に関しては、簡単のためサハの式

$$N_e = N_n^{1/2} \lambda_e^{-3/2} \exp(-\epsilon_i/2kT) \quad (40)$$

を採用する。電束密度を式(4)を用いて再度記述すると

$$\begin{aligned} D &= -\epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} = A_1 \sinh(x/\lambda_0) + A_2 \cosh(x/\lambda_0) + A_3 \exp(-\alpha x) \\ A_1 &= -e\lambda_0(N_n - N_i + \frac{N_b}{1-\sigma^2\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda_0} \frac{\epsilon_0 \phi_0}{e}) \\ A_2 &= -e\lambda_0\{(N_n - N_i)[1 - \cosh(L/\lambda_0)] \operatorname{cosech}(L/\lambda_0) + \frac{N_b}{1-\sigma^2\lambda_0^2} [\operatorname{cosech}(L/\lambda_0) \exp(-\alpha L) - \coth(L/\lambda_0)] - \frac{1}{\lambda_0} \frac{\epsilon_0 \phi_0}{e} \coth(L/\lambda_0)\} \\ A_3 &= -e\sigma\lambda_0 \frac{N_b}{1-\sigma^2\lambda_0^2} \end{aligned} \quad (41)$$

ここで、密度についての表記の添字0は省略した。更に駆動系のモデルとの整合性をとるため、三流体を考えるが、ビームは外から供給されること、減衰がほとんどないことを考えてその変化は無視し $dN_b=0$ とし、また $N_b$ は温度によらないとする。熱力学のステージでは、前提として $N_e=N_i$ の近似を行っているので、この場合余ったビームのみで、電場を作ることになる。これは一つの近似である。また外場は、 $\phi_0/L$ である。これより $\partial^2 D/\partial T^2$ 、 $\partial^2 D/\partial T \partial N_i$ を計算し、実験条件に合わせるため $\phi_0/L=1$ [V/cm]程度の値を入れ(39)式を数値的に計算すると、 $T=3000$ [K]ぐらいで発散することが分かった(図4)。温度が低めに出ているのはサハの式を使ったためである。 $C_E$ を計算すると電束密度の影響で負になる領域がある。実際には、(39)式の分母は $C_E$ と第二項の大小によって0となるのであるが、電場を含めた系の比熱が負になる、即ち不安定になることが、この温度変化の飛びに関与していると言える。実際に方程式(39)を解くことは今後の課題である。

(b) 電束密度の温度依存性の検討2

電束密度は状態方程式を満たすので、誘電率は、例えば双極子能率を考えた場合、

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\mu^2 N_i}{3k_e T} \quad (42)$$

となる。ここで $N_i$ は双極子分子の密度である。考えている気体はアルゴンであるから双極子能率は通常無視できる。

一方、プラズマでは、電子についての分散関係において、波の位相速度が熱速度に対して十分小さい時の近似として、同様の形式が存在する。 $\omega/kv_{th} \ll 1$ とすると、誘電率は周波数によらず、

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{e^2 N_e}{k^2 k_B T} \quad (43)$$

となる。ここで、 $k$ は波の波数、 $k_B$ はボルツマン定数である。この表式を使って、簡単のため電子のみについて $dT/dE$ を記述すると、

$$\frac{dT}{dE} = \frac{-E^2 \frac{e^2 N_e}{k^2 k_B T}}{-\frac{3}{2} N_e k_B - E^2 \frac{e^2 N_e}{k^2 k_B T^2} + (k_B T \operatorname{Log}(\lambda_e^3 N_e)) - \frac{3}{2} k_B T + \frac{E^2 e^2}{2 k^2 k_B T} \frac{1}{dT} \frac{dN_e}{dT}} \quad (44)$$

となる。やはりサハの式を使うとすると、 $dN_e/dT$ は単調に正、化学ポテンシャルは考えている密度領域では負であるから、分母の最後の項の影響で、0になる領域が存在することがわかる。具体的に数値をみてみると、波数 $k=0.1$ から $10$ [1/m]程度の範囲において、妥当な温度、外部電場で発散す

る事がわかっている。静電場に対して分散式を使ったこと、波数等の値をどう解釈するかは今後の課題である。

#### 4. まとめ

低周波振動に関しては、ポアッソンの方程式を近似的に解き、非線形ポテンシャル中のイオンの運動によるパラメータ励振によって、電流不安定性が起こっている事が示された。ヒステリシス特性に関しては、三つの立場から考察し、以下の結論を得た。(1)各粒子数密度変化の反応方程式だけではこの現象を説明されない。(2)反応係数が密度に依存するとみると、密度に関し三つの定常解が存在するが、解の存在範囲、温度に問題がある。(3)温度変化を熱力学を使って記述し、電束密度の温度変化まで考慮に入れると、飛びが定性的に説明される。3. に使った電束密度の温度依存性の表式は、外場の影響をいれるために使ったのであって、静電場に対するプラズマ中の電束密度のあるいは誘電率の表式がわかっていれば計算できる。これより、密度変化に対する電場の依存性を計算できるはずであるが、それは今後の課題である。

#### References

- 1)Y.Matsunaga and T.Kato: J. Phy. Soc. Jpn. **63** (1994) 4396.
- 2)Y.P.Raizer: Gas Discharge Physics, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1991.
- 3)P.Glansdorff and I.Prigogine: Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations, Wiley-Interscience, London, 1971.
- 4)H.Haken: Synergetics, An Introduction, Second Enlarged Edition, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978.
- 5)J. S. Chang, R. M. Hobson, 市川幸美、金田輝男: 電離気体の原子・分子過程、東京電機大学出版局、東京、1982.
- 6)R.Timm and A.Piel: Contrib. Plasma Phys. **32** (1992) 599.

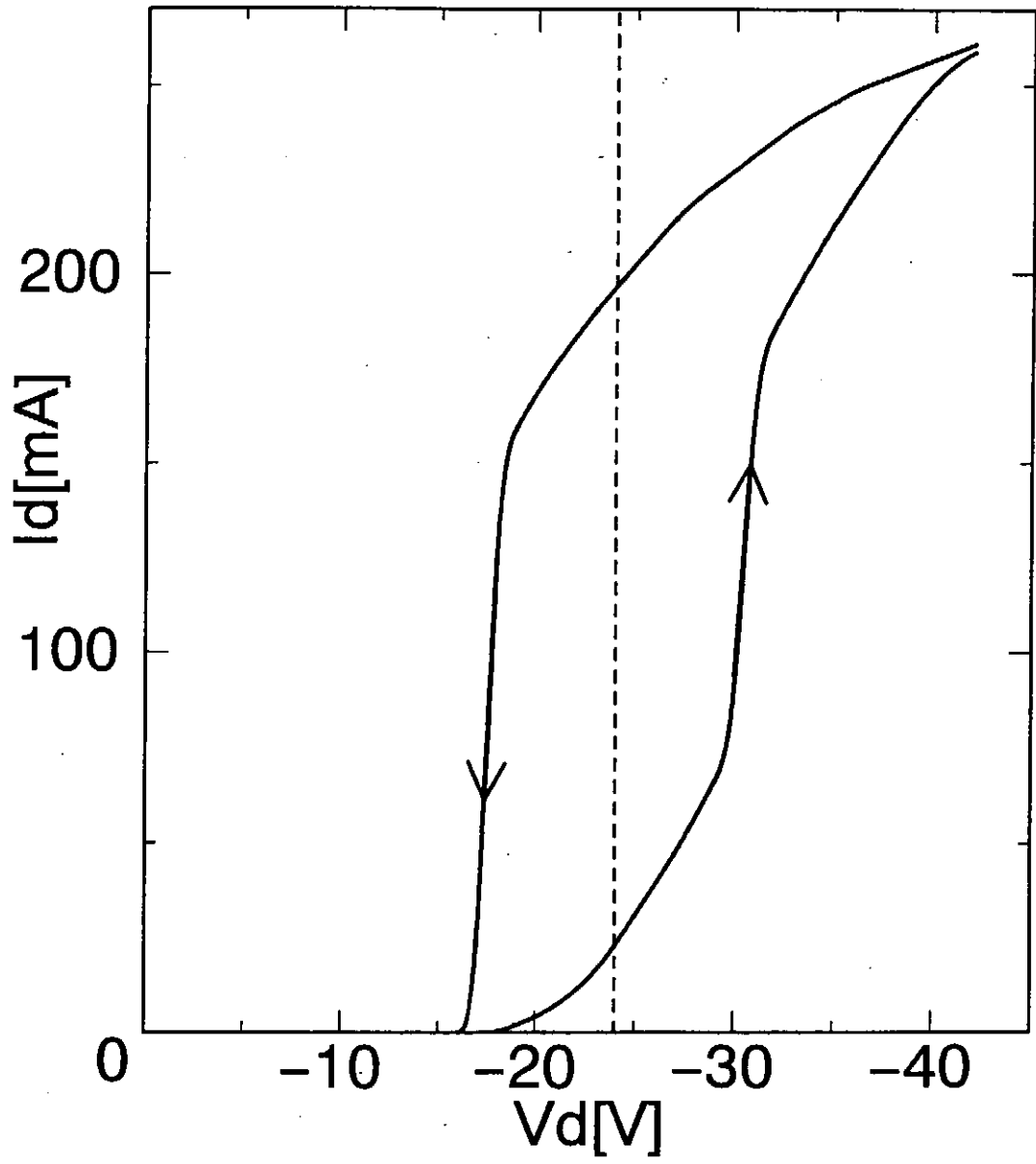


图1. 電流電圧特性

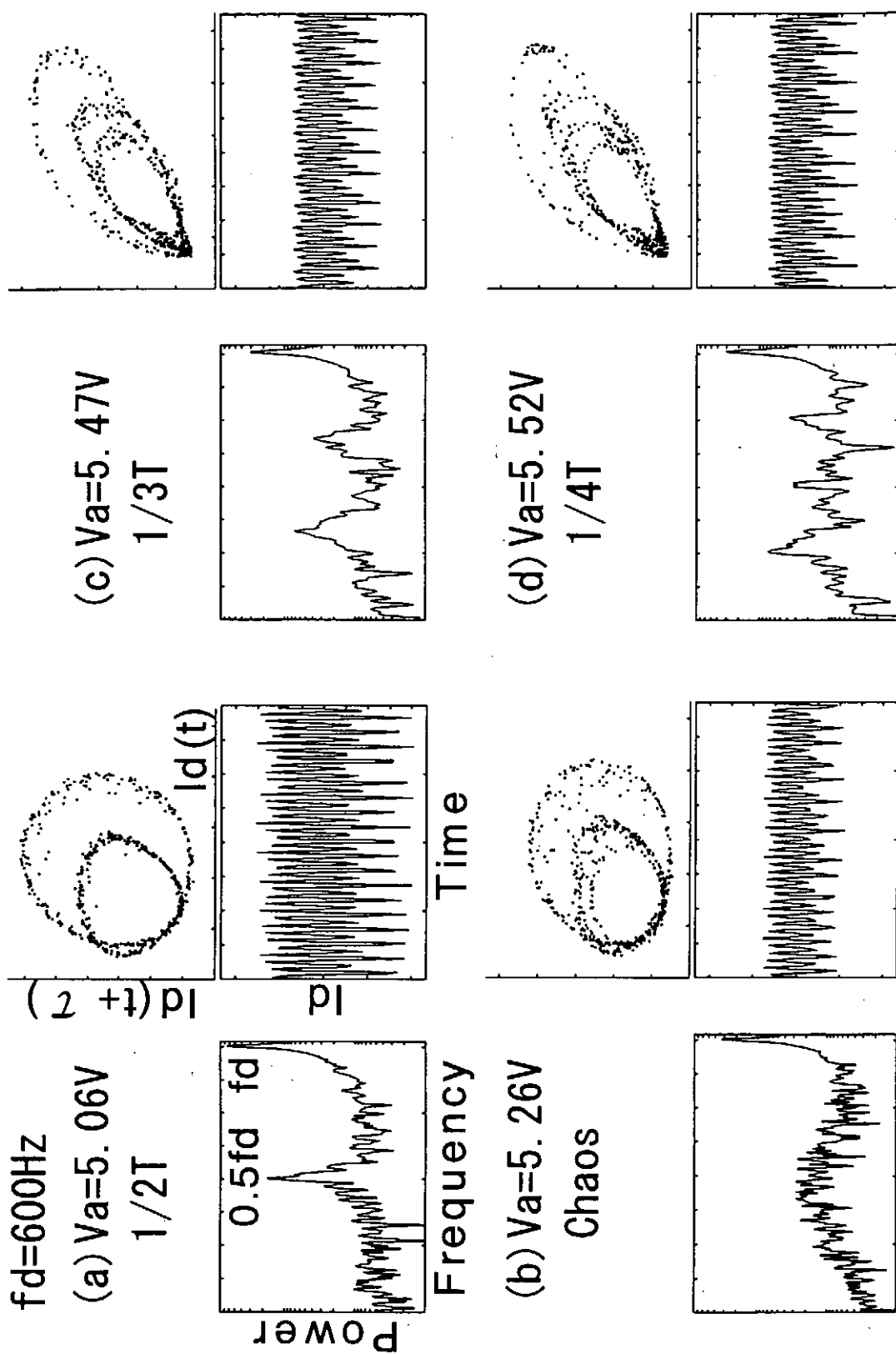


図 2. 駆動電圧を変化させた時の相図、パワースペクトル、電流変化 (実験結果)

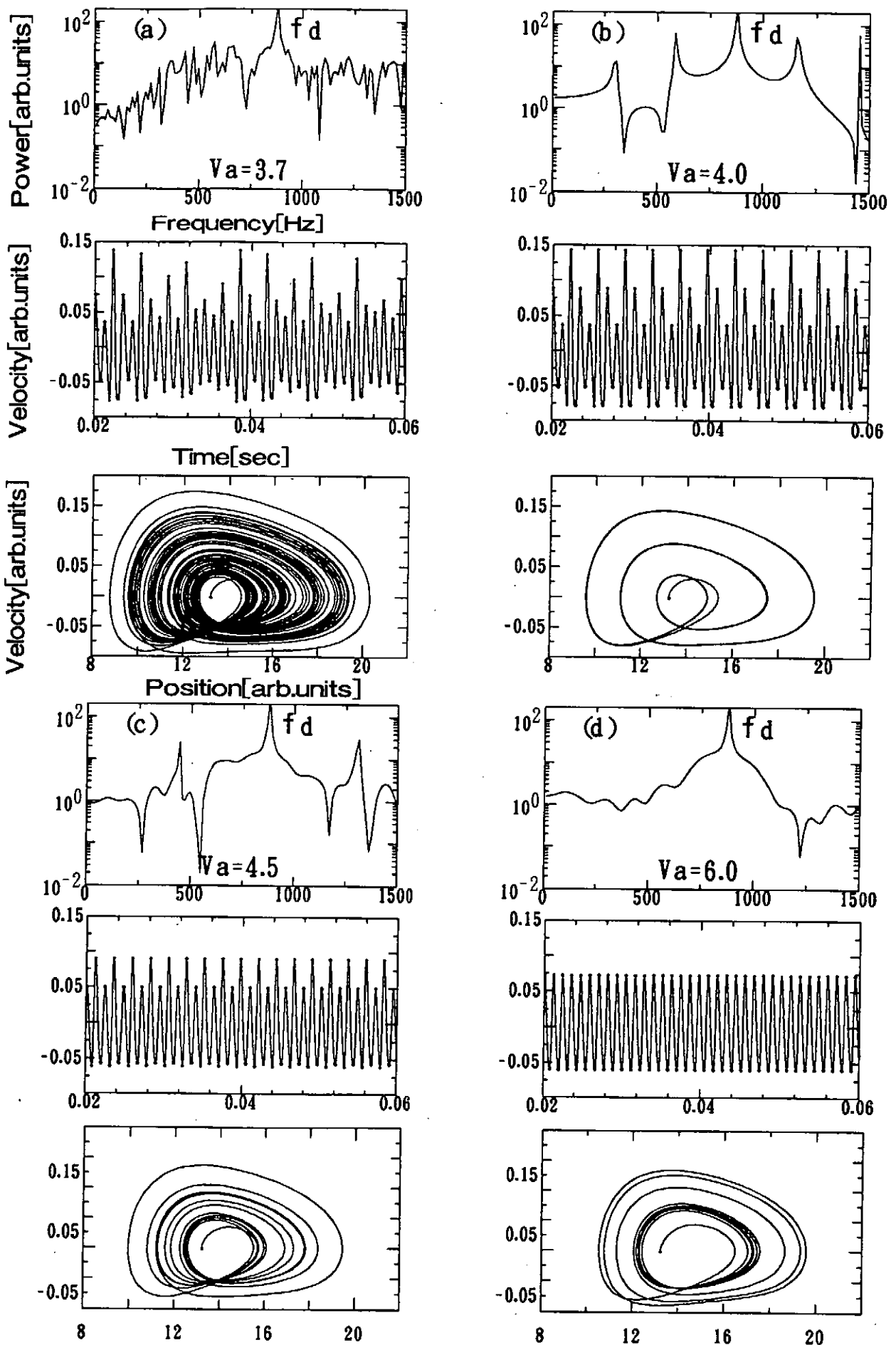


図 3. 振幅  $V_a$  を変化させた時の相図、パワースペクトル、電流変化 (計算結果)

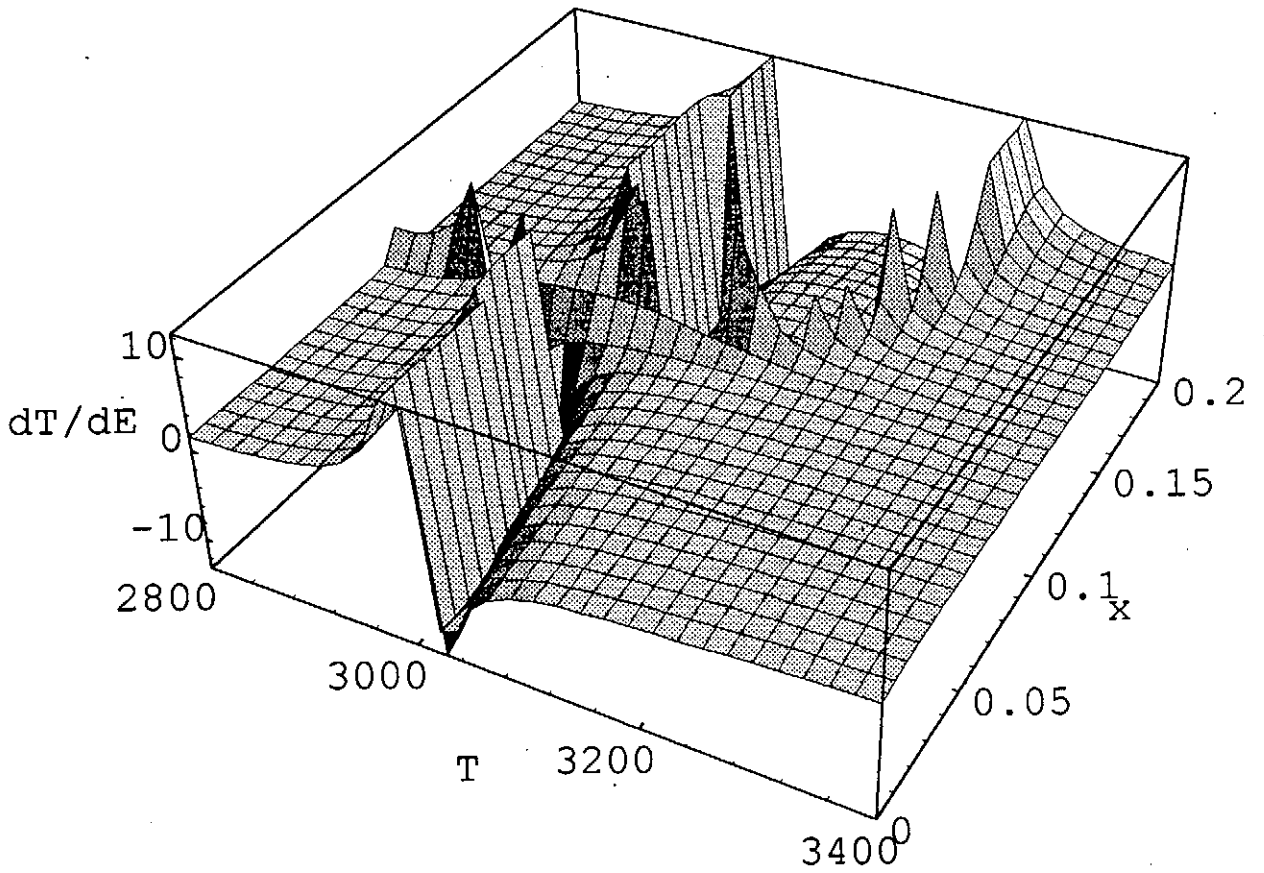


図4. 温度変化と電場変化の比  
 $\phi_0 = -15[V]$ とし、座標と温度を変数としてみた場合

# Nonlinear phenomena related to ionization instabilities in glow discharges

Tetsuya Akitsu, Eiji Ogawa<sup>a)</sup>, Takayoshi Ohtsu<sup>b)</sup>,

and Hidenori Matsuzawa

Dept. of Electrical Engineering & Computer Science,

Yamanashi University

Takeda, 4 Kofu, Yamanashi Pref. 400

Japan

## 1. Introduction

Double layer, soliton. Under the light of plasma physics, novel understanding of the lightning discharge is in progress. The history of the experiment by B. Franklin is well known. Nevertheless, the laboratory experiment is still needed to clarify several interesting questions left unresolved: the return stroke propagates at extremely high velocity that approaches to one third of the light velocity. The breakdown in atmosphere should involve some mechanism for self-acceleration.

The breakdown of lightning discharges is so capricious and dangerous that experiment should be scaled down and some interpretation is necessary. The major difficulty of the atmospheric discharge arises from the electrical-negativity of the discharge medium. In the abundance of oxygen and the

---

a) Present address: Power System Control & Protection Department, Hitachi Ltd.

Kokubu Works, Kokubu 1 Hitachi, Ibaragi Pref. 316 Japan

b) Present address: Data Storage & Retrieval System Division, Hitachi Ltd.

Kozu-2880, Odawara Kanagawa Pref. 256 Japan



moisture, low energy electrons are trapped by the negative ions. The relative density of free electrons becomes smaller than the negative ions.

Recently, glow discharge is widely used in the reactive etching. The plasma assisted process is becoming important in the synthesis of the compound semiconductors and opt-electronic device. Thus, the basic research in glow discharges can find new applications in the semiconductor industry.

## 2. Ionization instabilities in SF<sub>6</sub> spark

Sulfur hex-fluoride SF<sub>6</sub> is widely used as a gaseous dielectric and arc quenching medium in high voltage engineering. Its excellent electrical insulation characteristics are closely related to the electron attachment in the discharge medium. Lately the use of SF<sub>6</sub> in the dry etching has become wide spread in the semiconductor industry. The growth phases of the ionization instabilities are similar to the observations that takes place in the pre-breakdown in a shorter time scale. During the propagation of stepped leader channels and the return stroke, the rapid extension of ionization can be observed.

Figure 1 describes the outline of the experimental arrangement. The spark discharge was initiated with self-breakdown between two hemispherical electrodes. The size of the plasma column was 10 to 50 mm in length and the cross section 1 to 7 mm<sup>2</sup>. The electric discharge circuit consists of a capacitor (0.094 μF) and a low inductance resistor (291.3 Ω) The plasma light was observed with an optical lens system. The spatial distribution of the intensity was observed with an image converter, IMACON 790. An optical filter, R-60, removed the spectral emissions shorter than 600 nm. The axial variation of the floating potential was measured with an electrostatic probe made of platinum wire, 0.1 mm in diameter. The lateral surface of the probe was covered with soft glass and the polished collecting surface was inserted to the peripheral region of the plasma column.

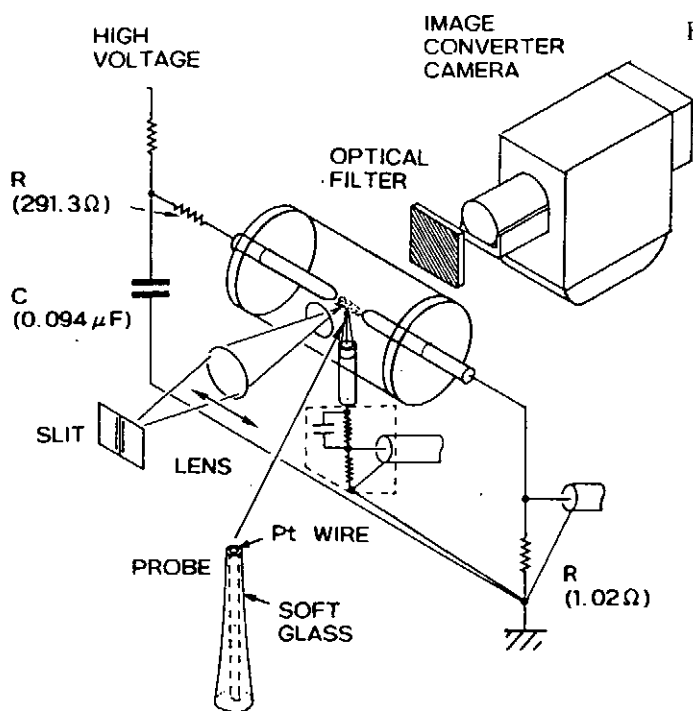


Figure 1 Experimental setup for SF<sub>6</sub> spark

After the breakdown, the intensities of spectral emissions of neutral fluorine, 685.6 nm abruptly increased in intensity at a critical discharge current. Figure 2 (a) shows the temporal evolution of the discharge current and the spectral emission. The intensity of the emission of singly ionized sulfuric ions, 545.4 nm showed contrasting decay. To the best knowledge of the author, the decay of the thermodynamic temperature causes the change of the dominant species of singly ionized sulfuric ions such as S<sup>+</sup> to S<sub>2</sub><sup>+</sup> in the SF<sub>6</sub> discharge.

Figure 2 shows a streak photograph of the enhancement of the spectral emission. The periodic modulation of the intensity corresponds to the motion of the ionization instabilities generated at the anode surface.

Figure 3 shows a typical fluctuation of the floating potential (the upper trace) and the intensity of 685.6 nm. The electrostatic probe was inserted into the peripheral region of the plasma column. The optical measurement was focused onto the center at the same axial position. Using the velocity of the ionization wave, the fluctuation of the potential can be interpreted as the spatial distribution. Superposing  $V_p$  on  $V_0$ , the axial distribution of the electric potential was obtained. Curve C-2 in Fig. 3(c) shows that the plasma column is divided into

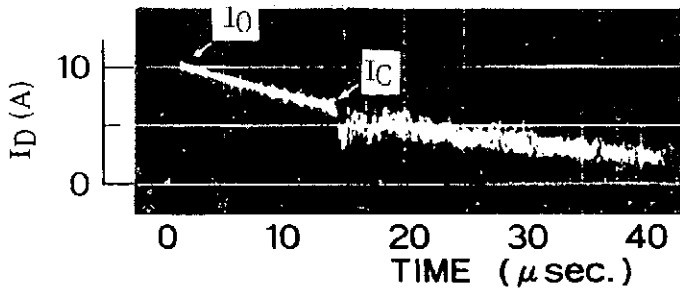
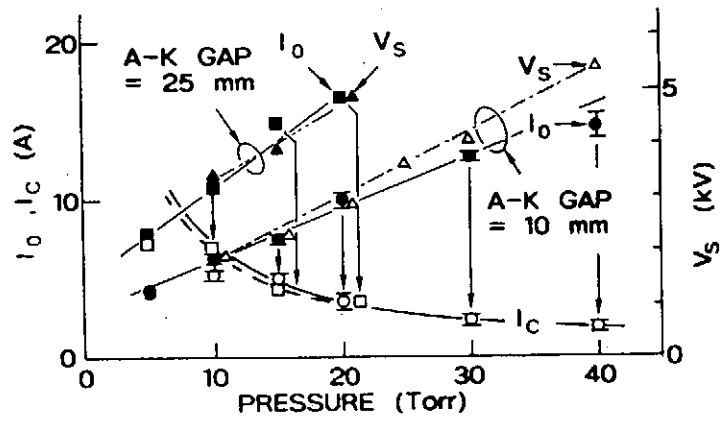
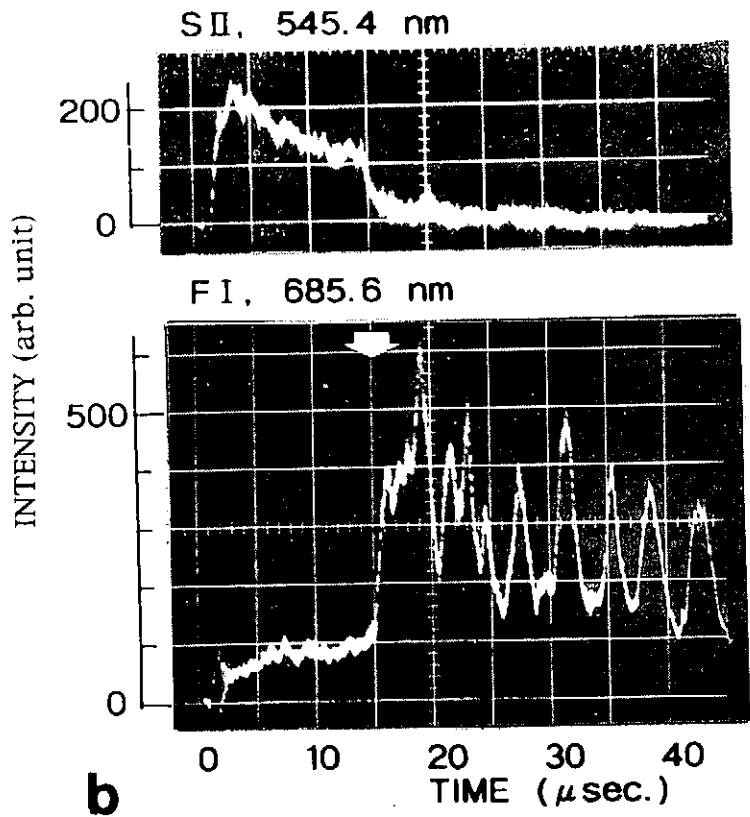


Figure 2 Delayed enhancement of spectral emission  
 (a) Breakdown current  $I_0$  and discharge current limit  $I_C$   
 The discharge current limit  $I_C = 67.5p^{-1}$ ,  $p$  in Torr.



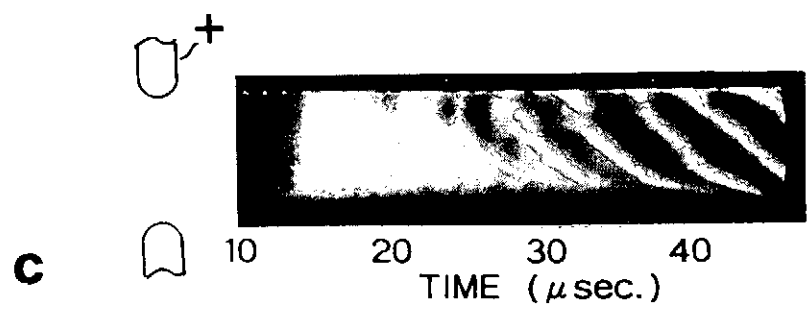
**a**

(b) The decay of the spectral emission from sulfuric ions, 545.4 nm (the upper trace) and the increase in the intensity of spectral emission from neutral fluorine, 685.6 nm (the lower trace)

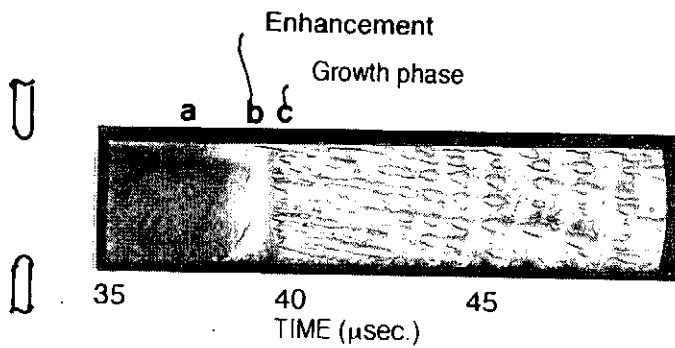
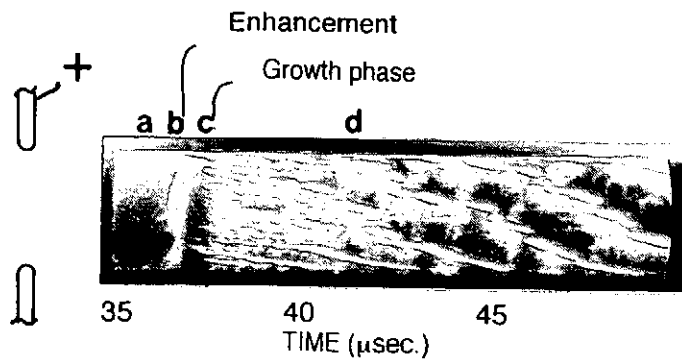


**b**

(c) The enhancement of the optical emission and subsequent growth of ionization instabilities observed in a streak photograph.  
 $SF_6$  at 10 Torr, A-K gap 25 mm.



**c**

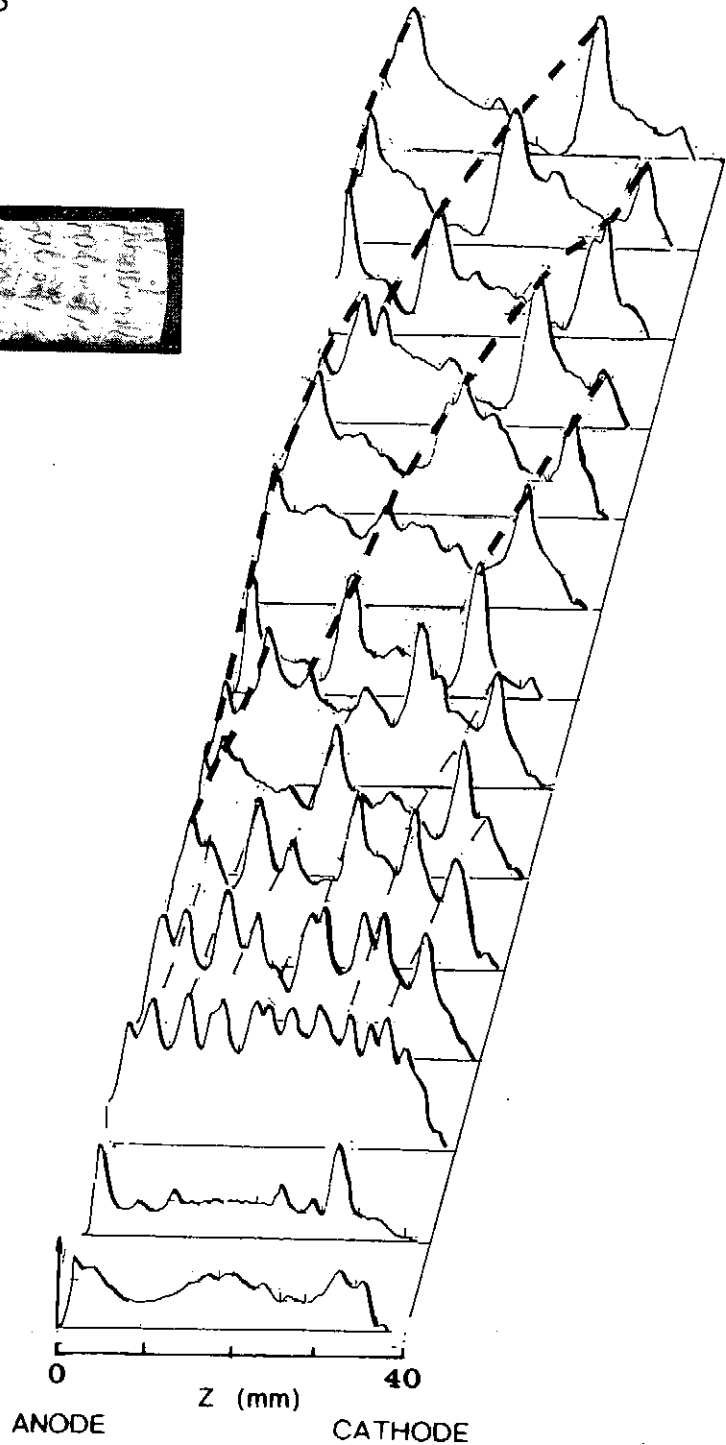


**d**

(d) The enhancement of the optical emission and subsequent growth of ionization instabilities observed in a streak photograph. SF<sub>6</sub> at 10 Torr, A-K gap 40 mm.

The enhancement started at the anode surface followed by the consecutive enhancement in the plasma column. a: the dark plasma column, b to c: the enhancement and growth of ionization instabilities. d: the onset of the periodic generation of ionization instabilities at the anode surface.

The propagation of the enhancement faster than the electron drift velocity at the averaged field strength. Sometimes, the start propagates to the opposing direction with respect to the electron drift.



The spatial-temporal variations of the emission intensity for the upper streak photograph measured with a flying spot scanner.

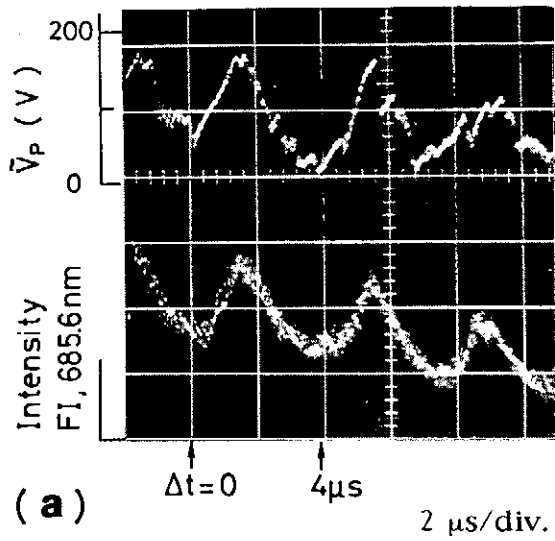
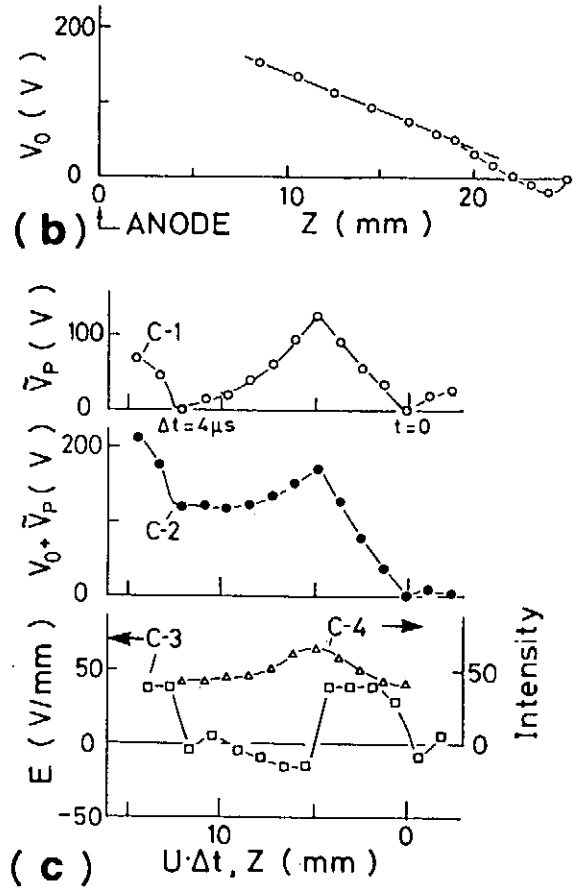


Figure 3 The fluctuation of the electrical potential and the intensity of the spectral emission

(a) Fluctuations of the floating potential and the spectral intensity. (b) The axial distribution of the floating potentials sampled after the first ionization wave front. (c) Fluctuation of the floating potential  $V_p$  (curve C-1 and curve C-2), the strength of electric field  $E$  (curve C-3) and the intensity of 685.6 nm (curve C-4) in  $SF_6$  at 10 Torr. A-K gap 25 mm.



recurring high field and low field regions that is similar to the moving striations in stationary glow discharges. The axial variation of the averaged floating potential was 9.92 V/mm, corresponding to 400 Td (in  $E/N$ , where  $1 \text{ Td} = 10^{-21} \text{ Vm}^2$ ;  $E$  is the electric field and  $N$  is the number density of neutral gas)

Finally one can find the localized increase in the strength of the electric field (Curve C-3) and in the intensity (Curve C-4) propagating towards the cathode. Apparently, the non-linearity of the ionization term should balance with the dissipation to maintain the shape of the high field region.

An increase in the strength of the electric field caused the enhancement of the spectral emission. [Ref. 1] The thermal expansion of the plasma column was suppressed with the series resistor. When the thermodynamic temperature is

raised slowly, the thermal rarefaction of the neutral gas density should be involved in the estimation. Figure 4 (a) shows the simultaneous increases in the floating potential and the intensity of the spectral emission (the lower trace). During the short time period after the enhancement, the intensity of the plasma column is very uniform. The intensity of the spectral emission increased at the entire part of the plasma column except near the cathode. In the initial discharge phase after the breakdown, the gradient of the floating potential was 4.5 V/mm (Curve C-1, the cathode reference) and 9.5 V/mm (Curve C-2, the anode reference) After the enhancement, the gradient of the floating potential increased to 53.2 V/mm (Curve C-3) The thermodynamic temperature can be estimated from the change of sulfuric ions, namely 4500 K. The thermal rarefaction of the neutral gas density should be taken into account.

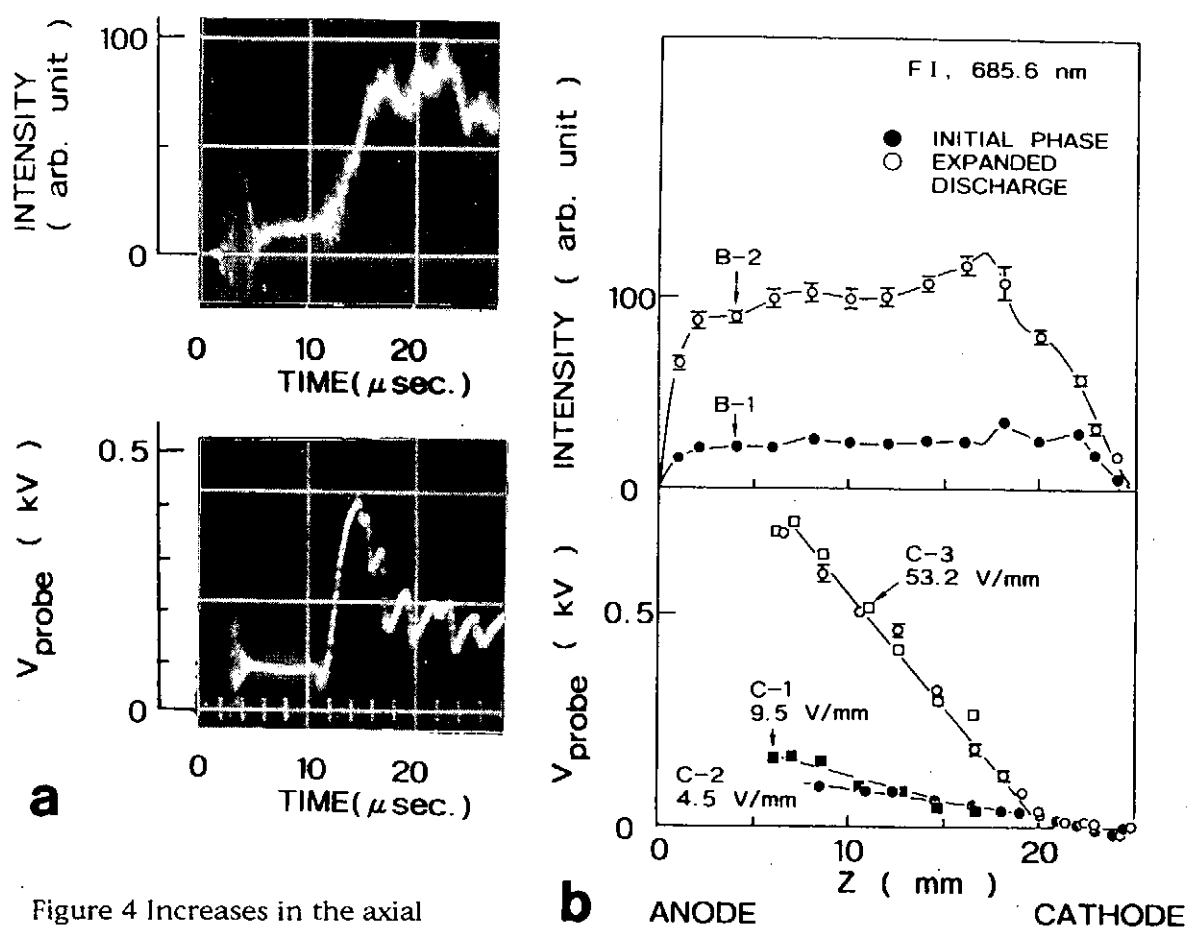


Figure 4 Increases in the axial electric field after the enhancement.

(a) The intensity (685.6 nm.) and the plasma potential (b) The spatial distribution of the intensity and the plasma potential along the axis. in  $\text{SF}_6$  at 10 Torr, A-K gap 25 mm.

Now, we can estimate the density of free electrons during each discharge state, using published swarm data for SF<sub>6</sub>. In Fig. 5 (a), we present a typical example for the spatial expansion of the plasma column and growing ionization instabilities. Figure 5 (b) shows the intensity profiles along the diameter and along the axial distance Z.

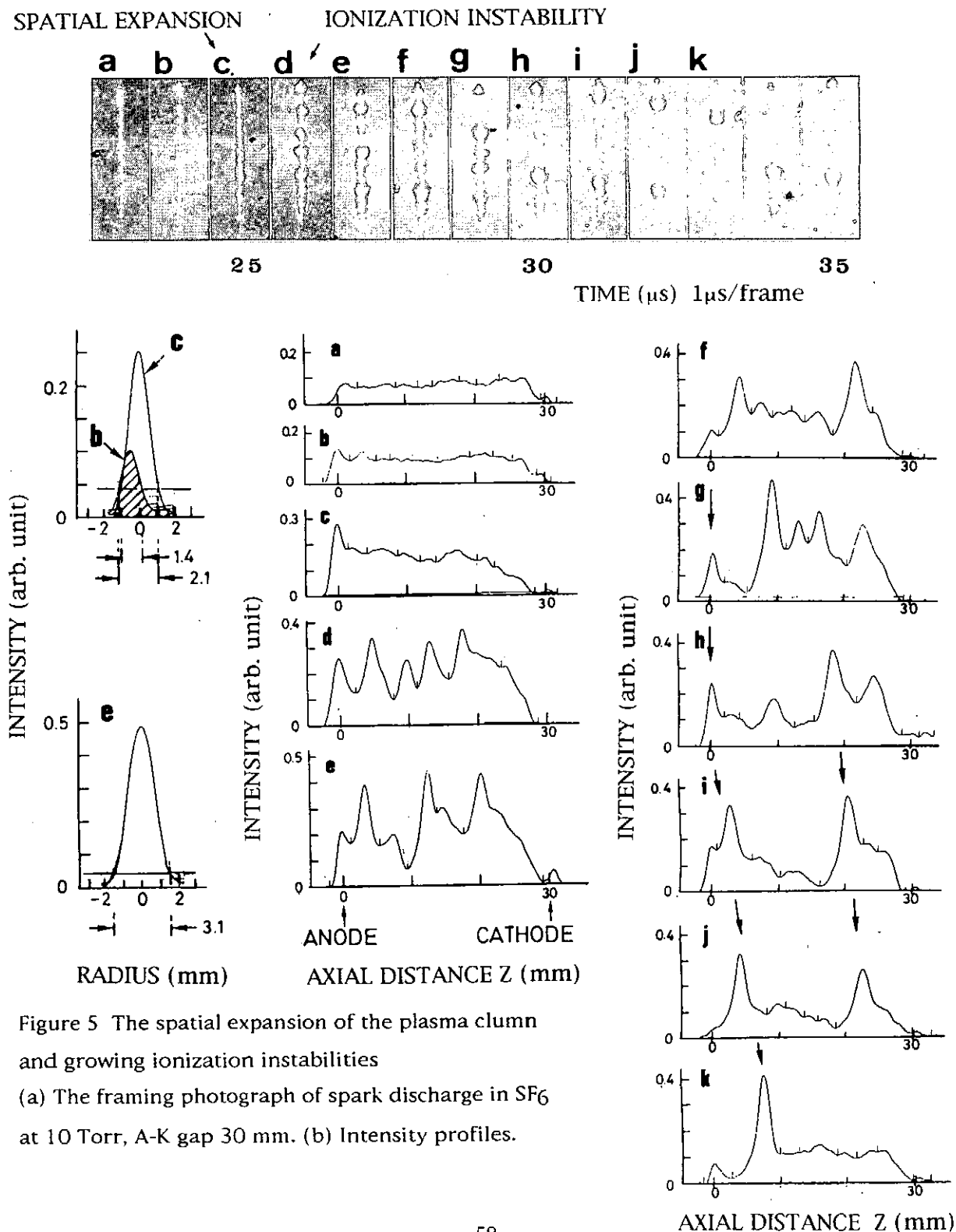


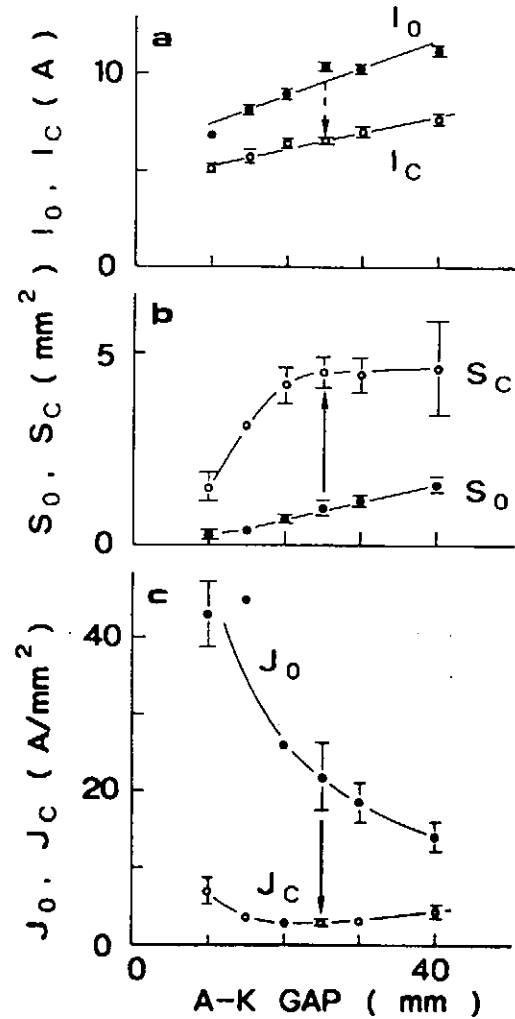
Figure 5 The spatial expansion of the plasma column and growing ionization instabilities  
 (a) The framing photograph of spark discharge in SF<sub>6</sub> at 10 Torr, A-K gap 30 mm. (b) Intensity profiles.

In Fig. 6, the current density  $J_0$  and  $J_C$  were estimated at the center of the plasma column as functions of the electrode gap. The cross sections of the plasma column  $S_0$  and  $S_C$ , were estimated from the full width half maximum of the intensity profiles of the framing photographs. The radial variation of the discharge current density was approximated with the form:

$$J(r) = J_i(a^2 - r^2) / a^2,$$

where  $i = 0$  or  $C$ ,  $a$  is the radius of the plasma column.

Figure 6 Decrease in the current density at the expansion. (a) The discharge current in the initial discharge,  $I_0$  and the discharge current at the enhancement  $I_C$ . (b) The cross sections of the plasma column in the initial discharge  $S_0$  and the expansion  $S_C$ . (c) The current densities in the initial discharge  $J_0$  and after the expansion  $J_C$ . SF<sub>6</sub> pressure was fixed at 10 Torr.



After the enhancement, the strength of the electric field becomes five times greater than the initial value, thus the electronic velocity significantly increases. In the constricted discharge, the strength of the electric field is 400 Td and the drift velocity of free electrons can be estimated at  $2 \times 10^7$  cm/s. After the enhancement, the drift velocity increases to  $7 \times 10^7$  cm/s. The E/N dependence of the electron drift velocity is summarized in the supplementary data. The dependence was extrapolated to  $2 \times 10^3$  Td using the relation a.



At the same time, the spatial expansion of the plasma column causes significant decrease in the current density. In the present case, the current density decreased from  $21.7 \pm 4.5 \text{ A/mm}^2$  to  $2.9 \pm 0.2 \text{ A/mm}^2$ . Supposing the quadratic form for the current density profile, the initial density of free electrons was estimated at  $6.5 \times 10^{14} - 8.4 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . After the enhancement, the electron density was estimated at  $2.4 \times 10^{13} - 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . The results are summarized in Fig. 7 as functions of the temperature of the discharge medium. The increase in the relative concentration of negative ions compensates the decrease in the electron density. Thus, the present observation of the ionization instability holds a unique position: the breakdown in balanced space charges of negative ions and positive ions.

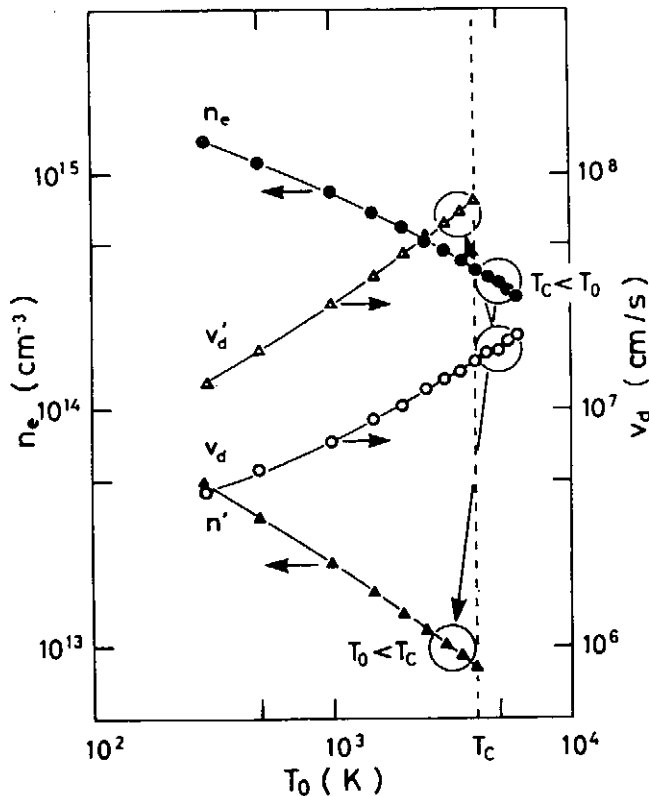
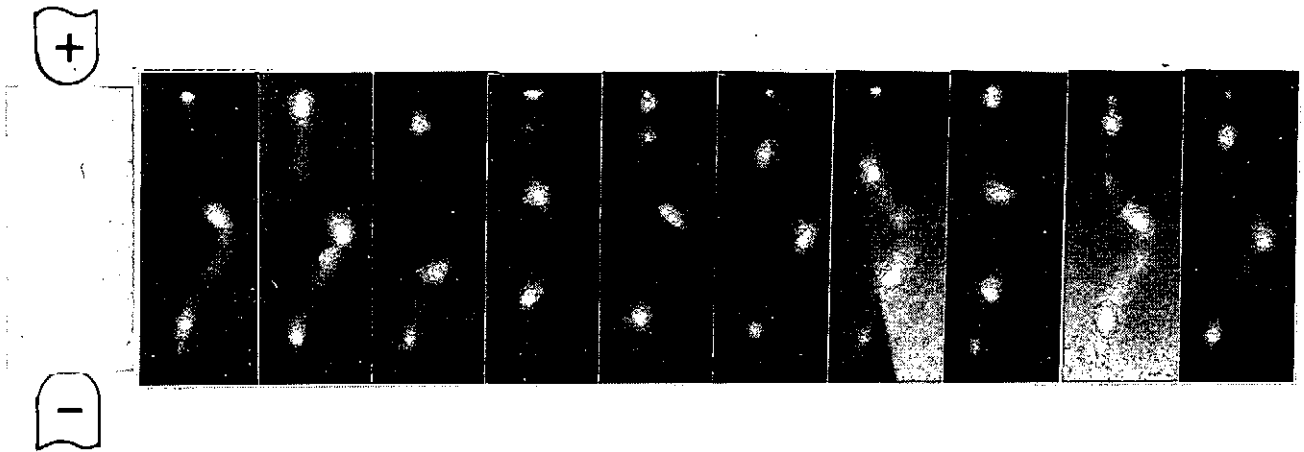


Figure 7 Comparison of the electron densities and the electron drift velocities in the constricted plasma column ( $T > T_C$ ) and in the spatially expanded plasma column ( $T < T_C$ ).

The branching of the spark discharge is one of the well-known characteristics of the long gap SF<sub>6</sub> spark. In Fig. 8, we present a typical example for the ionization instabilities propagating in a zigzag discharge channel.

It should be noted that the consecutive branching of secondary avalanches, in the pre-breakdown stage, caused the zigzag profile, not the magnetic repulsion by the discharge circuit.

From the view point of the plasma physics, the study of the electrical discharge has just started. In weakly ionized discharges, the ionic motion is strongly damped by collisions. In the experiment in electronegative gases, the role of the negative ions in the ionization instability has not been explained. The double-layer type potentials of the ionization instabilities are originated in the collective motion of the electron swarm, completely different mechanisms as the double layers in the laboratory plasmas.



Delay time: 36  $\mu$ sec. Framing rate: 1 frame/1  $\mu$ sec.

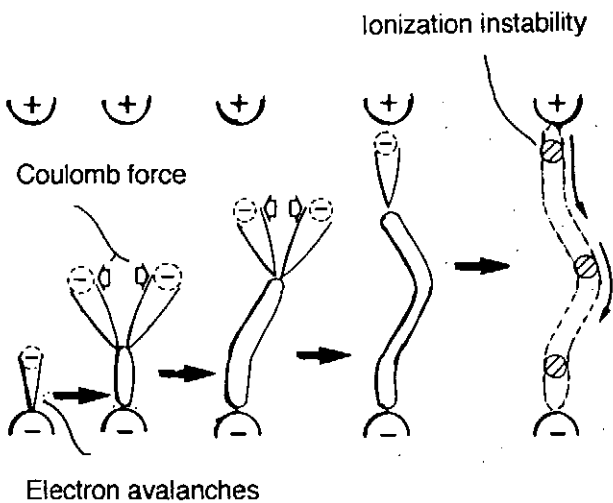


Figure 8 Ionization instabilities propagating across a zigzag discharge channel and a schematic image of the branching in the pre-breakdown stage. SF<sub>6</sub> at 10 Torr, A-K Gap 40 mm.

### 3. Quasi-periodic oscillation in He glow discharge

One of early researches on chaotic phenomena in electrical discharge was studied in a neon bulb by B. L. Van der Pol and J. Van der Mark<sup>2)</sup> in 1927. The characteristic of the forced relaxation oscillation in the Ne bulb circuit was studied in more detail by K. Masutani, K. Hashimoto and A. Yoshikawa<sup>3)</sup> in 1990. In the electrical discharges in small Ne bulbs, however, the distance between electrodes is insufficient for the growth of ionization instabilities. The experimental researches on chaotic phenomena have been carried out in beam driven plasmas and in voltage applied ion sheath. Most of these works studied the chaotic motion of charged particles, in large plasma sources.<sup>4-6)</sup> The chaotic fluctuation in the glow discharge was reported by only few researchers.

C. Wilke, R. W. Leven and H. Deutsch<sup>7)</sup> reported the experimental observation of the sequences of periodic, quasi-periodic and chaotic state of externally forced periodic oscillation in positive column of He discharges. T. Braun, J. A. Lisboa and R. E. Francke reported the cascaded period doubling in electrical discharges in He spectral tubes.<sup>8)</sup> The quantitative measure of the chaos, such as the fractal dimension, was not described in their original report and unknown periodicity was included in their model for the electrical discharge.

The forced randomization is frequently explained using a dispersion relation,  $k\omega = \text{constant}$ : the excitation of harmonics in frequency and in wave-number,  $2\omega$ ,  $\omega/2$ ,  $k/2$ , and  $2k$ . The harmonics is generated due to the non-linearity of the ionization term that grows in the direction of group velocity, towards the anode. Moving with the same phase velocity as the fundamental mode, these harmonics can be represented as a virtual wave on the dispersion curve. Waves with multiple harmonics in frequency and wave-numbers can therefore be excited on the actual dispersion curve. In narrow discharge tubes, however, the effect of the non-linearity of ionization term becomes ineffective. In the present experiment, the perturbation of the discharge current is rather

sinusoidal at low discharge current. When the discharge current was raised very slowly, the intensity of the optical emission started to fluctuate in a complex manner. The primary oscillation at  $f_1$  was perturbed by the onset of secondary oscillations: a low frequency peak at  $f_2$  and side bands at  $f_1 - f_2$  and  $f_1 + f_2$ . In a typical case,  $f_1 = 282$  kHz,  $f_2 = 77.5 \pm 0.5$  kHz and  $f_1/f_2 = 3.66$ . When frequency of  $f_2$  approached to  $1/3$  of  $f_1$ , the ionization instability showed complex and non-periodic fluctuations.

Figure 9 shows the experimental apparatus. The discharge tube was made of Pyrex, 3 mm in internal diameter and 93 mm in length. The wall temperature was stabilized with the water circulation, because the reproducibility of the present experiment was very sensitive to the gas temperature. When the discharge gas was heated up by the discharge current, the slower wave was suppressed by faster waves and the chaotic state was overridden by another sinusoidal state.

The discharge gas was He with 99.9995% grade and the absolute pressure was measured with Baratron-122A. Discharge electrodes were made of 99.99 % Ni with 4.2 mm internal diameter and 15 mm in length. The discharge current was controlled with a power supply: maximum 2 kV, 45 mA.

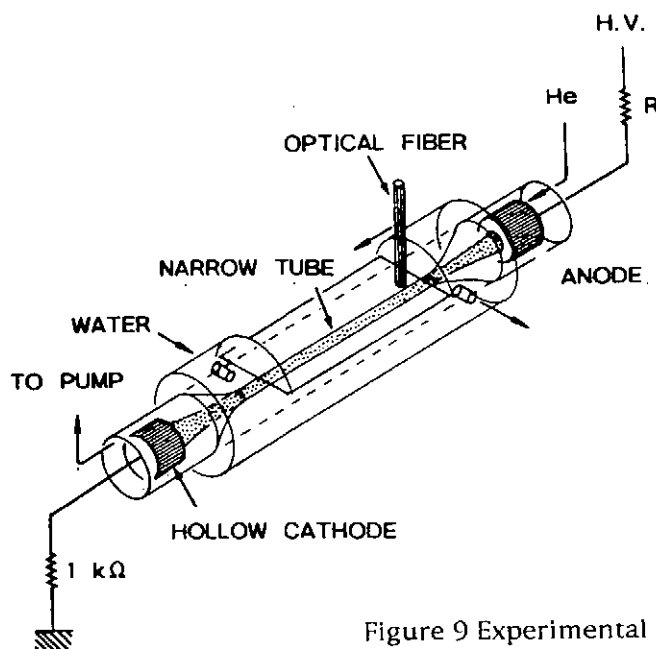


Figure 9 Experimental setup for the He glow discharge in a narrow discharge tube.

In the experimnts described in the following part, the point-wise correlation dimension was calculated as a quantitative measure for the complexity of the fluctuated discharge current.<sup>9-10)</sup> The spectral analysis was carried out using a spectrum analyzer, ADVANTEST, Model R3261A, and compared with the result of the data processing using the MEM (the maximum entropy method), the Burg algorithm[Ref. 11]

The fractal dimension was determined with the method proposed by Grassberger and Procaccia<sup>12)</sup> that furnishes the most practical method for the approximation of the dimensionality of the attractor measure: the dimension  $\nu$  was determined from the asymptotic behavior of the integral correlation function,  $c(r)$ ,

$$C(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N H(r - \|X_i - X_j\|),$$

where,

$$\|\bar{w} - \bar{z}\| = \max \{ |w_j - z_j|, 1 < j < d \}.$$

The parameter  $d$  is the embedding dimension.  $H$  is the Heaviside function:  $H(z) = 1$  for  $z \geq 0$  and  $H(z) = 0$  for  $z < 0$ .

Using this algorithm, the fractal dimension was successfully calculated for known attractors: Henon, Lorentz and the Rayleigh-Bernard convection in hydrodynamic turbulence [Ref. 13].  $N^2$  calculations, however, are needed for  $N$  sampled points, resulting in large numbers of the total calculation. Thus, in the present work,  $L$  sample points were randomly chosen and the amount of the total calculation was reduced to  $L \times N$ , where  $N=2000$  and  $L=100$ . [Ref. 14]

Figure 10 shows variation of the correlation dimension and the amplitude of the perturbed discharge current in He glow discharge as functions of the average discharge current. The discharge tube was replaced with a sealed He spectral tube. After the breakdown, the anode voltage was rapidly decreased to the lower limit of the stationary glow discharge, then gradually increased.

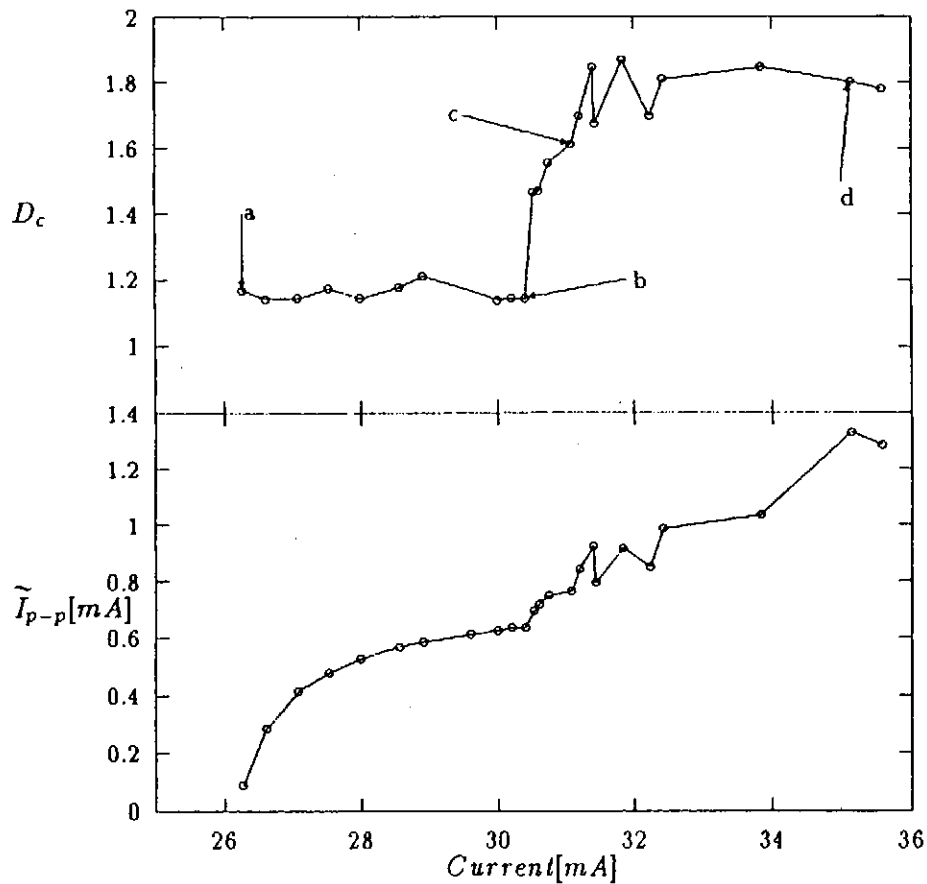
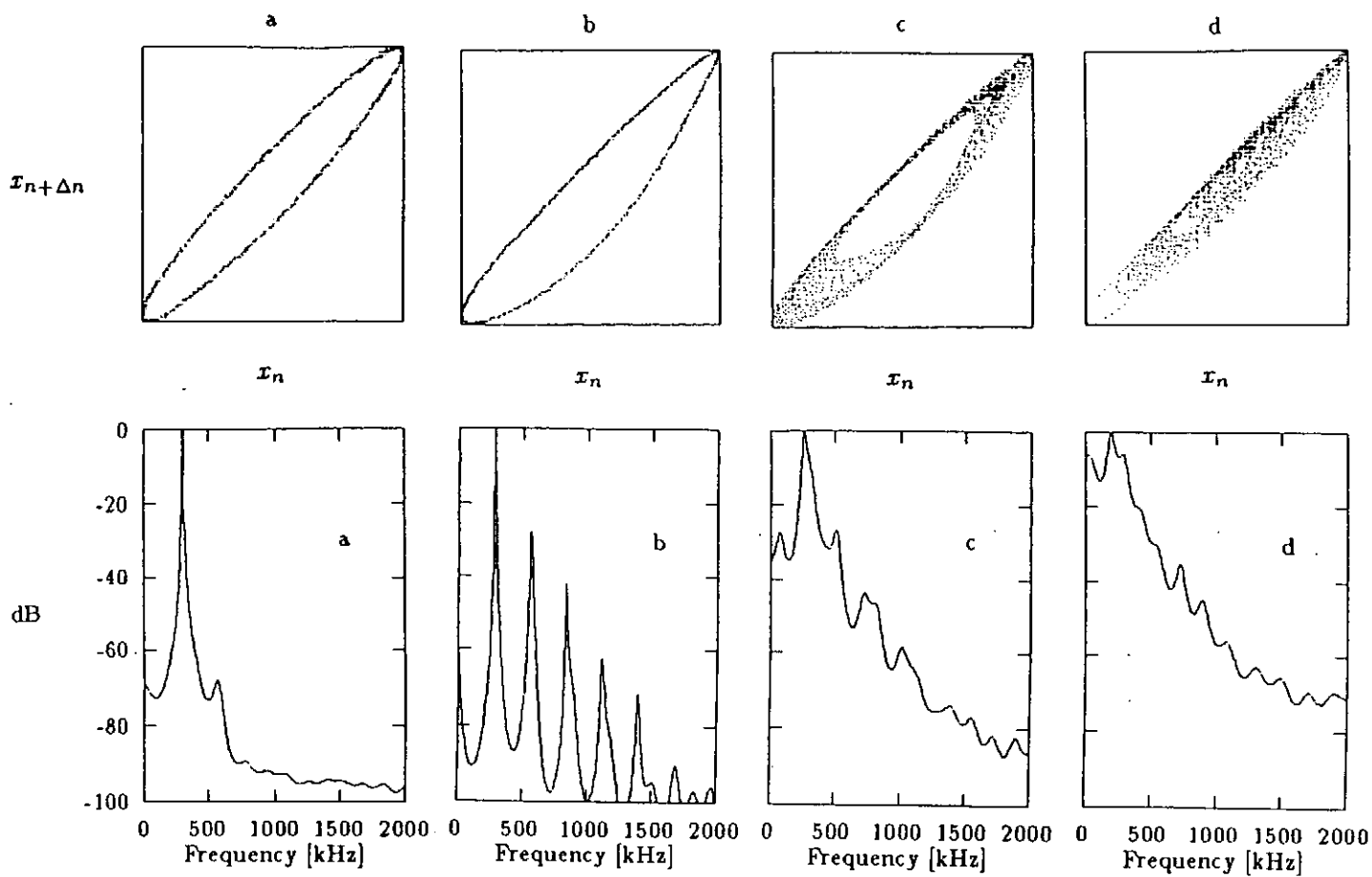


Figure 10 Increase in the complexity of the ionization instabilities in a sealed He glow discharge.  $D_c$ : the correlation dimension.

When the average discharge current became greater than a stable limit, 26.2 mA, nearly sinusoidal modulation appeared in the discharge current and the optical emission from the plasma column. The two-dimensional phase space trajectory of  $x_n$  vs.  $x_{n+\Delta n}$  was generated from 2000 sample points. One cycle of the trajectory was made up with 66 sample points and  $\Delta n = 4$ . With increasing the anode potential, the average discharge current increased and the oscillation at  $f_1$  gradually increased in its amplitude. The spectrum showed higher harmonics at  $f = nf_1$ , where  $n = 2, 3$ . During the periodic oscillation, the correlation dimension was  $1.15 \pm 0.5$ . The increment of 0.15 should be attributed to the thermal noise in electrical discharges.

At a critical discharge current, a secondary oscillation appeared and the phase space trajectory became scattered, as in Fig. 10 (c). When the discharge voltage was raised further, the wave form became more complex, as in Fig. 10 (d). The correlation dimension increased to  $1.7 \pm 0.5$ .

Figure 11 shows the relation between the primary and secondary oscillations in typical quasi-periodic state. In Fig. 11 (a), one can observe the fundamental mode  $P_1$  at 297 kHz (282.6 mV), the second harmonics  $P_2$  at 590 kHz (61.87 mV) and the third harmonics  $P_3$  at 888 kHz (16.13 mV) at discharge current,  $I_d = 29$  mA. When the discharge current was raised further, side peaks appeared in the frequency spectrum in Fig. 11 (b):  $SP_1$  at  $f_1 - f_2 = 241$  kHz (89.49 mV) and  $SP_2$  at  $f_1 + f_2 = 328$  kHz (90.81 mV), where  $P_1$ :  $f_1 = 284$  kHz (423 mV) and  $P_2$ : 562 kHz (118.8 mV),  $f_2 = 43.5 \pm 0.5$  kHz (not observed) and  $f_1/f_2 = 6.6$ , at  $I_d = 31.65$  mA.

In Fig. 11 (c) one can observe a low frequency peak at  $f_2 = 77.5 \pm 0.5$  kHz  $\approx$  80 kHz (158.2 mV) and side peaks:  $SP_1$  at  $f_1 - f_2 = 205$  kHz (203 mV) and  $SP_2$  at  $f_1 + f_2 = 360$  kHz (179.8 mV), where the frequency of fundamental mode  $P_1$   $f_1 = 282$  kHz (316.6 mV) and  $f_1/f_2 = 3.66$ , at  $I_d = 32$  mA. When the discharge current was raised slightly, the discharge current started to oscillate in a extremely

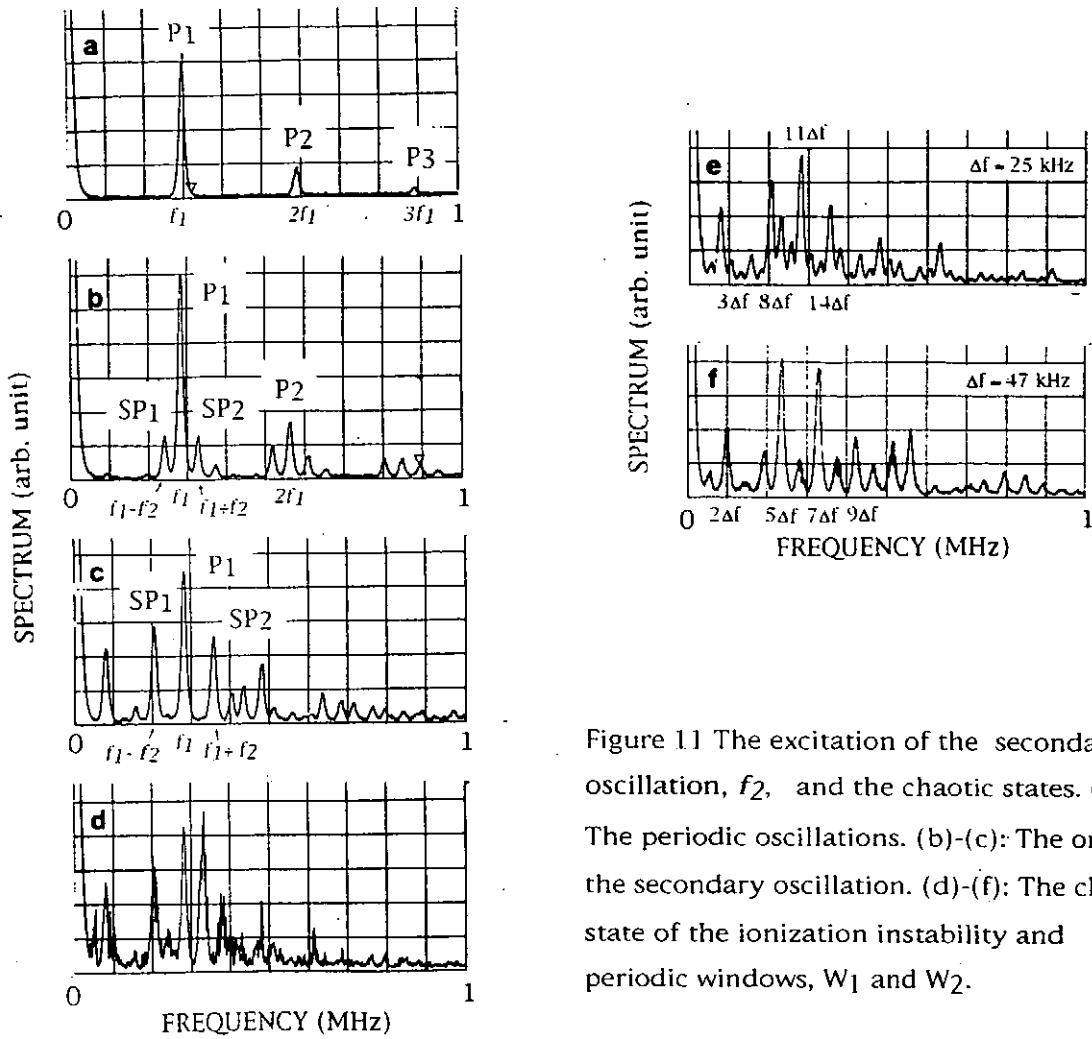


Figure 11 The excitation of the secondary oscillation,  $f_2$ , and the chaotic states. (a) The periodic oscillations. (b)-(c): The onset of the secondary oscillation. (d)-(f): The chaotic state of the ionization instability and periodic windows,  $W_1$  and  $W_2$ .

complex manner and the spectrum became broader as in Fig. 11 (d) at  $I_d = 33.89$  mA. The oscillation of the discharge current became periodic in Fig. 11 (e) -- (f), at  $I_d = 33.90$  mA ( $W_1$ ) and 35.26 mA ( $W_2$ ), respectively.

In Fig. 12, we present a typical example for the chaotic state of the ionization instability, observed in He glow discharge at 2.4 Torr. The correlation dimension was determined from the gradient of  $c(r)$  ( $\propto r^\nu$ ) in the logarithmic plot at  $r = 40$  to 200 of the asymptotic behavior of the integral correlation function. The phase velocity of the primary instability was  $2.3 \times 10^5$  cm/s, the frequency was 267.4 kHz. The potential difference across the wavelength was  $24.5 \pm 0.5$  V. This result is approximately equal to the first excited potential or the



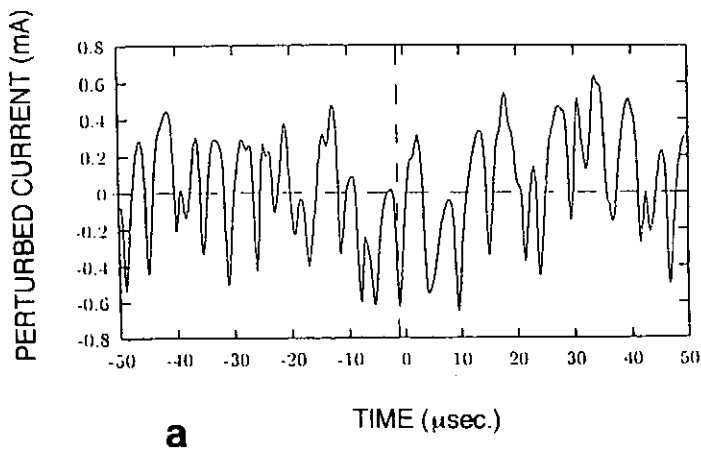
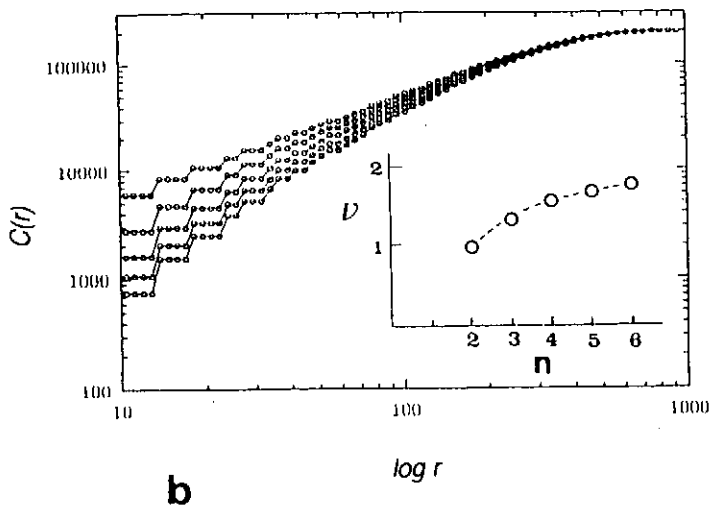


Figure 12 Chaotic state of the ionization instability and the integral correlation function,  $C(r)$ . (a) A typical wave form of the chaotic oscillation of the discharge current and (b) the asymptotic behavior of  $C(r)$ , vs.  $r$ . The correlation dimension  $\nu$  vs. the embedding dimension  $d$ .



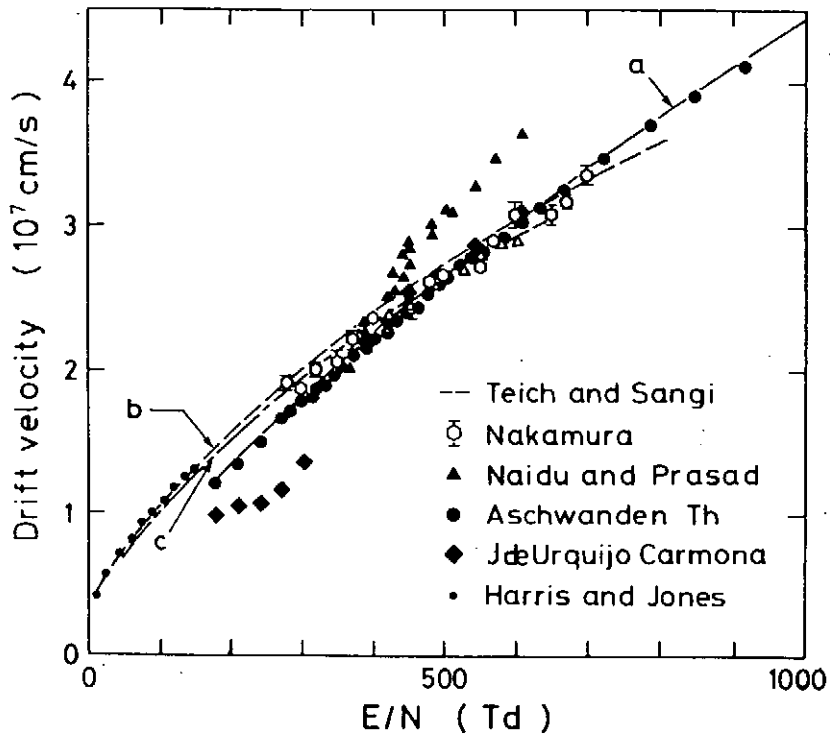
ionization potential (24.5 eV). These characteristics of the primary instability agree with the observed characteristics of the r-wave. [Ref. 15-21]

In the present experiment, the randomization of the wave can not be explained using the excitation of harmonic in the frequency. Apparently, the chaotic state was found to be originated in the secondary oscillation's  $f_2$  that continuously approached to  $1/3$  of the primary instability  $f_1$ .

### Acknowledgment

The authors express their thanks to Professor Dr. Shinji Suganomata and Dr. Hiroshi Amemiya for stimulating discussions. The measurement of the spectrum in He glow discharge was realized by the courtesy of the ADVANTEST Corporation.

## Supplementary data



Drift velocity of electrons as functions of E/N

Drift velocity was approximated with the following relations.

(a) High field region:  $v_d = 1.027 \times 10^{19} (E/N)^{0.74} \text{ m/s}$

(b) Intermediate region:  $v_d = 4.02 \times 10^{16} (E/N)^{0.61} \text{ m/s}$

(c) Low field region:  $v_d = 1.71 \times 10^{16} (E/N)^{0.59} \text{ m/s}$

Drift velocity was extrapolated to high field region using solid curve a.

Values for drift velocity were taken from original papers by F. M. Harris and G. J. Jones<sup>22)</sup>, M. S. Naidu and A. N. Prasad<sup>23)</sup>, T. Teich and M. S. Sangi<sup>24)</sup>, Th. Aschwanden<sup>25)</sup>, Yoshiharu Nakamura,<sup>26)</sup> and J de Urquijo Carmona,<sup>27)</sup>

## References

1. Tetsuya Akitsu, Takayoshi Ohtsu, Hidenori Matsuzawa, and Shinji Suganomata, J. A. P. 74 (2) (1993) 832 - 838.
2. B. L. Van der Pol and J. Van der Mark, Nature 120 (1927) 363.
3. K. Masutani, K. Hashimoto and A. Yoshikawa, Journal of the Applied Physics Society 59 (1990) 89 - 97. ( in Japanese)
4. P. Y. Cheung and A. Y. Wong Phys. Rev. Lett., 59 (1987) 551 - 554.

5. N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai, *Journal of the Physical Society of Japan* **58** (1989) 28 - 31.
6. M. Kono, H. Nakashima and A. Komori, *Journal of the Physical Society of Japan* **61** (1991) 407 - 410.
7. C. Wilke, R. W. Leven and H. Deutsch, *Physics Letters A* **136** (1989) 114 - 120.
8. Thomas Braun, Jorge A. Lisboa and Richardo E. Francke, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 613 - 616.
9. J. Qin, L. Wang, D.P. Yuan, P. Gao and B. Z. Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 163 - 166.
10. Jiang Qin and Long Wang, *Physics Letters A* **156** (1991) 81 - 83
11. J. P. Burg, "*Maximum entropy spectral analysis*" *Ph. D. Dissertation, Dept. Geophys. Stanford Univ. , Stanford, 1975.*
12. Peter Grassberger and Itamar Procaccia, *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 346 - 349.
13. B. Malraison, P. Atten, P. Berge, M. Dubois, *J. de Physique, Letters*, **44** (1983) L-897 - L-902.
14. Eiji Ogawa, Thesis for the degree of the Master of Engineering, (Department of Electrical Engineering, Yamanashi University, 1993).
15. A. V. Nedospasov, *Usp. Fiz. Nauk* **94** (1968) 439 - 462.
16. L. Pekarek, *Usp. Fiz. Nauk*, **94** (1968) 463 - 500.
17. K. Wojaczek, *Beitrage der Plasmaphysik*, **11** (1971) 335.
18. K. Rohlena, T. Ruzicka and L. Pekarek, *Czech. J. Phys.*, **B 22** (1972) 920.
19. L. Pekarek and J. Krasa, *The Proceedings of invited lectures given at the 7 th Yugoslav Symposium and Summer School on the Physics of Ionized Gases, Rovinj, Yugoslavia, (1974)* 915 - 927.
20. V. Perina, K. Rohlena and T. Ruzicka, *Czech. J. Phys.*, **B 22** (1975) 660.
21. H. Amemiya, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **17** (1984) 2387 - 2398.
22. F. M. Harris and G. J. Jones, *J. Phys. B: At. Mol Phys.* **4**, (1971) 1536.
23. M. S. Naidu and A. N. Prasad, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **5** (1972) 1090.
24. T. Teich and M. S. Sangi, *Proceedings of the Symposium on High Voltage Technology, Munich, Germany, 1972*, p. 391
25. Th. Aschwanden, *Proceedings of the 4th Symposium on Gaseous Dielectrics, Knoxville, Tennessee (Pergamon, New York, 1984)* p. 24.
26. Yoshiharu Nakamura, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **21** (1988) 65.
27. J de Urquijo Carmona, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **16** (1983) 1603.

# ストキャスティックな磁力線の相関

杉本久也, †倉澤 孝, 芦田久男  
電総研、†東工大理  
茨城県つくば市梅園 1-1-4  
†東京都目黒区大岡山

February 27, 1995

## Correlation of Stochastic Magnetic Field Lines

Hisaya SUGIMOTO, †Takasi KURASAWA  
and Hisao ASHIDA

Electrotechnical Laboratory, 1-1-4 Umezono, Tsukuba, Ibaraki 305, JAPAN

†Department of Physics, Tokyo Institute of Technology, Ōokayama, Meguro, Tokyo  
152, JAPAN

### 1 はじめに

前回の報告<sup>1)</sup>で研究の目的及び基礎方程式等述べてあるので、本稿では割愛する。プラズマ中のテアリングなどの不安定性の為磁力線がストキャスティック（カオス状態）になり、そのため磁気面が破壊される。その状態での磁力線の拡散係数の表式を前回導出したが、今回その磁力線のトロイダル方向（本稿では時間にとってある）の相関距離を導出した。ここで扱う相関距離は Kadomtsev & Pogutse<sup>2)</sup> が使用したもので、一本の磁力線が、二つのテアリング従ってそれらのハーモニクス達の摂動の影響を受けながら、トロイダル方向に進む時どの程度その軌道がストキャスティックになるかを示す量である。つまり磁力線がもともとあった磁気面からどれだけ統計的に離れて磁気面を破壊するかを表す量と考えて良い。これとよく似た量で Kolmogorov-Lyapunov 距離（時間）と云うものがあるが、これは極く近傍にある二本の磁力線が摂動の影響を受けながらトロイダル方向に進むとき初期値からどれだけ離れたかその統計的離れぐあい（二本の磁力線の無関係度）を表すもので、ここで扱う相関距離とは本質的に違うものである。この辺の事情は Krommes et al.<sup>3)</sup> の論文に詳しく述べられているので参考になる。

## 2 磁力線の相関距離

各々の共鳴面で生じた二個のテアリングが一本の磁力線の軌道をどう変化させ、ストキャスティックな状態にするかが本稿の主題である。二個のテアリングの振幅  $M, P$  が小さい場合は磁力線は各々の磁気島を形成し、大きくなるに従って磁力線は彷徨運動をするようになる。たとえば片方の磁気島付近から出発した磁力線は彷徨運動を重ねながらもう片方の磁気島へとある速度で移動する（前報告の図(1-3)~図(1-5)参照）。本稿の目的の第一はトロイダル方向（時間方向）の磁力線の相関距離を導出することである。第二に上述の平均速度からフリクシオン係数を導出し、さらに前回求めた拡散係数を用いて、アインシュタインの関係を議論することである。第三に求めた相関距離が共鳴磁気面から離れるに従って減衰するが、その減衰度から磁力線の半径を評価し、粘性係数を導出することが目的である。

前回の報告では取り入れられていなかった移動速度の項をも考慮すると磁力線密度  $\bar{f}_0(t)$  の方程式は次の様に表される。

$$\frac{\partial \bar{f}_0(t)}{\partial t} = -U \frac{\partial \bar{f}_0(t)}{\partial I} + \frac{\partial}{\partial I} D \frac{\partial \bar{f}_0(t)}{\partial I}, \quad (2-1)$$

ここで

$$U = -\frac{P^2}{2} \sum_{n=0} (k+n)^2 [V_{(k+n)}^k(I_n) \frac{\partial V_{(k+n)}^k(I_n)}{\partial I}] \tilde{H}_\eta^R, \quad (2-2)$$

$$D = \frac{P^2}{2} \sum_{n=0} (k+n)^2 [V_{(k+n)}^k(I_n)]^2 \tilde{H}_\eta^R, \quad (2-3)$$

$$\tilde{H}_\eta = \tilde{H}_\eta^R + i\tilde{H}_\eta^I = \int_0^t dt' [\tilde{G}_\eta^R(t-t') + i\tilde{G}_\eta^I(t-t')], \quad (2-4)$$

$$\tilde{G}_{\pm\eta}(t) = \tilde{G}_{\pm\eta}^R(t) + i\tilde{G}_{\pm\eta}^I(t) = \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} \frac{dp}{2\pi i} \exp(pt) \tilde{G}_{\pm\eta}^p, \quad (2-5)$$

$$\eta = i[k - (k+n)\Omega]. \quad (2-6)$$

サフィックス  $R$  と  $I$  は各々実数部分と虚数部分を表している。ここで  $I_n$  は  $n$  番目の共鳴面 ( $M \neq 0, P = 0$ ) での値を示している。 $D$  は磁力線の拡散係数、 $U$  はここで問題にしている、磁力線が下の共鳴面から上の共鳴面へと移動する平均速度である。

Kadomtsev & Pogutse<sup>2)</sup> は  $D = (1/4) \langle b^2 \rangle L_0$ , ( $b = \delta B/B$ ) として相関距離  $L_0$  を定義している。この定義と方程式(2-3)の拡散係数  $D$  を比較すると Kadomtsev & Pogutse の  $L_0$  はここでの  $\tilde{H}_\eta^R$  に相当している。事実、方程式(2-4)の積分は  $\tilde{G}_\eta^R(t)$  が時間に関するグリーン関数であることを考慮すると、トロイダル方向（時間方向）の相関距離を表していることが分かる。以後我々は  $\tilde{H}_\eta^R(t)$  を磁力線の相関距離と呼ぶことにする。次節において相関距離の性質について詳しく調べる。

ここで  $\tilde{G}_\eta(t)$  を求める過程を簡単に示しておく。Rudakov と Tsytovich(1971)<sup>4)</sup> が導入した人工的な時間  $\tau$  を使って次の様なラプラス変換を行う。

$$\tilde{G}_\eta^p = \int_0^\infty d\tau e^{-\tau} \tilde{G}^p(\tau). \quad (2-7)$$

$\tilde{G}^p(\tau)$  は磁力線の Liouville 方程式の揺動部分から次の方程式に支配されていることが導ける。

$$\left[ p + \frac{\partial}{\partial \tau} + \sum_{\substack{n'=0 \\ n' \neq n}} \frac{C_{n'} - i\tau U_{n'} + \tau^2 D_{n'}}{p - \eta_{n'}} \right] \tilde{G}^p(\tau) = \delta(\tau). \quad (2-8)$$

ここで

$$C_{n'} = \frac{P^2}{4} (n - n')(k + n) \left[ \frac{\partial V_{(k+n')}^k}{\partial I}(I_{n'}) \right]^2, \quad (2-9)$$

$$U_{n'} = \sigma(k + n) \frac{P^2}{4} (k + n')^2 \left[ \frac{\partial V_{(k+n')}^k}{\partial I}(I_{n'}) V_{(k+n')}^k(I_{n'}) \right], \quad (2-10)$$

$$D_{n'} = \sigma^2(k + n)^2 \frac{P^2}{4} (k + n')^2 \left[ (V_{(k+n')}^k(I_{n'}))^2 \right]. \quad (2-11)$$

$C_{n'}$ 、 $U_{n'}$ 、 $D_{n'}$  達は  $\eta$  の関数ではないので 方程式(2-8)の  $\tilde{G}^p(\tau)$  は容易に解けて次式で表される。

$$\tilde{G}^p(\tau) = \exp \left[ -p\tau - \sum_{\substack{n'=0 \\ n' \neq n}} \left[ \tau \frac{C_{n'}}{p - \eta_{n'}} - i \frac{1}{2} \tau^2 \frac{U_{n'}}{p - \eta_{n'}} + \frac{1}{3} \tau^3 \frac{D_{n'}}{p - \eta_{n'}} \right] \right]. \quad (2-12)$$

$\tau$  に関する方程式(2-12)のラプラス変換を行い

$$\tilde{G}_\eta^p = \int_0^\infty d\tau \exp \left[ -(p + \eta)\tau - \sum_{n'=0} \left[ \tau \frac{C_{n'}}{p - \eta_{n'}} - i \frac{1}{2} \tau^2 \frac{U_{n'}}{p - \eta_{n'}} + \frac{1}{3} \tau^3 \frac{D_{n'}}{p - \eta_{n'}} \right] \right]. \quad (2-13)$$

更に  $p$  に関する  $\tilde{G}_\eta^p$  の逆ラプラス変換を行うと求める  $\tilde{G}_\eta(t)$  を得ることができる。

$$\begin{aligned} \tilde{G}_\eta(t) &= \int_0^\infty d\tau \exp(-\eta\tau) \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} \frac{dp}{2\pi i} \exp \left[ p(t - \tau) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{n'=0} \left[ \tau \frac{C_{n'}}{p - \eta_{n'}} - i \frac{1}{2} \tau^2 \frac{U_{n'}}{p - \eta_{n'}} + \frac{1}{3} \tau^3 \frac{D_{n'}}{p - \eta_{n'}} \right] \right]. \end{aligned} \quad (2-14)$$

上式の和の中で一つの  $n'$  のみを取りその他の項を無視すると簡単になり (後に分かる様にこのことは一般性を失わない)、次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{\eta, n'}(t) &= \int_0^t d\tau \exp(-\eta\tau) \tilde{G}_{\eta, n'}(t - \tau) \\ &= \exp(-\eta t) \left\{ 1 - \int_0^t d\tau \exp[(\eta + \eta_{n'})(t - \tau)] \right. \\ &\quad \left. \times \left[ \frac{(S(\tau))^{1/2}}{(t - \tau)^{1/2}} J_1(2(S(\tau))^{1/2}(t - \tau)^{1/2}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2-15)$$

ここで  $J_1$  は第一種のベッセル関数であり

$$S(\tau) = C_{n'}\tau - iU_{n'}\frac{\tau^2}{2} + D_{n'}\frac{\tau^3}{3}, \quad (2-16)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{\eta,n'}(t-\tau) = \exp[\eta_{n'}(t-\tau)] & \left[ \delta(t-\tau) \right. \\ & \left. - \frac{(S(\tau))^{1/2}}{(t-\tau)^{1/2}} J_1(2(S(\tau))^{1/2}(t-\tau)^{1/2}) \right]. \end{aligned} \quad (2-17)$$

方程式(2-17)の第一項はフリープロパゲーターであり、第二項はエフェクティブな衝突項 或いは共鳴幅効果を示している。これ等の効果の為  $G_{\eta,n'}(t)$  は全く発散の問題を起こさない。方程式(2-14)の和の中で全ての  $n'$  を入れると、多重たみこみの積分で正確な解を得ることが出来、それは次式で表される：

$$\begin{aligned} \tilde{G}_\eta(t) = \int_0^t d\tau \exp(-\eta\tau) \int_0^{\tilde{t}} d\tilde{t}_0 \tilde{G}_{\eta,0}(\tilde{t}-\tilde{t}_0) \\ \times \prod_{\substack{n'=1 \\ n' \neq n}}^m \int_0^{\tilde{t}_{n'-1}} d\tilde{t}_{n'} \prod_{\substack{n'=1 \\ n' \neq n}}^m \tilde{G}_{\eta,n'}(\tilde{t}_{n'-1}-\tilde{t}_{n'}) \tilde{G}_{\eta,m+1}(\tilde{t}_m), \end{aligned} \quad (2-18)$$

ここで

$$\tilde{t} = t - \tau,$$

である。

最後に  $n'$  を一個と二個取り入れた場合の  $\tilde{G}_\eta(t)$  のグラフを各々図(2) ( $n=2$  で  $n'=1$  の一個のみ) 及び図(3) ( $n=2$  で  $n'=1$  と  $n'=3$  の二個) に示しておく。 $n=1$  の場合にはあまり差が出ないが、図に示した  $n=2$  の場合には少し差が出ている。

### 3 相関距離とフリクシオン係数と粘性係数

まず  $\hat{H}_\eta^R$  の性質を調べる。二個のテアリングの振幅  $M$  と  $P$  の大きさを一定 (パラメータ) にして、共鳴面からのはずれ  $\delta$  に関して  $\hat{H}_\eta^R$  がどの様に変化するかを  $n=1, n'=0$  の場合について図(1)に示した ( $n=1$  ハーモニック共鳴面近傍にある磁力線が  $n'=1$  ハーモニックの摂動の影響を受けた場合の相関)。真のはずれは  $\eta_n = i[k - (k+n+\delta)\Omega]$  であるが横軸は  $\delta$  としてある ( $\delta=0$  の時  $\Omega = k/(k+n)$  の共鳴面上)。また  $M=P=0.0351$  がストキャスティックの閾値である。振幅  $M, P$  を大きくするにつれ相関距離が減少することが分かる。但し拡散係数はこの  $\hat{H}_\eta^R$  に振幅  $(P^2/2)(k+n)^2 [V_{(k+n)}^k(I_n)]^2$  を乗じたものであるので増大することに注意して欲しい。更に振幅  $M=P$  が閾値を横切る時、相関距離及び拡散係数に何の飛びもないことを図(1)は示している。これは磁力線の拡散係数従って相関距離はハーモニックの磁気島の中が重なり合っていないくても、摂動が有りさえすれば部分的に定義できることを示している。閾値は部分的なストキャスティックの状態から、磁気島の中が重なり合っ全域的にストキャスティックな状態へと発展するところで現れることを示している。

次にもう一つの主題である平均速度  $U$  とフリクシオン係数  $\gamma$  の問題に移る。磁力線が平均的に下から上へと平均速度  $U$  で移動しているとすると。その状態で磁力線に働く力  $\bar{X}$  とフリクシオン力  $F$  は釣り合いの状態にある：

$$\bar{X} + F = 0. \quad (3-1)$$

この時フリクシオン力は平均速度  $U$  とフリクシオン係数によりその定義から

$$F = -\gamma U \quad (3-2)$$

の様に表されている。ここで  $\bar{X}$  の表式を得る為には前回の報告<sup>1)</sup> のハミルトン方程式 (前回の (2-21) 式) を再録する：

$$\begin{aligned} \frac{d\theta^*}{dt} &= \frac{\partial H^*}{\partial I} \equiv \Omega - P \sum_n \frac{\partial V_{k+n}^k}{\partial I} \cos[(k+n)\theta^* - kt], \\ \frac{dI}{dt} &= -\frac{\partial H^*}{\partial \theta^*} \equiv -P \sum_n (k+n) V_{k+n}^k(I) \sin[(k+n)\theta^* - kt]. \end{aligned} \quad (3-3)$$

この方程式の解は磁力線の軌道を表すが、これから次ぎの表式  $\bar{X} = -d^2 \bar{I} / dt^2$  ( $\bar{\quad}$  は時間平均) によって、磁力線に働く力  $\bar{X}$  を導き出す事が出来る：

$$\bar{X} = -\frac{P^2}{2} \sum_{n=0} (k+n)^2 [V_{(k+n)}^k(I_n) \frac{\partial V_{(k+n)}^k(I_n)}{\partial I}]. \quad (3-4)$$

方程式 (3-1) と (3-2) より、フリクシオン係数  $\gamma$  は

$$\gamma = \frac{\bar{X}}{U} \quad (3-5)$$

となるので、方程式 (2-2) の  $U$  と (3-4) より

$$\gamma = \frac{1}{\bar{H}_\eta^R} \quad (3-6)$$

と与えられる。結局フリクシオン係数  $\gamma$  は相関距離  $\bar{H}_\eta^R$  の逆数で与えられることが分かる。

さてこの様な状態においてはアインシュタインの関係  $D/\kappa T = \gamma$  が成立することが予想される。この場合磁力線を一個の粒子の様に扱い、 $\kappa T$  をストキャスティックになった磁力線の仮想的な温度と考えて見よう。そうすると (3-1) 式より  $\kappa T = (d\bar{I}/dt)^2$  ( $\bar{\quad}$  は時間平均) によって仮想的な温度を定義することができる：

$$\kappa T = \frac{P^2}{2} \sum_{n=0} (k+n)^2 [V_{(k+n)}^k(I_n)]^2. \quad (3-7)$$

これを温度として使うとアインシュタインの関係は

$$\frac{D}{\kappa T} = \bar{H}_\eta^R = \frac{1}{\gamma}, \quad (3-8)$$

となりフリクシオン係数  $\gamma$  は同じ表式  $\bar{H}_\eta^R$  で表されることが分かる。

次に粘性係数  $\nu$  の議論に進む。流体力学の教科書に良く出てくるストークスの関係を考えてみる。それは次の様に表される：

$$6\pi a \nu = \gamma,$$



ここで $a$ は物体の半径である。上式はたとえば空気中の物体が重力場で落下する場合を考えると、その物体と空気間のフリクション係数、粘性係数、半径を結びつける関係を示したものである。これをここで考えている磁力線に当てはめてみると、磁力線が下から上へと上のテアリングに引きつけられて、抵抗を受けながら落下していく状態と類似のものとして考えることが出来る（前報告の図(1-3)~図(1-5)参照）。ここで磁力線を半径 $a$ の円柱と近似してみよう。粘性流体中の円柱に対するフリクション力の公式をラムの教科書<sup>5)</sup>から引用すると、ほぼ次の様な関係が成立すると見られる。

$$\gamma = \frac{4\pi\nu}{1/2 - \gamma_E - \log(ka/2)},$$

ここで $\gamma_E$ はオイラー定数であり、 $k$ は次の様なものである（流体の $\rho$ は1とした）：

$$k = \frac{U}{2\nu}.$$

もし半径 $a$ を知ることが出来れば、 $\gamma, U$ は既知であるので $\nu$ を求めることが出来る。

ここで磁力線の半径が次のような方法で与えられるとしよう。図(1)を見ると、相関距離 $\tilde{H}_\eta^R$ が $\delta$ 方向（次のハーモニック）へ向かって減衰していることが分かる。そこで半径 $a$ がその減衰の半値巾で与えられるとしよう。このことは磁力線の半径 $a$ が各ハーモニックの間のほぼ半分の距離で与えられていることに相当する。ここでは具体的な数値は与えないが、こうして半径 $a$ が分かったので粘性係数 $\nu$ を求めることが出来る。

## 4 まとめ

- 1、トロイダル方向（時間方向）の磁力線の相関距離 $\tilde{H}_\eta^R$ を導出した。
- 2、磁力線の片方のテアリングからもう片方のテアリングへと移動する平均速度 $U$ を求め、これよりフリクション係数 $\gamma$ を導出した。
- 3、磁力線の拡散係数 $D$ とこのフリクション係数からアインシュタインの関係を議論した。
- 4、磁力線の相関距離 $\tilde{H}_\eta^R$ が共鳴面からの距離に関して減衰するが、その減衰の半値巾を落下する磁力線の半径 $a$ として、ストークスの関係より粘性係数 $\nu$ を求めた。

## 5 文献

- 1) プラズマ中のカオス現象（平成5年度 核融合科学研究所共同研究 研究会報告書）NIFS-PROC-16, Apr, 1994.
- 2) Kadomtsev, B.B. & Pogutse, O.P. 1979 *Proceedings of 7th International Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion, Innsbruck*, p.649 IAEA.
- 3) Krommes, J.A., Oberman, C. & Kleva, R.G. 1983 *J. Plasma Physics* **30** 11.
- 4) Rudakov, L.I. & Tsytovich, V.N. 1971 *Plasma Physics* **13** 213.
- 5) H. Lamb 1932 *Hydrodynamics, Cambridge at the University Press.*

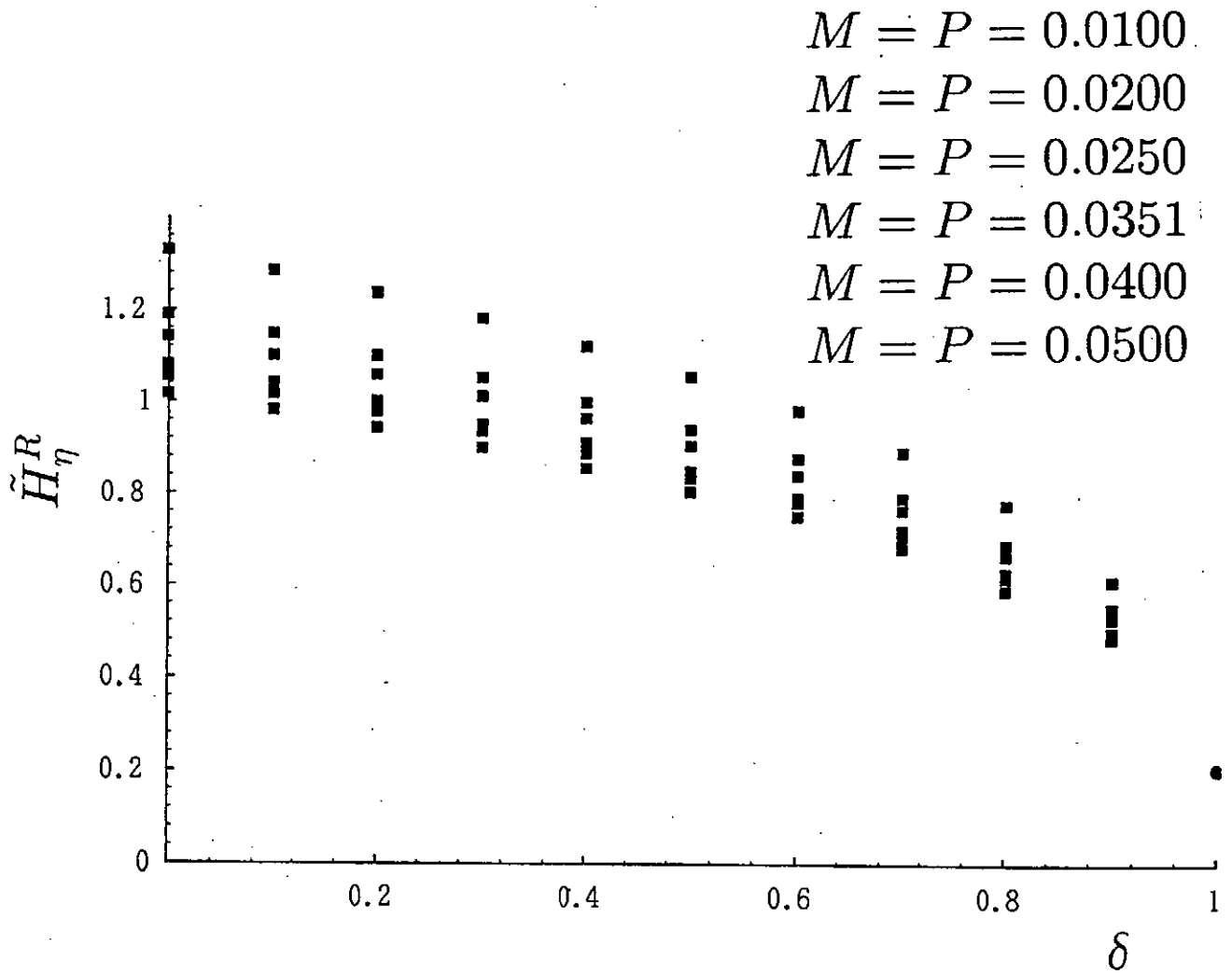


図 (1) : 相関距離  $\tilde{H}_\eta^R$  - 共鳴面からの距離  $\delta$

$$\eta_n = i[k - (k + n + \delta)\Omega]$$

$\delta = 0$  の時  $\Omega = k/(k + n)$  の共鳴面上。

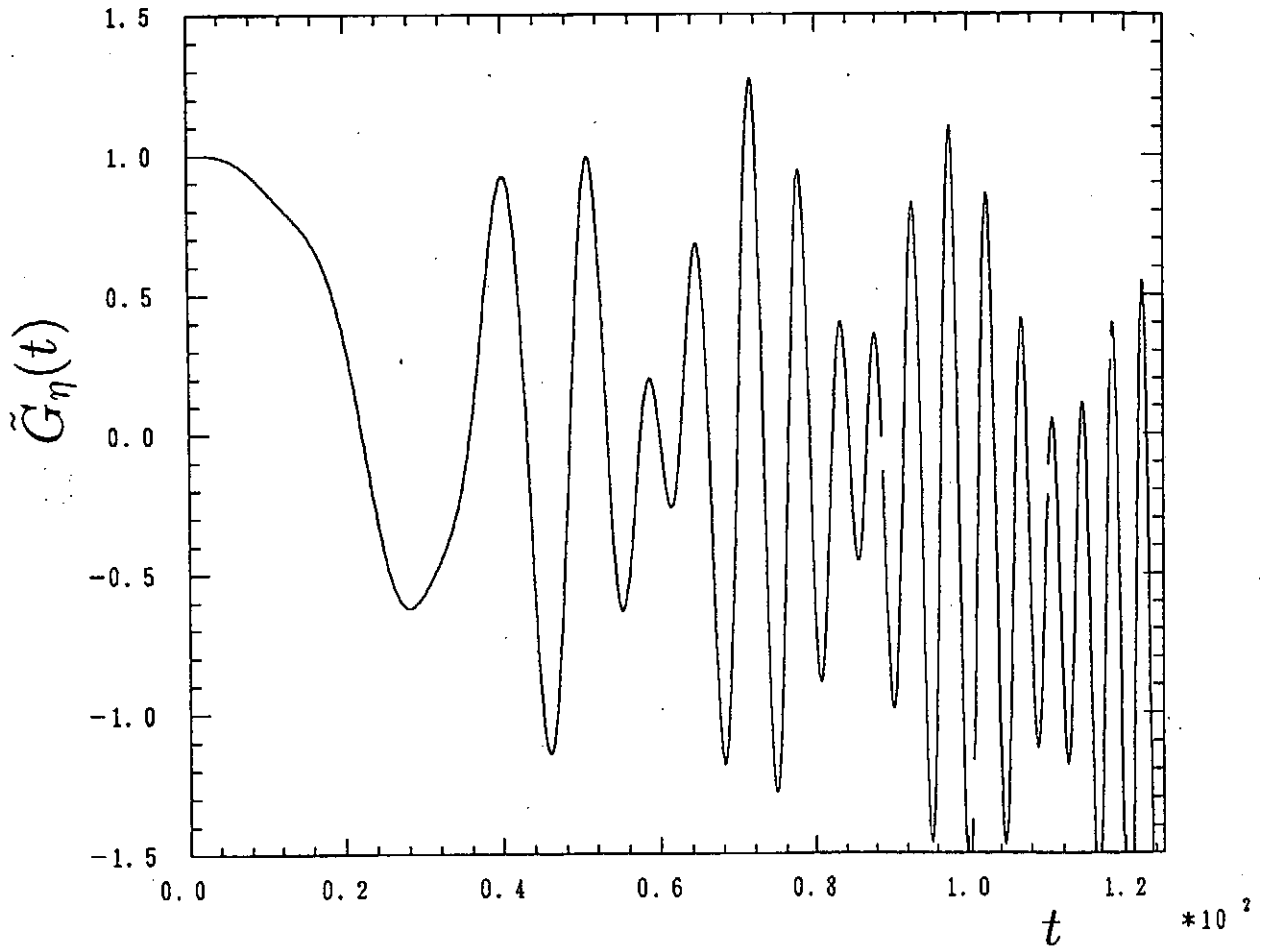


図 (2) :  $\tilde{G}_\eta(t) \leftrightarrow t$   
 $n = 2$  で  $n' = 1$  の一個のみ。

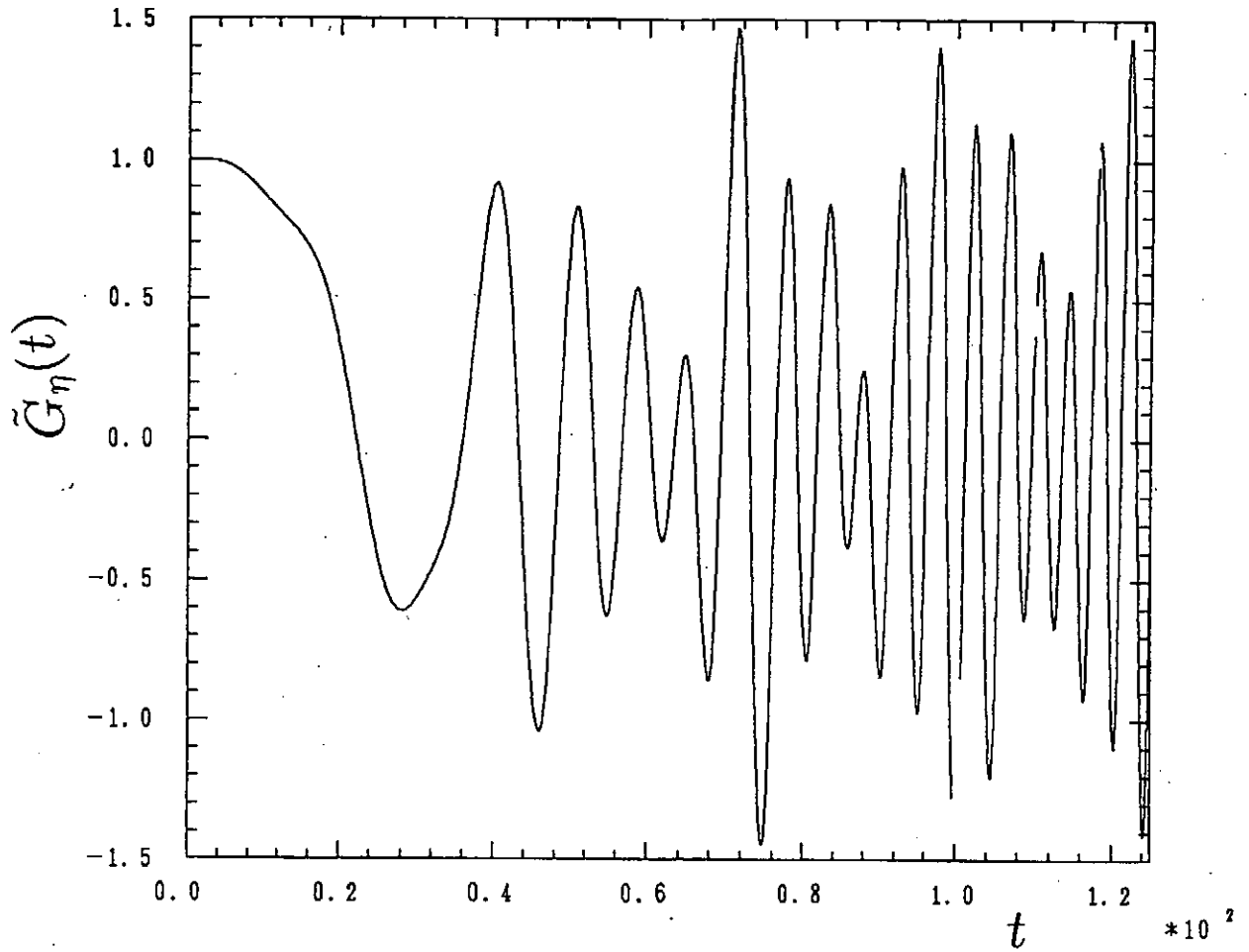


図 (3) :  $\tilde{G}_n(t) \leftrightarrow t$   
 $n = 2$  で  $n' = 1$  と  $n' = 3$  の二個。

# Renormalized Perturbation Theory for Toroidal Helical Magnetic Field

G. Gnudi                      and                      T.Hatori

National Institute for Fusion Science  
Nagoya 464-01, Japan

## Abstract

We derive a Hamiltonian for the toroidal helical magnetic field in the vacuum using a perturbation theory based on the Lie transform.

## 1 Introduction

In this work we propose a Hamiltonian model for the toroidal helical magnetic field in the vacuum. The field possesses magnetic surfaces in the proximity of the magnetic axis, while in regions far from the magnetic axis such surfaces do not exist. In the region where magnetic surfaces exist, a magnetic field line always stays on such a surface, while in the region where magnetic surfaces do not exist, the magnetic lines are no longer confined on a surface and exhibit chaotic behavior. The existing research in this field is based on numerical calculations about the structure of the magnetic field, but many numerical methods do not respect the intrinsic Hamiltonian nature of the magnetic field lines system, in the sense that the numerical schemes are not symplectic (since the divergence of the magnetic field is zero, the magnetic field lines system can be treated as a Hamiltonian system, and the flow is symplectic). When non symplectic numerical method are used to investigate Hamiltonian systems, secular errors that limit the reliability of the results when the system is integrated over long times appear. On the other hand, by constructing a Hamiltonian for the field, the divergence-free property is rigorously respected and is possible to use symplectic integration techniques to solve the equation of motion, techniques which are free from such secular errors. The research approaching the toroidal helical magnetic field problem from the Hamiltonian point of view began with refs. [1] and [2], and continued with ref. [3]. In ref. [4] an explicit form for the Boozer's magnetic coordinates in the first order toroidal correction to the cylindrical helical magnetic configuration has been obtained and in ref. [5] an integrable Hamiltonian has been derived. In ref. [6] a third order Hamiltonian has been obtained using Lie perturbation techniques and some numerical results have been presented. In this work we improve the results obtained in [6] by introducing a more realistic unperturbed Hamiltonian.

## 2 Magnetic Field Lines as a Hamiltonian System

The starting point for the construction of a Hamiltonian model is the general scalar potential satisfying the condition  $\nabla^2\Psi = 0$ , regular at  $\xi = 0$ , and allowing for an axial current (refs. [7],

[8])

$$\Psi = I\varphi + (1 - \xi \cos \eta)^{1/2} \sum_{l,m=-\infty}^{+\infty} \alpha_{lm} U_{lm}(\xi) e^{il\eta + im\varphi}, \quad (1)$$

where

$$U_{lm}(\xi) = \xi^{-1/2} Q_{l-\frac{1}{2}}^{|m|} (1/\xi). \quad (2)$$

The coordinates  $\xi$ ,  $\eta$  and  $\varphi$  are toroidal coordinates, in terms of which the Cartesian coordinates are  $z = \xi \sin \eta / (1 - \xi \cos \eta)$ ,  $x = (1 - \xi^2)^{1/2} \cos \varphi / (1 - \xi \cos \eta)$ , and  $y = (1 - \xi^2)^{1/2} \sin \varphi / (1 - \xi \cos \eta)$ . Units are selected such that  $I = 1$ . The coefficients  $\alpha_{lm}$  are arbitrary provided that  $\alpha_{lm} = \alpha_{-(lm)}^*$ . The function  $Q_{\nu}^{\mu}$  is the modified Legendre function of second kind. From the potential  $\Psi$  the component for the vector potential for the divergence-free and curl-free magnetic field are obtained as explained in ref. [8] and the vector potential can be written as

$$A = \left( \sum_{l,m} \alpha_{lm} A_{\xi}^{lm}, A_{\eta}^T + \sum_{l,m} \alpha_{lm} A_{\eta}^{lm}, \sum_i \alpha_{i0} A_{\varphi}^{i0} \right), \quad (3)$$

We select the harmonics  $(l, m)$  and  $(l, 0)$ , that is we consider the potential

$$A = (\epsilon A_{\xi}^{lm}, A_{\eta}^T + \epsilon A_{\eta}^{lm}, \epsilon' A_{\varphi}^{i0}), \quad (4)$$

where  $\epsilon = \alpha_{lm}$ ,  $\epsilon' = \alpha_{i0}$ .

We choose a gauge such that the  $\xi$  component of the vector potential vanishes, that is we choose the gauge function to be

$$S = -\epsilon \int d\xi A_{\xi}^{lm}, \quad (5)$$

and therefore

$$A = (A_{\eta}^T + \epsilon A_{\eta}^{lm} - \epsilon \int d\xi \partial_{\eta} A_{\xi}^{lm}) d\eta + (\epsilon' A_{\varphi}^{i0} - \epsilon \int d\xi \partial_{\varphi} A_{\xi}^{lm}) d\varphi. \quad (6)$$

We now introduce the new variable  $\theta = \eta + (m/l)\varphi$ , where  $l$  is the poloidal multipolarity and  $m$  is the number of field periods, so that we obtain

$$\begin{aligned} A &= [A_{\eta}^T + \epsilon A_{\eta}^{lm} - \epsilon \int d\xi \partial_{\eta} A_{\xi}^{lm}] d\theta \\ &\quad + [\epsilon' A_{\varphi}^{i0} - (m/l)(A_{\eta}^T + \epsilon A_{\eta}^{lm}) \\ &\quad - \epsilon \int d\xi (\partial_{\varphi} A_{\xi}^{lm} - (m/l) \partial_{\eta} A_{\xi}^{lm})] d\varphi. \end{aligned} \quad (7)$$

We will use the notation  $A \equiv \gamma \equiv \gamma_{\theta} d\theta + \gamma_{\varphi} d\varphi$ , and  $\gamma$  will be referred as the  $l$ -form.

Now, to construct the Hamiltonian, we will use the following strategy. First we expand  $\gamma$  in Taylor series  $\gamma = \gamma^0 + \epsilon \gamma^1 + \epsilon^2 \gamma^2 + \dots$ , then we use the Lie transform to transform  $\gamma = (0, \gamma_{\theta}, \gamma_{\varphi})$  into a new quantity  $\Gamma = (\Gamma_{\Psi}, \Gamma_{\Theta}, \Gamma_{\varphi})$  which depends on the new variables  $\Psi$ ,  $\Theta$  and  $\varphi$  and such that  $\Gamma_{\Psi} = 0$  and  $\Gamma_{\Theta} = \Psi$ . The quantity  $\Gamma$  also will be in the form of a perturbation expansion,  $\Gamma = \Gamma^0 + \epsilon \Gamma^1 + \epsilon^2 \Gamma^2 + \dots$ . When this is accomplished, the variational principle for the magnetic field lines equations becomes <sup>1</sup>

$$\delta \int (\Psi d\Theta + \Gamma_{\varphi} d\varphi) = 0. \quad (8)$$

Comparing with the Hamilton principle

$$\delta \int (pdq - H dt) = 0, \quad (9)$$

we see that  $-\Gamma_{\varphi}$  is the Hamiltonian,  $\varphi$  the time and  $\Theta$  and  $\Psi$  are analogous to the position and momentum coordinate.

<sup>1</sup>The equations for the magnetic field lines can be obtained from the variational principle  $\delta \int (A_1 dz^1 + A_2 dz^2 + A_3 dz^3) = 0$ .

### 3 The Lie Transform

In this section we briefly describe the Lie transform. For a more complete description the reader is referred to the original papers ([9], [10], [11], [12]) and to refs. [13] and [14]. The Lie transform allows us to transform the expansion, according to a smallness parameter  $\epsilon$ , of a quantity

$$\gamma(z) = \gamma^0(z) + \epsilon\gamma^1(z) + \epsilon^2\gamma^2(z) + \dots, \quad (10)$$

which could represent, for instance, the magnetic vector potential, into a new quantity

$$\Gamma(Z) = \Gamma^0(Z) + \epsilon\Gamma^1(Z) + \epsilon^2\Gamma^2(Z) + \dots, \quad (11)$$

where  $\gamma$  and  $\Gamma$  are related by

$$\begin{aligned} \Gamma^0 &= \gamma^0, \\ \Gamma^1 &= dS^1 - L^1\gamma^0 + \gamma^1, \\ \Gamma^2 &= dS^2 - L^2\gamma^0 + \gamma^2 - L^1\gamma^1 + \frac{1}{2}(L^1)^2\gamma^0, \\ \Gamma^3 &= dS^3 - L^3\gamma^0 + \gamma^3 + L^2L^1\gamma^0 - \frac{1}{6}(L^1)^3\gamma^0 - L^2\gamma^1 + \frac{1}{2}(L^1)^2\gamma^1 - L^1\gamma^2, \end{aligned} \quad (12)$$

and so on. The quantities  $\gamma$ ,  $\Gamma$ ,  $z$ ,  $Z$  and  $L$  are in general  $N$  dimensional. The superscripts represent the perturbation order and the subscripts the components.  $S^n$  represents a gauge function that does not alter the equations of motion. The operators  $L^n$  are defined by

$$(L^n\gamma^k)_\nu = g_\mu^n(\partial_\mu\gamma_\nu^k - \partial_\nu\gamma_\mu^k). \quad (13)$$

The quantity  $g^n$  is called the  $n$ th order generator of the Lie transform and it is the quantity that connects the old and the new variables  $z$  and  $Z$ . The general form of  $\Gamma$  is therefore

$$\Gamma^n = dS^n - L^n\gamma^0 + C^n, \quad (14)$$

where  $C^n$  is calculated from  $\gamma^n$  and from the results of the preceding lower order calculations. The  $N$  components  $g_i^n$  and the scalar  $S^n$  can be chosen as to bring the  $N$  components of  $\Gamma^n$  into some desired form. For our particular case  $N = 3$  and it can be shown that if the generators are chosen as

$$\begin{aligned} g_\varphi^n &= 0, \\ g_\theta^n &= -\partial_\psi S^n - C_\psi^n, \\ g_\psi^n &= \partial_\theta S^n + C_\theta^n, \end{aligned} \quad (15)$$

then only the  $\varphi$  component of  $\Gamma$  is not zero and it is given by

$$\Gamma_\varphi^n = \partial_\varphi S^n + (m/l)\partial_\theta S^n + C_\varphi^n + (m/l)C_\theta^n. \quad (16)$$

Therefore, if at every perturbative order  $n$  we choose the generators according to eq. (15) we can construct systematically a Hamiltonian.

### 4 Taylor Expansion of the Potential

The form of the various terms appearing in the magnetic potential is (ref. [8])

$$\begin{aligned} A_\eta^T &= (1/2)[(1 - \cos\eta)^{-1} \ln(\frac{1-\xi\cos\eta}{1-\xi}) + (1 - \cos\eta)^{-1} \ln(\frac{1-\xi\cos\eta}{1+\xi})], \\ A_\xi^{im} &= \frac{-i}{m\xi(1-\xi\cos\eta)} U_{lm}(\xi) \partial_\eta (1 - \xi\cos\eta)^{1/2} e^{i\eta+im\varphi}, \\ A_\eta^{im} &= \frac{i}{m(1-\xi\cos\eta)} \xi(1 - \xi^2) \partial_\xi (1 - \xi\cos\eta)^{1/2} U_{lm}(\xi) e^{i\eta+im\varphi}, \\ A_\varphi^{i0} &= -\int_0^\xi dx [x(1 - x\cos\eta)]^{-1} U_{l0}(x) \partial_\eta (1 - x\cos\eta)^{1/2} e^{i\eta}. \end{aligned}$$

We consider  $\epsilon, \epsilon'$  and  $\xi$  as smallness parameters of the same order, and we expand the 1-form in the variable  $\xi$  about the point  $\xi = 0$ . The functions  $U_{lm}(\xi)$  admit the integral representation

$$U_{lm}(\xi) = \beta_{lm} \xi^l (1 - \xi^2)^{-m/2} \int_0^\pi dt (\sin t)^{2l} (1 + \xi \cos t)^{m-l-1/2}.$$

The quantities  $U_{lm}^i$  are constant, and the only values that we will need are  $U_{20}^0 = 1/2$ ,  $U_{2m}^0 = (m^2)/8$ ,  $U_{20}^1 = 0$ ,  $U_{2m}^1 = 0$  and  $U_{20}^2 = 35/96$ . It is also convenient to let  $\epsilon \equiv ib$ . As discussed in section 2, we use the notation  $A \equiv \gamma$ . We also notice that sometimes we use  $\gamma$  to denote the complete 1-form  $\gamma = \gamma_\mu dx^\mu$ , but it should be clear from the context which particular meaning is intended. We let  $l = 2$  and introduce the new variable  $\theta = \eta - (m/2)\varphi$ . We now separate the 1-form into an unperturbed and a perturbed part as

$$\gamma(\xi, \theta, \eta) = \bar{\gamma}(\xi, \theta) + \Delta\gamma(\xi, \theta, \eta), \quad (17)$$

where  $\bar{\gamma}(\xi, \theta)$  is defined by

$$\bar{\gamma}(\xi, \theta) = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} d\eta \gamma(\xi, \theta, \eta). \quad (18)$$

Now, expanding in Taylor series with respect to the variable  $\xi$  we obtain for the unperturbed part of the 1-form

$$\bar{\gamma}_\theta = \frac{1}{2}\xi^2 + \frac{3}{8} - \frac{b}{m}(3U_{lm}^2 - \frac{35}{16}U_{lm}^0) \cos(2\theta)\xi^4, \quad (19)$$

and for  $\gamma_\varphi$

$$\bar{\gamma}_\varphi = -\left(\frac{m}{4} + bU_{lm}^0 \cos(2\theta)\right)\xi^2 - \left(\frac{3}{16}m + b(2U_{lm}^2 - U_{lm}^0) \cos(2\theta)\right)\xi^4. \quad (20)$$

For the perturbation part we obtain

$$\Delta\gamma_\theta = \frac{1}{3} \cos(\eta)\xi^3, \quad (21)$$

$$\Delta\gamma_\varphi = \epsilon' U_{lm}^0 \sin(\eta)\xi^2 - \frac{m}{2} \cos(\eta)\xi^3. \quad (22)$$

## 5 Unperturbed Hamiltonian

As discussed in the preceding section, we write the perturbation expansion of the 1-form as

$$\gamma(\xi, \theta, \eta) = \bar{\gamma}(\xi, \theta) + \Delta\gamma(\xi, \theta, \eta), \quad (23)$$

where  $\bar{\gamma}(\xi, \theta)$  is defined by

$$\bar{\gamma}(\xi, \theta) = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} d\eta \gamma(\xi, \theta, \eta). \quad (24)$$

Now, it we perform the change of variables

$$\bar{\gamma}_\varphi(\xi, \theta) = -\Psi_p(\psi), \quad (25)$$

$$\Theta(\Psi_p, \theta) - \Theta_0 = \int_{\theta_0}^\theta \frac{d}{d\psi} \bar{\gamma}_\theta(\xi(\psi_p, \theta'), \theta') d\theta', \quad (26)$$



then the unperturbed part of the 1-form becomes

$$\bar{\gamma}(\xi, \theta) = \psi d\Theta - \Psi_p(\psi) d\varphi + dS, \quad (27)$$

where  $S$  is a gauge function. We have therefore put the unperturbed part of the 1-form into Hamiltonian form. Let us now see how we explicitly perform the change of variables defined formally in eqns. 25 and 26. From 25 we see that

$$\bar{\gamma}_\varphi(\xi, \theta) = -\beta(\theta)\xi^2 - \alpha(\theta)\xi^4, \quad (28)$$

where  $\alpha(\theta)$  and  $\beta(\theta)$  are given by

$$\alpha = \frac{3}{16}m - b(2U_{lm}^2 - U_{lm}^0 \cos(2\theta)), \quad (29)$$

$$\beta = \frac{m}{4} - bU_{lm}^0 \cos(2\theta), \quad (30)$$

and from 25 we obtain therefore a second degree algebraic equation for  $\xi$  which has the solution

$$\xi^2 = (2\alpha)^{-1}(-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\alpha\Psi_p}). \quad (31)$$

From 26 we obtain

$$\begin{aligned} \Theta - \Theta_0 &= \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d}{d\psi} \bar{\gamma}_\theta(\xi, \theta) d\theta' = \\ &= \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d}{d\psi} ((1/2)\xi^2 + (3/8)\xi^4 + \dots) d\theta' = \\ &= \frac{d\Psi_p}{d\psi} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d}{d\Psi_p} ((1/2)\xi^2 + (3/8)\xi^4 + \dots) d\theta' \end{aligned} \quad (32)$$

Keeping only the lowest order in  $\xi$  and using 31 we obtain

$$\Theta - \Theta_0 = \pm \frac{d\Psi_p}{d\psi} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1}{(2\sqrt{\beta^2 + 4\alpha\Psi_p})} d\theta'. \quad (33)$$

Choosing the negative sign, and letting  $\omega = \frac{d}{d\Psi_p} \psi$  we obtain therefore the form of the change of variables, namely

$$\xi^2 = (2\alpha)^{-1}(-\beta - \sqrt{\beta^2 + 4\alpha\Psi_p}), \quad (34)$$

$$\Theta - \Theta_0 = -(1/2)\omega \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1}{(2\sqrt{\beta^2 + 4\alpha\Psi_p})} d\theta'. \quad (35)$$

To explicitly obtain  $\theta$  and  $\xi$  in terms of the new variables, we need however to perform some more manipulations. Considering the radical in the above equation and performing some trigonometric manipulations, we write

$$\beta^2 + 4\alpha\Psi_p = B_1 + B_2 \sin(\theta)^2, \quad (36)$$

where

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{m^2}{16} + b^2 U_{lm}^0{}^2 - \frac{m}{2} b U_{lm}^0 + \frac{3}{4} m \Psi_p - 4b \Psi_p (2U_{lm}^2 - U_{lm}^0), \\ B_2 &= -4b^2 U_{lm}^0{}^2 + m b U_{lm}^0 + 8b \Psi_p (2U_{lm}^2 - U_{lm}^0), \end{aligned} \quad (37)$$

and therefore

$$\begin{aligned}\Theta - \Theta_0 &= (1/2)\omega \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1}{\sqrt{(B_1 + B_2 \sin(\theta')^2)}} d\theta' = \\ &= (1/2) \frac{\omega}{\sqrt{B_1}} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1}{\sqrt{(1 - P^2 \sin(\theta')^2)}} d\theta',\end{aligned}\quad (38)$$

where  $P^2 = -B_2/B_1$ . If we now set  $\Theta_0 = 0$ , we have

$$\Theta = (1/2) \frac{\omega}{\sqrt{B_1}} F(P, \theta), \quad (39)$$

where  $F(P, \theta)$  is the incomplete elliptic integral of the first kind. We can invert the above relation, obtaining

$$\sin(\theta) = \operatorname{sn}\left(P, \frac{2\sqrt{B_1}\Theta}{\omega}\right), \quad (40)$$

and

$$\cos(\theta) = \operatorname{cn}\left(P, \frac{2\sqrt{B_1}\Theta}{\omega}\right), \quad (41)$$

where  $\operatorname{cn}$  and  $\operatorname{sn}$  are the Jacobian sine and cosine functions.

## 5.1 Rotational Transform

From the relation

$$\Theta - \Theta_0 = -(1/2) \frac{\omega}{\sqrt{B_1}} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{1}{\sqrt{(1 - P^2 \sin(\theta')^2)}} d\theta', \quad (42)$$

putting  $\Theta = 2\pi$  and  $\Theta_0 = 0$  we obtain

$$2\pi = -(1/2) \frac{\omega}{\sqrt{B_1}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(1 - P^2 \sin(\theta')^2)}} d\theta', \quad (43)$$

from which we obtain

$$\omega = -(\pi\sqrt{B_1}) \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{(1 - P^2 \sin(\theta')^2)}} d\theta' \right)^{-1}. \quad (44)$$

We notice that since  $B_1 \equiv B_1(\Psi_p(\psi))$  and  $P \equiv P(\Psi_p(\psi))$ ,  $\omega$  can be considered a function of the variable  $\Psi_p$ .

## 6 First Order Hamiltonian

The first order correction to the unperturbed Hamiltonian is given by the expression

$$H^1 \equiv -\Gamma_{\varphi}^1 = -\Delta\gamma_{\varphi}^1 - \omega\Delta\gamma_{\theta}^1. \quad (45)$$

After the change of variables  $(\xi, \theta) \rightarrow (\psi, \Theta)$  we obtain the following expression.

$$\begin{aligned}\Gamma_{\varphi}^1 &= \epsilon' U_{lm}^0 \left( \operatorname{sn} \cos\left(\frac{m}{2}\varphi\right) - \operatorname{cn} \sin\left(\frac{m}{2}\varphi\right) \right) \xi^2 - \\ &\quad \left( \frac{m}{6} + 2\sqrt{B_1 + B_2 \operatorname{sn}^2} \right) \left( \operatorname{cn} \cos\left(\frac{m}{2}\varphi\right) + \operatorname{sn} \sin\left(\frac{m}{2}\varphi\right) \right) \xi^3,\end{aligned}$$

where for the Jacobi sine and cosine function we have used the abbreviations

$$sn \equiv sn\left(P, \frac{2\sqrt{B_1}\Theta}{\omega}\right), \quad (46)$$

$$cn \equiv cn\left(P, \frac{2\sqrt{B_1}\Theta}{\omega}\right). \quad (47)$$

Besides

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{m^2}{16} + b^2 U_{lm}^0{}^2 - \frac{m}{2} b U_{lm}^0 + \frac{3}{4} m \Psi_p - \\ &\quad 4b \Psi_p (2U_{lm}^2 - U_{lm}^0), \\ B_2 &= -4b^2 U_{lm}^0{}^2 + mb U_{lm}^0 + 8b \Psi_p (2U_{lm}^2 - U_{lm}^0), \\ P^2 &= -B_2/B_1, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\xi^2 = (2\alpha)^{-1}(-\beta - \sqrt{B_1 + B_2 sn^2}), \quad (49)$$

$$\alpha = \frac{3}{16} m - b(2U_{lm}^2 - U_{lm}^0(1 - 2sn^2)), \quad (50)$$

$$\beta = \frac{m}{4} - b U_{lm}^0(1 - 2sn^2). \quad (51)$$

The total Hamiltonian is given therefore by

$$H = \Psi_p(\psi) - \Gamma_\varphi^1(\Theta, \Psi_p(\psi), \varphi), \quad (52)$$

and since the dependence on the variable  $\psi$  occurs only through  $\Psi_p(\psi)$ , we can write the Hamilton equations in the form

$$\dot{\Psi}_p = \omega(\Psi_p) \frac{d}{d\Theta} \Gamma_\varphi^1, \quad (53)$$

$$\dot{\Theta} = \omega(\Psi_p) - \omega(\Psi_p) \frac{d}{d\Psi_p} \Gamma_\varphi^1. \quad (54)$$

Since we know the explicit form of  $\omega(\Psi_p)$ , these equations allow us to determine the dependence of  $\Theta$  and  $\Psi_p$  on the azimuthal angle  $\varphi$ .

## 7 Conclusions

We have derived in this work a Hamiltonian for the toroidal helical magnetic field in the vacuum. In refs. [6] the Hamiltonian has been constructed starting from a direct Taylor expansion of the magnetic potential, without any preliminary separation of the magnetic 1-form into unperturbed and perturbation part. In this way the form of the corresponding unperturbed Hamiltonian result to be very simple. In fact it turns out the unperturbed Hamiltonian is given by  $H^0 = \frac{m}{4} \xi^2$ . By preliminary separating the magnetic 1-form we are able to obtain in this work a more realistic, yet still integrable, form for the unperturbed Hamiltonian. We expect as a consequence a better convergence of the perturbation series. Numerical integration of the Hamilton equations using symplectic methods is in progress.

## Acknowledgments

The authors thank Professor Tsuguhiko Watanabe of NIFS for many valuable discussions. G. Gnudi wishes to acknowledge the Japan Society for the Promotion of Science for the financial support.

## References

- [1] M.N. Rosenbluth, R.Z. Sagdeev, J.B. Taylor and G.M. Zaslavsky, Nucl. Fusion 6, (1966) 297
- [2] N.N. Filomenko, R.Z. Sagdeev and G.M. Zaslavsky, Nucl. Fusion 7, (1967) 253
- [3] Y. Tomita, Y. Nomura, H. Momota and R. Itatani, J. Phys. Soc. Jpn. 44, (1978) 637
- [4] T. Hatori and T. Watanabe, "Nonlinear Dynamics and Particle Acceleration" AIP Conference Proceedings No. 230, Particles and Fields Series 45 (1990) 79
- [5] G. Gnudi and T. Hatori J. Phys. Soc. Jpn. 62 No. 6, (1993) 2030
- [6] G. Gnudi and T. Hatori Hamiltonian Chaos Studied with Symplectic Integrators in the Toroidal Helical Magnetic Field, Proceedings of the International Conference on Dynamical Systems and Chaos, Tokyo, May 1994
- [7] P.M. Morse and H. Feshbach, Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill, New York 1953
- [8] J. R. Cary, Phys. Fluids 27(1984) 119
- [9] G. Hori, Publ. Astr. Soc. Jpn. 18, (1966) 287
- [10] A. Deprit, Cel. Mech. 1, (1969) 12
- [11] A. Kamel, Cel. Mech. 1, (1969) 190
- [12] J. Henrard, Cel. Mech. 3, (1970) 107
- [13] J.R. Cary, Phys. Rep. 79 No. 2, (1981) 129
- [14] J.R. Cary and R.G. Littlejohn, Ann. Phys. 151 (1983) 1

# クエーサー放射電波変動に内在するカオス

谷塚 昇、高野雅大、E. B. Waltman<sup>A</sup>

大阪府立大学総合科学部

<sup>A</sup> Center for Advanced Space Sensing, Naval Research Laboratory

Chaos in the Fluctuations of the Flux Density of Radio Waves from Quasars

N. Tanizuka, M. Takano, E. B. Waltman<sup>A</sup>

Integrated Arts & Sciences, University of Osaka Prefecture

<sup>A</sup> Center for Advanced Space Sensing, Naval Research Laboratory,

Washington, DC 20375-5000, USA

## Abstract

The fluctuations of the intensity of microwaves of twenty eight quasars observed daily for 1024 days are discussed by FFT spectral analysis and a return map method.

## 1. はじめに

宇宙論的な距離に散在するクエーサーの中に、強い電波を放射するものがある。高エネルギージェットのエレクトロンと磁力線が相互作用して電波を放出するシンクロトロン放射によるものである。電波干渉計で観測した電波は、時間的に変動する。銀河核の中心部から放出された電波が大きく変動する。変動の理由は、本質的に銀河核に原因を持つもの、シンチレーションによるもの、地球と天体間の電波経路に存在する星間雲による散乱によるものがある。電波強度変化のゆらぎの性質を調べる事により、変動の原因の解析、銀河の中心核の構造解析、高エネルギージェット放射機構、銀河形成の進化等について、糸口を開きたい。

## 2. データ

電波源から放射される電波は、地球上の電波干渉計で電波束密度 ( $Jy = 10^{-26} W/m^2/Hz$ ) を単位として表す。解析に用いたデータは、Waltman氏等によってグリーンバンク干渉計により、1979年から1987年にかけて日毎観測（欠観測日はある）されたもののデータの内、1984年2月2日（修正ユリウス日 MJD=45734）から1986年11月20日（MJD=46757）の間の1024日分の観測値である（Waltman, 1991）。その期間の欠観測日数は、28個のクエーサーで、最小6%・最大30%で平均して19%の期間である。欠観測日の予測観測値は、等荷重の7日間移動平均による操作で補った。従って、解析には最大94%・最小70%の実測値に最小6%・最大30%の推定値で補完したデータを用いた。

解析した28クエーサーを表1に示す。上段の値は地球を中心とした天体の位置を示す座標（赤径±赤緯）で、これを持って天体名としている。下段は天体の赤方偏移  $z$  を表す。

表の天体の内、最低・最高値  $z = 0.07, 2.365$  に対する天体距離はそれぞれ、12.6億光年、172億光年である（ただしユークリッド宇宙でハッブル定数を  $50\text{km/s/Mpc}$  とした）。表の内、0113+476, 0235+164, 0851+202, 1749+701, 2200+420 の6天体を BL Lac 天体と同定する著者がある (Fiedler, 1987)。図1に天体 0954+658 の電波強度観測値（単位 Jy）を横軸に修正ユリウス日をとって表す。観測周波数は  $\nu = 2695\text{MHz}, 8085\text{MHz}$  である。注意を要するのは輻射場での周波数は、赤方偏移補正により、 $(1+z)\nu$  である事である。図1の上段は観測値のみ、中段は全て等荷重7日間移動平均値のみ、下段は観測値の欠落を中段の値でおぎななったものの図である。

### 3. FFT解析

サンプリングの最小区間は  $\tau = 1$ 日であるから、サンプリング定理により、ゆらぎのスペクトルの最高周波数は  $1/2\tau = 5.8 \times 10^{-6}\text{Hz}$  である。最長区間は  $\tau = 1024$ 日だからスペクトルの最低周波数は  $1/\tau = 1.1 \times 10^{-8}\text{Hz}$  である。図1上段の  $45734 \leq \text{MJD} \leq 46757$  の区間のデータを使って計算したFFT解析によるスペクトル密度分布の結果を図2に示す。表1の天体のスペクトル図の結果を見ると、ゆらぎスペクトル密度のパワーは周波数  $f$  のべき乗則

$$P(f) = k f^{-\alpha} \quad (1)$$

に従う変化をする。従って各天体の観測電波に関する性質をスペクトル指数  $\alpha$  で代表させる。横軸を対数で目盛っており、高周波数側に計算値が片寄ることと、高周波数 ( $2 \times 10^{-6}\text{Hz}$  以上) で白色雑音になってしまうことから、スペクトル指数  $\alpha$  の値は高周波数側の白色雑音に引きずられて出てくる。白色雑音となる理由を述べる。高周波数の電波強度は微弱になり機器の雑音に信号が埋もれるからである。また低周波数側のパワーは、それを求めるのに用いた観測値が限られた期間のものを使うため、信頼性に欠け、計算値も少ないため  $10^{-8}\text{Hz}$  のオーダーは  $\alpha$  の値を求めるのに使わない。従って、 $10^{-7}\text{Hz}$  から  $10^{-6}\text{Hz}$  の区間を  $\alpha$  を算出する基礎データとする (図3)。  $\alpha$  の値を赤方偏移に従ってプロットしたものを図4に示す。8085MHzの電波のスペクトル指数は赤方偏移と相関がある。即断できないが、(1)式の  $\alpha$  の値が小さいほど、ゆらぎは白色雑音に近付き、ゆらぎにランダムな性質を付与する事ができる。電波は観測点に届くまでに、電波源、星間雲プラズマ、我々の銀河系で強度の変調を受けるはずである。これらを評価しなければ、電波源自身の物理量のゆらぎについて話をすることが出来ない。

### 4. リターンマップ解析

物理量の変動のカオス性を見いだすために、次の方法で全天体について、放射電波強度変動に関するリターンマップ図を作った。2.で説明した7日間移動平均操作による時系列 (図1中段) の極大値をピックアップしたものを新たな時系列  $x_M$  ( $M=1, 2, 3, \dots, k$ ) とする。次に  $x_M$  を横軸に  $x_{M+1}$  を縦軸にとり、新しい時系列について順次  $x_M - x_{M+1}$  平面上にプロットして行き、マップを得る。図5に表1の1555+001を除く全天体の電波強度の移動平均操作時系列 ( $45734 \leq \text{MJD} \leq 46757$ )、及び各時系列から作った新時系列にもとづくリターンマップを示す。7日移動平・極大値探索操作にもとづく新時系列には、カオスに特有なマッ

プが得られていないが、各天体の放射する電波の強度変動のダイナミックスが如実に現れている。もちろん前述のように、電波伝搬経路が電波強度にかける変調の性質の解明は出来ていない。図5に示した数値は赤方偏移の値で、 $z$ が大きい順に配置した。

マップから変動の激しいものと思われるものがあるが、全体を比較するためには何らかの規格化が必要である。そのために新時系列  $x_M$  の最大値を  $x_{max}$  として規格化を行う。図6に規格化した後のマップを示す。変動のダイナミックスを数値化するために、図6のマップで、直線  $x_{M+1}/x_{max} = x_M/x_{max}$  から座標点  $(x_M/x_{max}, x_{M+1}/x_{max})$  までの垂直距離の平均値  $D$  を求める。

$$D = \frac{1}{k-1} \sum_{M=1}^{k-1} \frac{|x_{M+1} - x_M|}{\sqrt{2}} / x_{max} \quad (2)$$

上の方法で全天体について求めた数値  $D$  を、赤方偏移を横軸にとって表したグラフが図7である。規格化した変動のダイナミックスを表す。電波の周波数によって、性質が異なっている。8085MHzの電波強度の変動に関しては、赤方偏移にかかわらず、ある幅を許して一定である。2695MHzの方の変動に関しては、特徴がつかめない。ここでも、強度の変動の原因、電波源自身に関係する変動、星間雲による変調、我々の銀河系内のシンチレーションによる影響を分離する必要がある。

## 5. まとめ

周波数  $\nu$  の観測電波の放射場での周波数は、 $(1+z)\nu$  である。全天体で同一波長の電波を見ているのではなく、 $(1+z)$  のシフトがある事に注意を要する。もし放射場の波長を同じにしたいなら、天体毎に  $(1+z)$  のシフトを考慮に入れた波長の電波を観測しなければならない。干渉計器系で観測周波数を天体毎に変更する事は現実的でない。 $z$  が大きくても3程度で、シフトは小さい。研究目的から、厳密に同一波長を観測し、波長の違いによる変動の性質の違いを調査する事より、 $z$  の大きさ(銀河系誕生の年代、電波伝搬経路)の違いによる変動の性質の違いを見る事が大きな意味を持つ。この研究では、波長の違いによる変動の性質の違いが現れているが、低い周波数の電波が伝搬経路による変調を大きく受けていると思われる。8085MHzの電波を赤方偏移に関する宇宙の性質を反映するプローブとして見ると、電波強度ゆらぎは  $z$  が大きくなるほどランダムな性質を帯びる(図4)。また電波変動のダイナミックスの規格化測度  $D$  は、赤方偏移に関わらず一定である(図7)。リターンマップからカオスの2次元アトラクターは得られなかった。新時系列の取り方や電波強度変動の伝搬経路の影響などの原因も考えられ、電波源に関する変動にカオスの2次元アトラクターが無いとは即決しない。

## 文献

- E. B. Waltman, et al. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 77, 379 (1991).  
 R. L. Fiedler, et al. *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 65, 319 (1987).

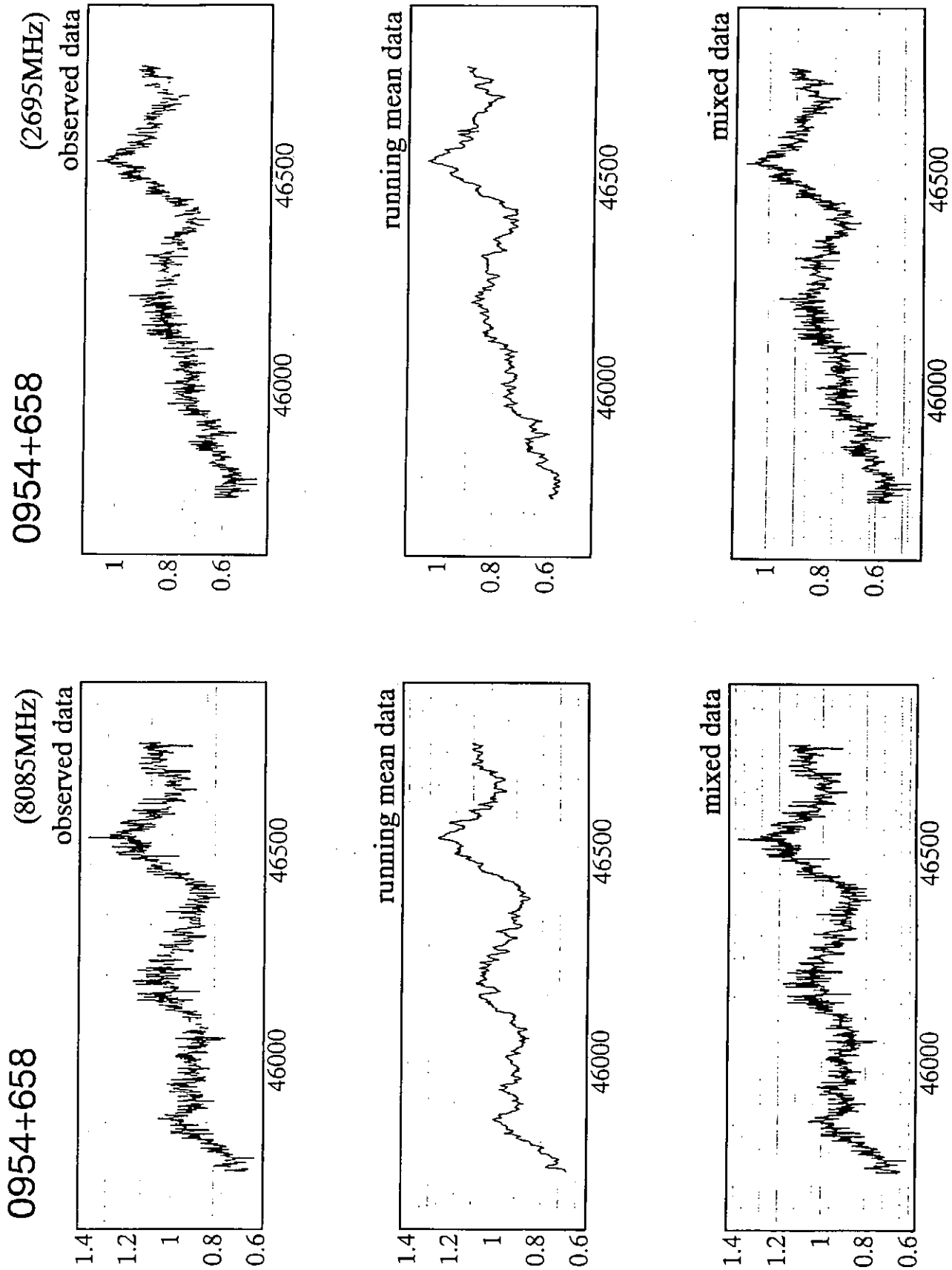


図1 日毎観測された電波強度



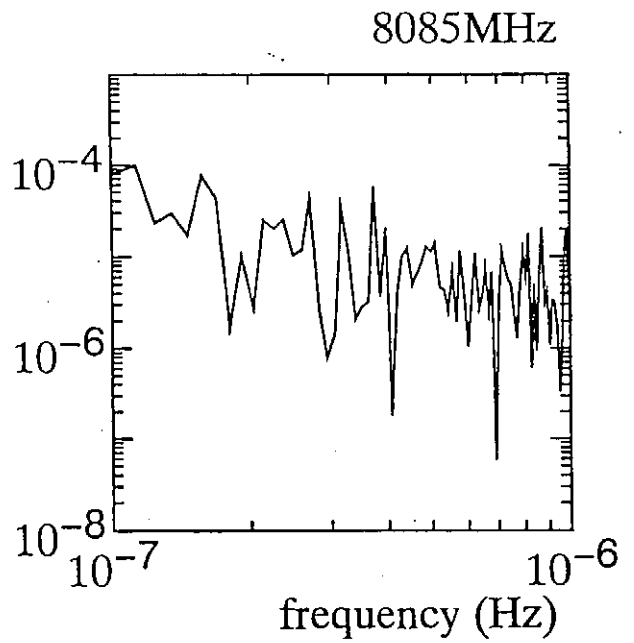
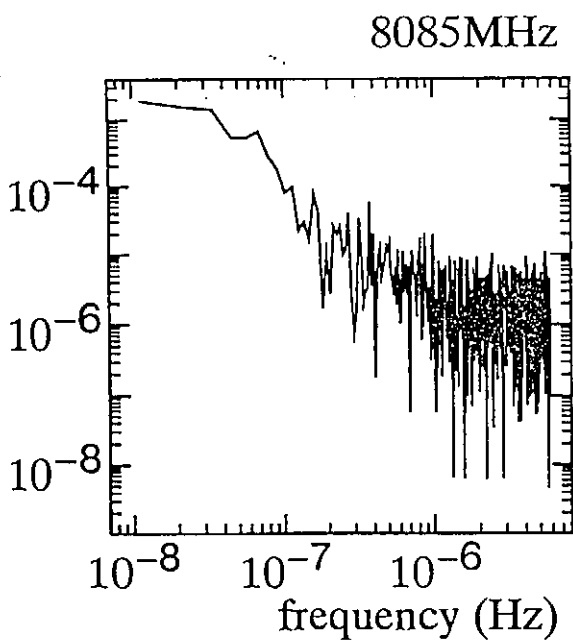
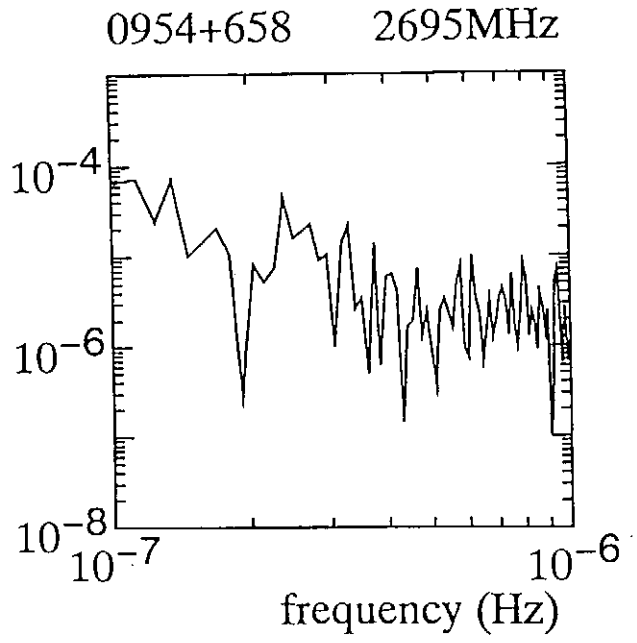
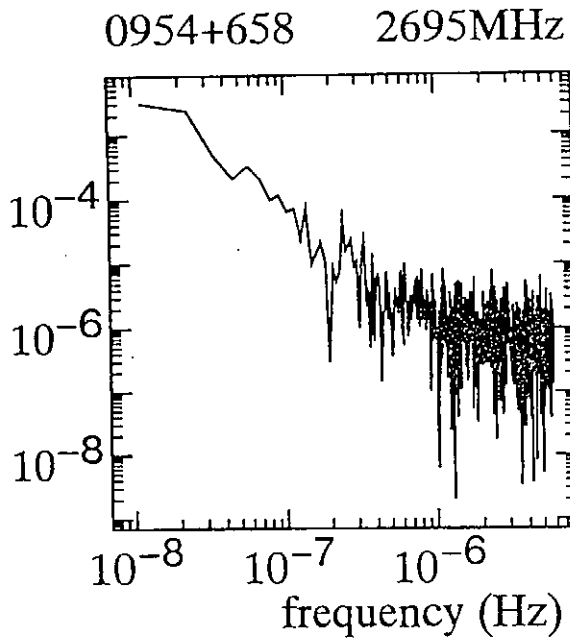


図2 スペクトル密度分布

図3 スペクトル密度分布

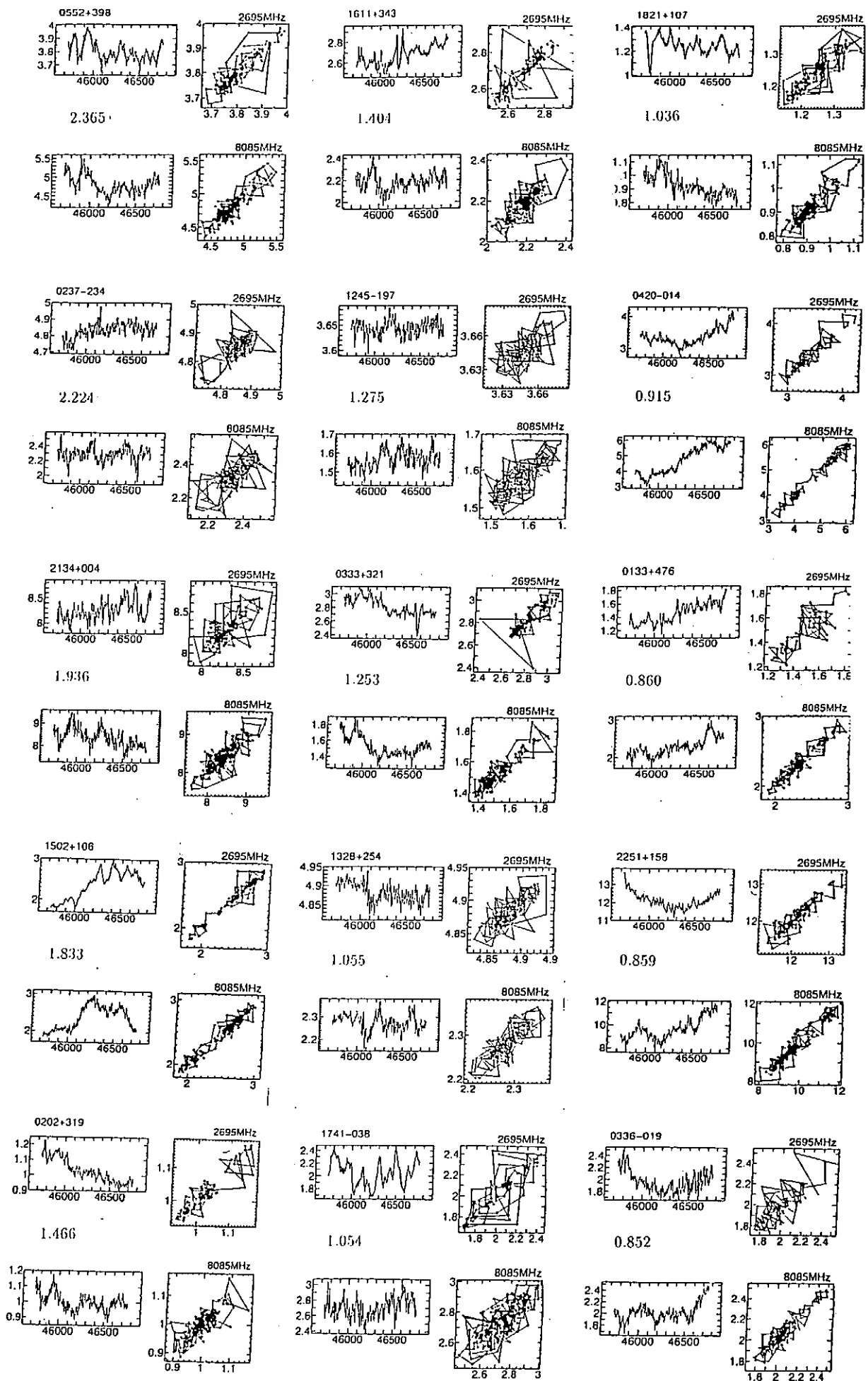


図5 移動平均電波強度とリターンマップ その1

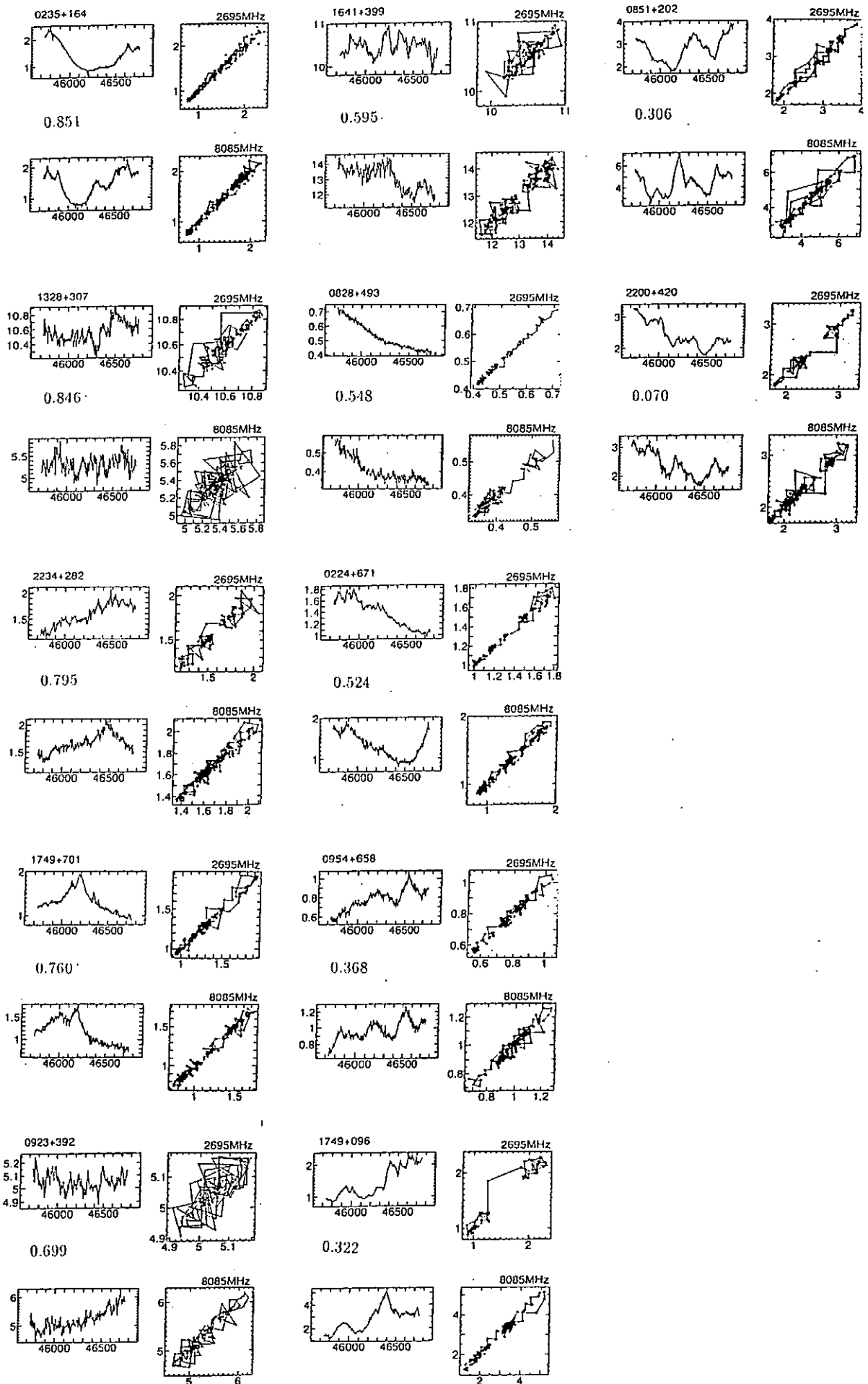


図5 移動平均電波強度とリターンマップ その2

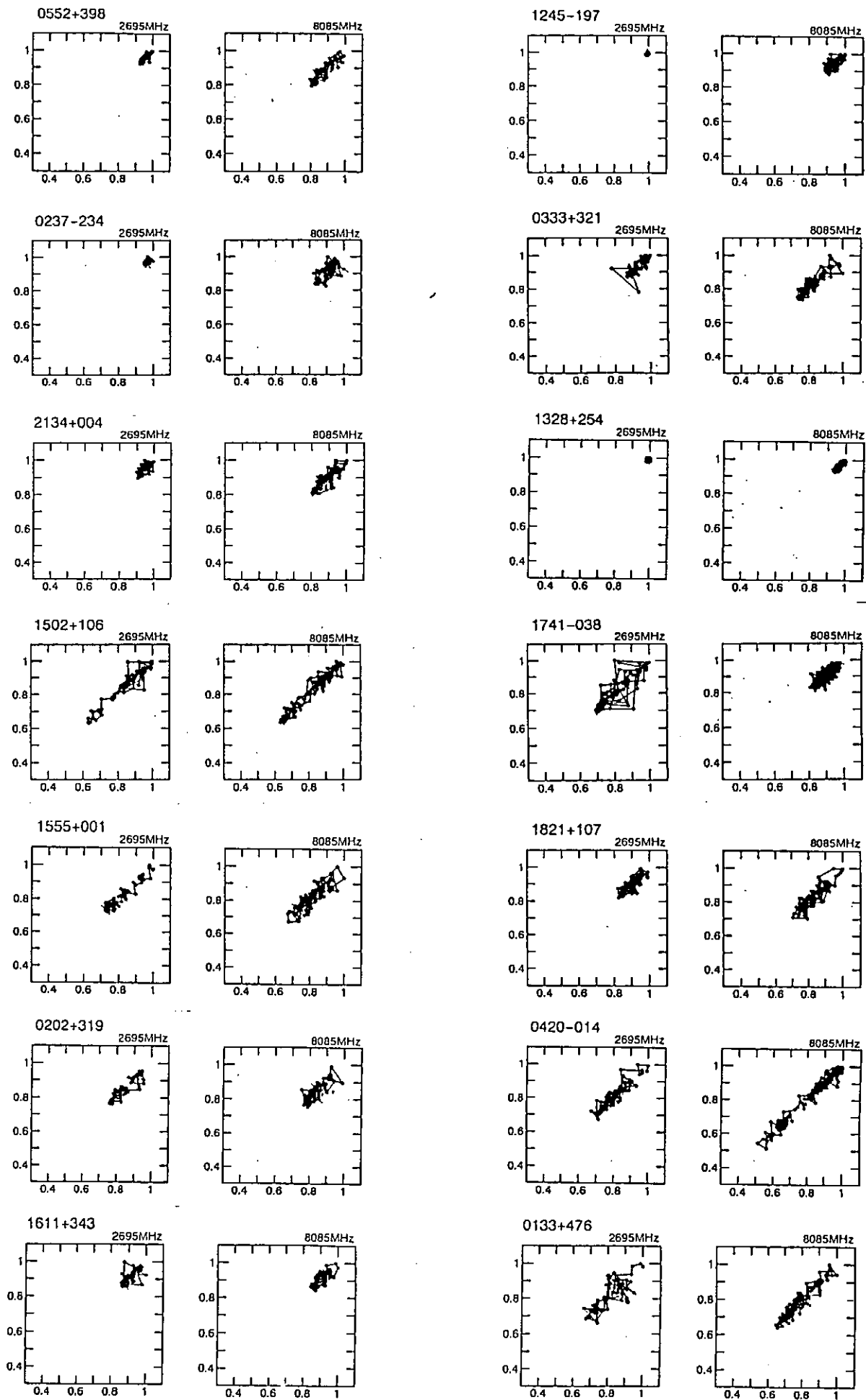


図6 規格化リターンマップ その1

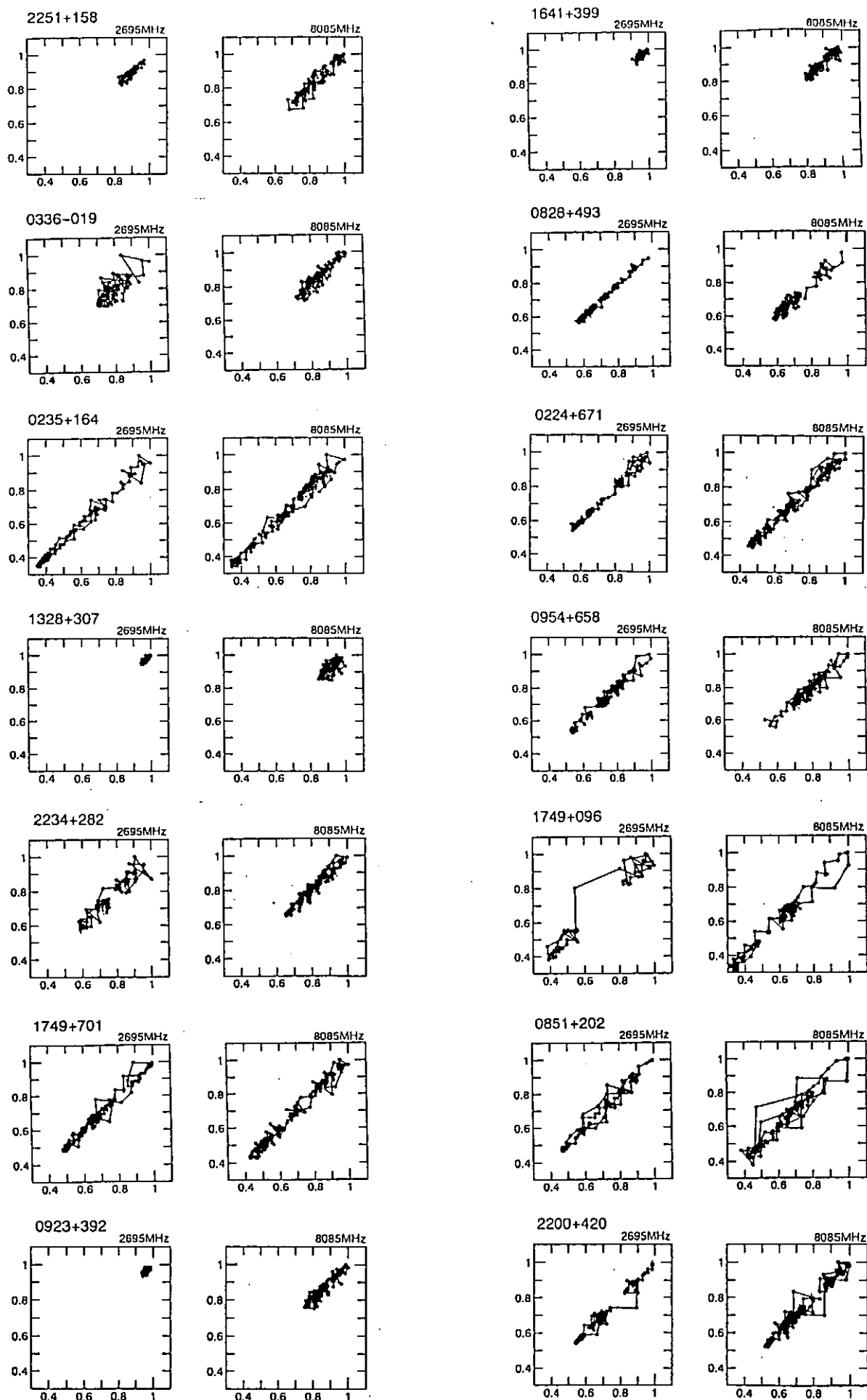


図6 規格化リターンマップ その2

表1 電波源クェーサー名と赤方偏移

0133+476	0202+319	0224+671	0235+164	0237-234	0333+321	0336-019
0.860	1.466	0.524	0.851	2.224	1.253	0.852
0420-014	0552+398	0828+493	0851+202	0923+392	0954+658	1245-197
0.915	2.365	0.548	0.306	0.699	0.368	1.275
1328+254	1328+307	1502+106	1555+001	1611+343	1641+399	1741-038
1.055	0.846	1.833	1.770	1.404	0.595	1.054
1749+096	1749+701	1821+107	2134+004	2200+420	2234+282	2251+158
0.322	0.760	1.036	1.936	0.070	0.795	0.859

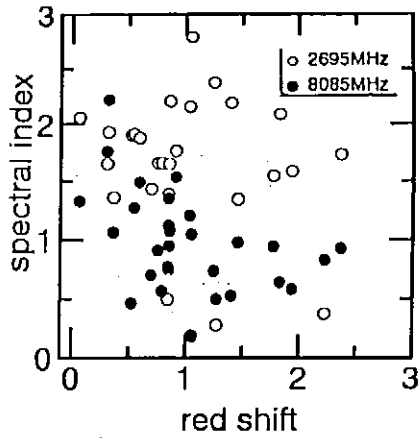


図4 スペクトル指数と赤方偏移

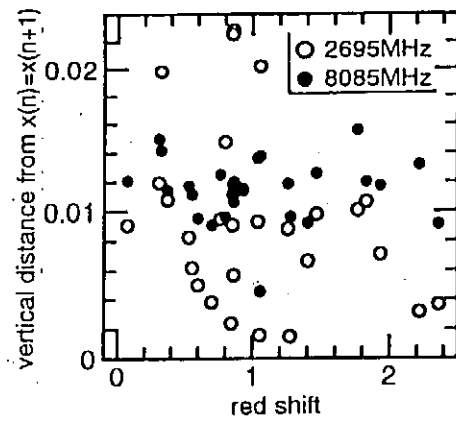


図7 変動ダイナミクス規格化測度

## Publication List of NIFS-PROC Series

- NIFS-PROC-1 *U.S.-Japan on Comparison of Theoretical and Experimental Transport in Toroidal Systems Oct. 23-27, 1989*  
Mar. 1990
- NIFS-PROC-2 *Structures in Confined Plasmas –Proceedings of Workshop of US-Japan Joint Institute for Fusion Theory Program– ; Mar. 1990*
- NIFS-PROC-3 *Proceedings of the First International Toki Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion –Next Generation Experiments in Helical Systems– Dec. 4-7, 1989*  
Mar. 1990
- NIFS-PROC-4 *Plasma Spectroscopy and Atomic Processes –Proceedings of the Workshop at Data & Planning Center in NIFS–; Sep. 1990*
- NIFS-PROC-5 *Symposium on Development of Intensified Pulsed Particle Beams and Its Applications February 20 1990; Oct. 1990*
- NIFS-PROC-6 *Proceedings of the Second International TOKI Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion , Nonlinear Phenomena in Fusion Plasmas -Theory and Computer Simulation-; Apr. 1991*
- NIFS-PROC-7 *Proceedings of Workshop on Emissions from Heavy Current Carrying High Density Plasma and Diagnostics; May 1991*
- NIFS-PROC-8 *Symposium on Development and Applications of Intense Pulsed Particle Beams, December 6 - 7, 1990; June 1991*
- NIFS-PROC-9 *X-ray Radiation from Hot Dense Plasmas and Atomic Processes; Oct. 1991*
- NIFS-PROC-10 *U.S.-Japan Workshop on "RF Heating and Current Drive in Confinement Systems Tokamaks" Nov. 18-21, 1991, Jan. 1992*
- NIFS-PROC-11 *Plasma-Based and Novel Accelerators (Proceedings of Workshop on Plasma-Based and Novel Accelerators) Nagoya, Japan, Dec. 1991; May 1992*
- NIFS-PROC-12 *Proceedings of Japan-U.S. Workshop P-196 on High Heat Flux Components and Plasma Surface Interactions for Next Devices; Mar. 1993*

- NIFS-PROC-13 『NIFS シンポジウム  
「核燃焼プラズマの研究を考えるー現状と今後の取り組み方」  
1992年7月15日、核融合科学研究所』  
1993年7月  
*NIFS Symposium*  
*"Toward the Research of Fusion Burning Plasmas -Present status and Future strategy-", 1992 July 15, National Institute for Fusion Science; July 1993 (in Japanese)*
- NIFS-PROC-14 *Physics and Application of High Density Z-pinchs,*  
July 1993
- NIFS-PROC-15 岡本正雄、講義「プラズマ物理の基礎」  
平成5年度 総合大学院大学  
1994年2月  
*M. Okamoto,*  
*"Lecture Note on the Bases of Plasma Physics"*  
*Graduate University for Advanced Studies*  
Feb. 1994 (in Japanese)
- NIFS-PROC-16 代表者 河合良信  
平成5年度 核融合科学研究所共同研究  
研究会報告書  
「プラズマ中のカオス現象」  
*"Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences"*  
*Report of the meeting on Chaotic Phenomena in Plasma*  
Apr. 1994 (in Japanese)
- NIFS-PROC-17 平成5年度NIFSシンポジウム報告書  
「核融合炉開発研究のアセスメント」  
平成5年11月29日-30日 於 核融合科学研究所  
*"Assessment of Fusion Reactor Development"*  
*Proceedings of NIFS Symposium held on November 29-30,*  
*1993 at National Institute for Fusion Science" Apr. 1994*  
(in Japanese)
- NIFS-PROC-18 *"Physics of High Energy Density Plasmas Produced by Pulsed Power"* June 1994
- NIFS-PROC-19 K. Morita, N. Noda (Ed.),  
*"Proceedings of 2nd International Workshop on Tritium Effects in Plasma Facing Components at Nagoya University, Symposium Hall, May 19-20, 1994", Aug. 1994*
- NIFS-PROC-20 研究代表者 阿部 勝憲 (東北大学・工学部)  
所内世話人 野田信明  
平成6年度 核融合科学研究所共同研究 [研究会]  
「金属系高熱流束材料の開発と評価」成果報告書  
K. Abe and N. Noda (Eds.),



*"Research and Development of Metallic Materials for Plasma Facing and High Heat Flux Components"* Nov. 1994  
(in Japanese)

NIFS-PROC-21

世話人：森田 健治（名大工学部）、金子 敏明（岡山理科大学理学部）  
「境界プラズマと炉壁との相互作用に関する基礎過程の研究」  
研究会報告

K. Morita (Nagoya Univ.), T. Kaneko (Okayama Univ. Science)(Eds.)  
*NIFS Joint Meeting "Plasma-Divertor Interactions" and  
"Fundamentals of Boundary Plasma-Wall Interactions"*  
*January 6-7, 1995 National Institute for Fusion Science*  
Mar. 1995 (in Japanese)