

**NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE**

新古典輸送概論 (講義録)  
An Introduction to the Neoclassical  
Transport Theory (Lecture note)

岡本 正雄  
M. Okamoto

(Received - Oct. 27, 1995 )

NIFS-PROC-25

Nov. 1995

**RESEARCH REPORT**  
**NIFS-PROC Series**

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan.

新古典輸送概論  
(講義録)

核融合科学研究所  
総合研究大学院大学

岡本正雄

# 新古典輸送概論\*

## (講義録)

トーラス・プラズマの新古典輸送に関する基本過程を主として軸対称トカマクを例にとって概論する。トカマクやヘリカル系装置で観測されている新古典的なブーツトラップ電流は、平行粘性力とまさつ力とのつり合いで決まることを示し、また軸対称トカマクではバナナ拡散もまた平行粘性力で決められていることを示す。ヘリカル系におけるブーツトラップ電流などについても簡単に述べる。

---

\*) 第34回プラズマ若手夏の学校(プラズマ・核融合学会支援、1995年7月29日～8月2日、京都市本能寺会館)において行った「軌道・衝突・輸送」の講義内容のうち、開講前に発刊された夏の学校テキストに書かれていなかった分を講義録として残す。

## An Introduction to the Neoclassical Transport Theory\*

( Lecture note )

An introduction is given to the theory for neoclassical transports mainly in an axisymmetric tokamak. The bootstrap current, which has been experimentally observed in tokamaks and helical systems, is generated by balancing the parallel viscosity force and frictional force. In axisymmetric tokamaks, the banana diffusion is also caused by the parallel viscosity force. The bootstrap current in helical systems is briefly mentioned.

Key words: neoclassical transport, parallel viscosity force, frictional force, bootstrap current, banana diffusion, tokamak, helical system

---

\*) Part of the lecture " Orbit, Collision, Transport " given at the 34th Plasma Summer School for Students ( sponsored by The Japan Society of Plasma Science and Nuclear Fusion Research, July 29 ~ August 2, 1995, Honnouji Kaikan, Kyoto ).

## §1 序

プラズマの輸送とは、粒子や熱、運動量などの移動現象のことをいう。具体的には、プラズマ粒子の拡散、熱拡散、プラズマの流れ、電流生成などの物理現象である。磁場に垂直方向、平行方向、トロイダル方向、ポロイダル方向、径方向など、移動は様々な方向に生ずる。粒子軌道とクーロン2体衝突だけで決まる輸送現象を古典輸送、あるいは新古典輸送という。これら以外の輸送現象は全て異常輸送と呼んでいる。古典輸送は粒子のラーモア運動に起因するもので、新古典輸送は、案内中心軌道とトーラス性によって起こるものである。トカマクやヘリカル系のようなトーラスでは新古典拡散は古典拡散を凌駕しており、さらに一般的に、トーラスでは異常拡散が支配的である。しかし、近年の実験的観測では、ブートストラップ電流や電気伝導度は新古典輸送理論でかなり良く説明できている。この意味で、新古典輸送理論は理論体系として完全なものであるだけでなく、現実の物理現象（少なくともその一部）を正しく記述しているものと思われる。

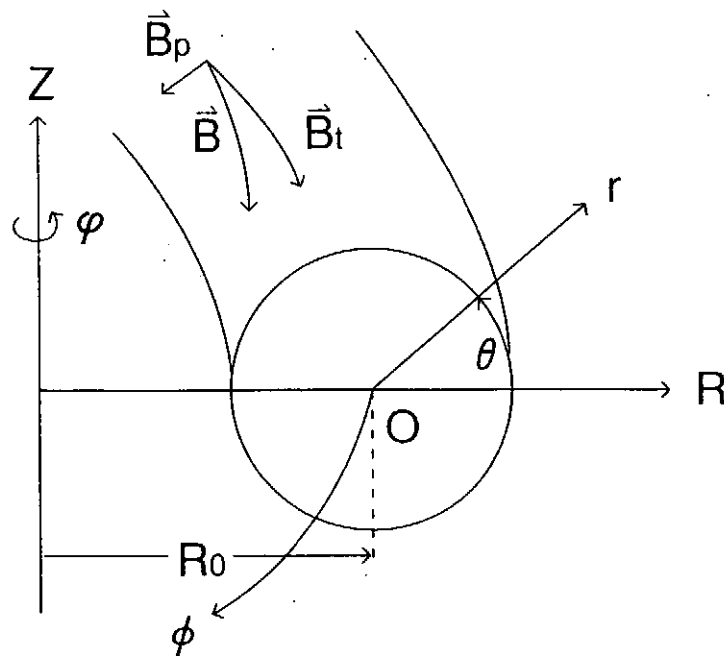


図1-1 軸対称トカマク

新古典輸送理論の構築は Galeev と Sagdeev の論文 [1] に始まると考えられているが、今日では軸対称トカマクに対しては新古典輸送理論は完成されており、優れたレビューもある [2,3,4]。この節では新古典輸送理論の本質点のみを簡単に述べる。

図 1-1 のように軸対称トカマクを考える。図 1-1 において  $R$  を大半径方向、 $r$  を小半径方向と呼び、 $\phi$  方向（対称軸  $Z$  の周りの方向）をトロイダル方向、 $\theta$  方向（プラズマ中心  $O$  の周りの方向）をポロイダル方向という。対称軸からプラズマ中心  $O$  までの距離を主半径  $R_0$  といい、 $R_0/r$  をアスペクト比という。この節ではアスペクト比が充分大きい場合 ( $r/R_0 \ll 1$ ) を考える。図 1-1 で  $\vec{B}_t$  は（トロイダル方向の）トロイダル磁場で、 $\vec{B}_p$  は（ポロイダル方向の）ポロイダル磁場である。トカマクでは  $|\vec{B}_p| \ll |\vec{B}_t|$  であるので  $B = |\vec{B}|$  は  $B_t = |\vec{B}_t|$  に殆ど等しく、またプラズマベータが充分小さく、 $B_t$  はトロイダルコイル電流が真空中に作る磁場に殆ど等しいとすると

$$B \sim B_t \propto \frac{1}{R} \quad (1.1)$$

である。 $B$  が  $R$  に逆比例することをトーラス性 (toroidicity) と呼ぶことにする。このトーラス性が軸対称トカマクにおいて決定的な役割を果たす。ヘリカル系トーラスにおいてはこのトーラス性の他にヘリカルコイルの作る磁場の変動も重要な役割を果たす。

アスペクト比が充分大きい時 ( $r/R_0 \ll 1$ )、

$$B = \frac{B_0 R_0}{R} = \frac{B_0 R_0}{R_0 + r \cos \theta} \simeq B_0 \left(1 - \frac{r}{R_0} \cos \theta\right) \quad (1.2)$$

であり、 $B$  はトーラス外側 ( $\theta = 0$ ) で最小となり、トーラス内側 ( $\theta = \pi$ ) で最大となり、磁場  $\vec{B}$  は  $\vec{B}$  に沿ってその大きさが変化しミラー場を作る。ミラー比  $R_m$  はおおよそ

$$R_m = \frac{B_{\max}}{B} \simeq 1 + \varepsilon_t \quad \left(\varepsilon_t = \frac{r}{R_0}\right) \quad (1.3)$$

で与えられるであろう。

始めに衝突を考えずに、単一荷電粒子の軌道のみ考えよう。一つの粒子の速度を  $\vec{v}$ 、磁場に平行方向の速度を  $\vec{v}_{\parallel}$ 、垂直方向を  $\vec{v}_{\perp}$  とする ( $v^2 = v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2$ )。もし、 $(v_{\parallel}/v)^2 < \varepsilon_t$

であればその粒子はミラー場に捉えられ、そうでなければ、磁力線に沿ってトーラスを周回できる。つまり粒子軌道は

$$\begin{aligned} \frac{v_{\parallel}^2}{v^2} > \varepsilon_t = \frac{r}{R_0} & \quad \text{周回粒子} \\ \frac{v_{\parallel}^2}{v^2} < \varepsilon_t = \frac{r}{R_0} & \quad \text{捕捉粒子} \end{aligned} \quad (1.4)$$

の2つに分類される。捕捉粒子はバナナ粒子とも呼ばれる。粒子の案内中心の軌道は次の式で与えられる [5]。

$$\vec{v}_G = v_{\parallel} \vec{b} + \vec{v}_D + O(\rho^3) \quad \left( \vec{b} = \frac{\vec{B}}{B} \right) \quad (1.5)$$

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} + \frac{m_a v_{\perp}^2}{2e_a B^3} (\vec{B} \times \nabla B) + \frac{m_a v_{\parallel}^2}{e_a B^2} \vec{B} \times (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{b} \quad (1.6)$$

式 (1.6) においては、第1項は  $E \times B$  ドリフト、第2項は  $\nabla B$  ドリフト、第3項は磁場の曲率によるドリフトである。軸対称系では案内中心の軌跡は一つの閉じたドリフト面を形成する。式 (1.5) において  $|v_{\parallel}|$  は  $|\vec{v}_D|$  よりはるかに大きいので粒子の案内中心は磁力線に沿って殆ど  $v_{\parallel}$  の速さで走る。もし、 $\vec{v}_D = 0$  であると案内中心はある磁気面上にあるが、トーラス性のため  $\vec{v}_D \neq 0$  であり、ドリフト面と磁気面はずれる。周回粒子はトロイダル方向、ポロイダル方向とも一周することができ、回轉變換を充分感じるのでドリフト面と磁気面とのずれは小さい。捕捉粒子はトーラス方向にはゆっくり回るが、ポロイダル方向には局在するので回轉變換を充分感じないのでそのずれは大きい。(本稿では主として軸対称トカマクを扱うが、現実のトカマクではトロイダルコイルは有限個なので、 $B_t$  に浅いリップルができる。 $v_{\parallel} \sim 0$  の粒子がこのリップルに捕捉されると回轉變換を全く感じずトロイダルドリフトで逃げる。)

ドリフト面と磁気面とのずれは、周回粒子に対しておおよそ

$$\Delta_c \simeq \varepsilon_t \rho_p = q\rho \quad \left( q = \frac{r B_t}{R B_p} \right) \quad (1.7)$$

程度であり、捕捉粒子 (バナナ粒子) に対しておおよそ

$$\Delta_b \simeq \sqrt{\varepsilon_t} \rho_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_t}} q\rho \quad (1.8)$$

である。ただし、 $\rho$  はラーモア半径で、 $\rho_p$  は  $B_p$  で測ったラーモア半径である。また、 $q$  は安全係数である。捕捉粒子のずれは周回粒子のずれより  $1/\sqrt{\epsilon_t}$  だけ大きい。

次に衝突の効果を考える。熱化プラズマの衝突周波数  $\nu_d$  の依存性は

$$\nu_d \propto \frac{n}{T^{3/2}} \quad (1.9)$$

である。ただし、 $n$  はプラズマ密度、 $T$  は温度である。プラズマの温度が高くなるにつれ、衝突は小さくなり、それに伴い粒子は磁場構造をはっきり感じるようになる。従って衝突が充分小さくなるとプラズマ粒子は上記の周回粒子と捕捉粒子（バナナ粒子）の2種類に別れる。しかし、式(1.4)から明らかなように、粒子のピッチ角が  $\sqrt{\epsilon_t}$  程度変化すると周回粒子とバナナ粒子は入れかわるであろう。このための衝突周波数は実効的に

$$\nu_{eff} \simeq \frac{\nu_d}{\epsilon_t} \quad (1.10)$$

となる。実際ピッチ角散乱による分布関数の時間変化は

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\nu_d}{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} (1 - \lambda^2) \frac{\partial f}{\partial \lambda} \quad (1.11)$$

で与えられる。ここで、 $\lambda = \cos \theta$  で  $\theta$  はピッチ角、すなわち  $\cos \theta = v_{\parallel}/v$  である。 $\lambda$  の変化は  $\delta \lambda \simeq \lambda_b = \sqrt{\epsilon_t} \ll 1$  程度を考えればよいから、式(1.11)は

$$\frac{\delta f}{\delta t} \simeq \nu_d \frac{\delta f}{(\delta \lambda)^2} \simeq \nu_d \frac{\delta f}{\epsilon_t} \quad (1.12)$$

のように評価でき、実効衝突周波数は式(1.10)のように与えられることがわかる。捕捉粒子の密度  $n_t$  の全密度  $n$  (捕捉粒子と周回粒子を合わせたもの) に対する比は

$$n_t = \int_{-\lambda_b}^{\lambda_b} f v_{\perp} dv_{\perp} d\lambda \simeq \lambda_b n = \sqrt{\epsilon_t} n \quad (1.13)$$

からおよそ  $\sqrt{\epsilon_t}$  であることがわかる。

粒子が磁場構造の詳細を感じて捕捉粒子が何度もバナナ軌道を描くには、粒子がバナナを一周する時間  $\tau_b$  よりも実効衝突時間  $\nu_{eff}^{-1}$  の方が充分長い必要がある。すなわち、

$$\nu_{eff} < \tau_b^{-1} \quad \left( \nu_{eff} = \frac{\nu_d}{\epsilon_t} \right) \quad (1.14)$$

$$\tau_b \simeq \frac{qR}{v_{\parallel}} \simeq \frac{qR}{\sqrt{\epsilon_t} v} \quad (1.15)$$



ここで  $q = rB/(RB_p)$  は安全係数で  $qR$  は磁力線に沿う  $B_{\max}$  から  $B_{\min}$  への長さ（磁力線の結合長）程度のものである。式 (1.14) を満たす時、粒子はバナナ軌道を描くことができ、このような衝突周波数帯をバナナ領域という。電子の場合バナナ領域は  $\nu_{ei}$  が次の条件を満たす領域である。

$$\nu_{ei} < \frac{v\epsilon_t^{3/2}}{qR} \simeq \epsilon_t^{3/2} \frac{v_{Te}}{qR} \quad (1.16)$$

バナナ電子の拡散係数は、ステップ長が  $\Delta_b$  程度、相関時間が  $\nu_{\text{eff}}^{-1}$  程度、バナナ粒子の割合は  $\sqrt{\epsilon_t}$  程度であるので次のように評価できる。

$$D_b \simeq \epsilon_t^{1/2} \Delta_b^2 \nu_{\text{eff}}^{-1} \quad (1.17)$$

式 (1.8) と (1.10) より

$$D_b \simeq \epsilon_t^{-3/2} q^2 \nu_{ei} \rho_e^2 \quad (1.18)$$

を得る。トカマクでは  $q = 1 \sim 3$  程度で、また  $\epsilon_t \ll 1$  だからバナナ拡散は古典拡散  $D_c = \nu_{ei} \rho_e^2$  よりずっと大きい。捕捉されたバナナ・イオンに対しても同様に評価できるが、式 (1.18) と全く同じになる。これは、粒子間衝突におけるモーメント保存、中性条件、軸対称性の結果である。

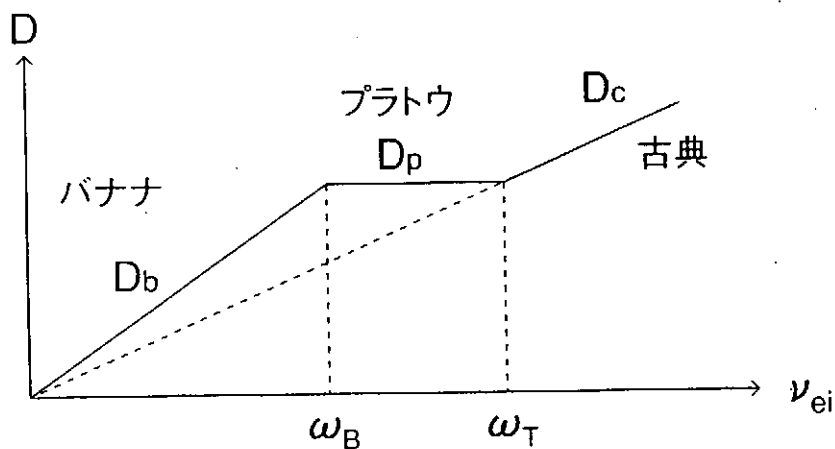


図 1.2 新古典拡散の衝突周波数依存性

$$\omega_B = \epsilon_t^{3/2} \frac{v_{Te}}{qR}, \quad \omega_T = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_t}} \omega_B$$

もし、電子の衝突周波数  $\nu_{ei}$  が充分大きく、平均自由行程の長さが磁力線の結合長より短いとき、すなわち

$$\nu_{ei} \geq \frac{vT_e}{qR} \quad (1.19)$$

の時、電子は古典的領域、多衝突領域あるいは Pfirsch-Schlüter 衝突領域にあるという。このようなとき、電子はバナナ軌道を描くことができず拡散はラーモア半径をステップ長、衝突時間を相関時間とする古典的拡散係数  $D = \nu_{ei} \rho_e^2$  で決まるように思われるが、多衝突領域においてもトーラス性は重要な役割を果たす。すなわち  $\nabla B$  ドリフトにより荷電分離が生ずるが、電子が磁力線に沿って走りこれを打ち消そうとする。磁力線に沿って電気伝導度  $\sigma_{||}$  は有限であるので有限の大きさの電流が荷電分離を打ち消すために磁力線に沿って流れる。これを Pfirsch-Schlüter 電流という [6]。この電流  $J_{||}$  は平衡をとるために必ず流れる電流である。すなわち平衡の式

$$\nabla P = \vec{J} \times \vec{B} \quad (1.20)$$

と  $\vec{B}$  との外積をとることにより垂直方向に流れる電流が

$$\vec{J}_{\perp} = \frac{\vec{B} \times \nabla P}{B^2} \quad (1.21)$$

と求められる。この電流を反磁性電流と呼ぶ。これは粒子のラーモア運動を起因とする電流である。トーラスでは  $\nabla \cdot \vec{J}_{\perp} \neq 0$  である。一方  $\nabla \cdot \vec{J} = 0$  が成立しなければならないので

$$\nabla \cdot \vec{J}_{||} = -\nabla \cdot \vec{J}_{\perp} \neq 0 \quad (1.22)$$

となり、必然的に  $\vec{J}_{||}$  が存在する。これが Pfirsch-Schlüter 電流 (P-S 電流) である。この電流は磁力線方向に電場  $E_{||} = J_{||}/\sigma_{||} = E_p B_p/B$  を生ずる。この  $E_p$  が粒子に  $\vec{E} \times \vec{B}$  ドリフトを引き起こす。§3 の式 (3.19) の P-S 電流の表示から明らかなようにトーラス外側と内側で P-S 電流の向きは逆であり、従って  $\vec{E} \times \vec{B}$  ドリフトによる粒子束はトーラス内側では内向き方向、トーラス外側で外向きになる。しかし磁気面平均をとると P-S 電流

による拡散は式 (4.25) のようになる。衝突頻度の大きい P-S 領域では拡散係数は古典拡散もあわせて

$$D_c \simeq \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} q^2\right) \nu_{ei} \rho_e^2 \quad (1.23)$$

となる。ここで  $\sigma_{\perp}$  は垂直方向の電気伝導度である。拡散係数は衝突周波数に対して図 1.2 のように描ける。 $\omega_B < \nu_{ei} < \omega_T$  の領域では、拡散係数  $D_p$  は簡単な議論では  $\nu_{ei}$  に依存しないのでこの領域はプラトゥ領域と呼ばれているが、実際は遷移領域でバナナ領域と P-S 領域を滑らかに接続している。

次にブートストラップ電流 [7,8,9] について考えてみよう。図 1.3 のようにバナナ電子 A とバナナ電子 B が X 点で衝突するとする。バナナ軌道は外側は必ず  $v_{\parallel} > 0$  ( $\vec{B}_p$  の方向)、内側は  $v_{\parallel} < 0$  ( $\vec{B}_p$  の逆方向) であるが、もし密度勾配があると (A 側の方が B 側より密度  $n$  が大きいとする)、X 点において  $v_{\parallel} > 0$  の方向に余剰の運動量が生じ電流が生成される。これは

$$J_b \simeq (-en v_{\parallel})_A + (-en v_{\parallel})_B \quad (1.24)$$

と書けるが、 $(v_{\parallel})_A = -(v_{\parallel})_B > 0$  とし、また

$$n_A - n_B \simeq \Delta_b \nabla n_b \quad (1.25)$$

と近似する。ここで  $\Delta_b$  は式 (1.8) で与えられるバナナ巾である。 $n_b$  はバナナ粒子の密度で、式 (1.13) で与えられる捕捉粒子の密度  $n_t$  である。

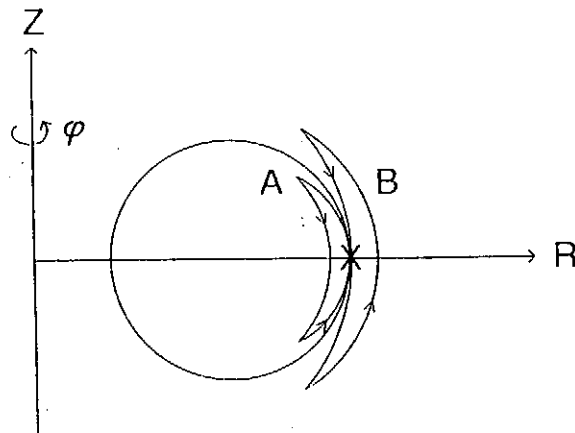


図 1.3 ブートストラップ電流生成の抽象

$$n_b = n_t \sim \sqrt{\varepsilon_t} n \quad (1.26)$$

$$u_{\parallel} \simeq \varepsilon_t^{1/2} v \quad (1.27)$$

$$\Delta_b \simeq \varepsilon_t^{1/2} \rho_p = \varepsilon_t^{1/2} \frac{mv}{eB_p} \quad (1.28)$$

であることを考えると

$$J_b \simeq -\varepsilon_t^{3/2} \frac{1}{B_p} \frac{dP}{dr} \quad (1.29)$$

となる。ただし、 $mv^2/2 \simeq T$ 、 $P = 2nT$  とおいた。X 点において周回電子がバナナ電子と衝突してこの余剰の運動量を運び去る。このときの周回電子とバナナ電子との間の衝突時間は式 (1.10) の実効的衝突周波数で決まるものである。周回粒子は磁場方向に  $u_{\parallel}$  の速さで走るがイオンとのまさつで運動量を失う。バナナ電子の余剰の運動量の時間変化とまさつによる運動量損失率はつり合うだろう。すなわち、

$$\frac{\nu_{ee}}{\varepsilon_t} \cdot m_e \left( \frac{J_b}{-en_e} \right) = \nu_{ei} m_e u_{\parallel} \quad (1.30)$$

この式で左辺はバナナ電子周志の衝突により生ずる単位時間当たりの運動量を表し、右辺がイオンとの衝突による運動量損失率を表している。§2 以下で明らかになるように左辺は粘性力を表し、右辺はまさつ力を表している。式 (1.29) と (1.30) より

$$J_{BS} \simeq -en_e u_{\parallel} = -\varepsilon_t^{1/2} \frac{1}{B_p} \frac{dP}{dr} \quad (1.31)$$

が得られる。これがブートストラップ電流である。

ブートストラップ電流は、バナナ粒子の運動量を周回粒子が運び去ることにより生ずる。定常状態では失われたバナナ粒子の運動量はその分補わなければならない。この損失はバナナ粒子の拡散により補われるはずである。従ってブートストラップ電流とバナナ拡散は直接的な関係にあると推測できる。

§2 では新古典理論の近似や仮定について述べる。新古典理論ではエネルギーの式も重要であるが、その取扱いは運動方程式より繁雑ではあるが本質的に同じであるので本稿

では運動方程式のみ論ずる。§3 で平行電流を考える。平行電流とは磁場  $\vec{B}$  に沿って流れる Pfirsch-Schlüter 電流、オーミック電流、ブートストラップ電流などをいうことにする。(大河電流もこれに属するが本稿では外部からプラズマへの運動量注入はないとしてこれは考えないことにする。) §4 では新古典的径方向粒子拡散を考え、平行電流と拡散の関係を明らかにする。以上は全て軸対称トカマクの場合についてのみ論ずる。ヘリカル系の場合は §5 で簡単に述べる。最後に §6 で揺動が新古典輸送に与える効果等について簡単に触れる。

## §2 新古典理論

密度に対する保存式と運動方程式(運動量保存式)を考える。新古典輸送はエネルギー保存式まで考えなければ正しい結果は得られないが、本稿では簡単のためこれは扱わないことにする。密度保存式と運動方程式はそれぞれ次のように与えられる [10]。

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \nabla \cdot n_a \vec{u}_a = 0 \quad (2.1)$$

$$m_a n_a \frac{d\vec{u}_a}{dt} = n_a e_a (\vec{E} + \vec{u}_a \times \vec{B}) + \vec{F}_a - \nabla P_a - \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \quad (2.2)$$

ここで添字  $a$  は電子、又はイオン(一種のみ考える)を示す。 $m_a$  は質量、 $n_a$  は密度、 $\vec{u}_a$  は流体としての速度、 $\vec{E}$  と  $\vec{B}$  は電場及び磁場、 $\vec{F}_a$  は  $a$  種粒子が  $b$  種粒子 ( $a \neq b$ ) との衝突により受けるまさつ力、 $P_a$  は圧力、 $\vec{\Pi}_a$  はストレス・テンソルで圧力の非等方性を表している。粒子間衝突の間、運動量は保存されるので

$$\sum_a \vec{F}_a = 0 \quad (2.3)$$

である。

古典輸送、新古典輸送理論では次の仮定を置く。

$$\rho \ll L \quad (2.4)$$

$$\nu \ll \Omega \quad (2.5)$$

ここで  $\rho$  はラーモア半径、 $L$  は磁場  $B$  の変動する特長的長さ、 $\nu$  は衝突周波数、 $\Omega$  はイオンサイクロトロン周波数である。この2つの条件はトカマクやヘリカル系のようなトラスにおいては充分満たされる。 $\rho$  や  $\nu$  で展開して方程式 (2.1) と (2.2) を解くことを考える。クーロン衝突によるプラズマ輸送過程のみ考え、速い振動の揺動（通常「異常」と呼ばれる揺動）は考えないので、式 (2.1) は次のように評価できる。

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} = -\nabla \cdot n_a \vec{u}_a = \nabla \cdot D \nabla n_a \sim \frac{\nu_a \rho_a^2}{L^2} n_a \quad (2.6)$$

従って、時間変動は  $O(\nu \rho^2 / L^2)$  である。従って、式 (2.1) と (2.2) において時間微分の項は高次のオーダーとして無視する（これを輸送オーダーリングということがある。）また、慣性項も

$$\vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \simeq O(\rho^2 / L^2) \quad (2.7)$$

のオーダーとなるのでこれを無視する。以上の近似から

$$\nabla \cdot n_a \vec{u}_a = 0 \quad (2.8)$$

$$n_a e_a (\vec{E} + \vec{u}_a \times \vec{B}) + \vec{F}_a - \nabla P_a - \nabla \cdot \vec{\Pi}_a = 0 \quad (2.9)$$

が得られる。式 (2.9) の最低次は

$$n_a e_a (\vec{E} + \vec{u}_a \times \vec{B}) - \nabla P_a = 0 \quad (2.10)$$

である。この式を  $a$  について和をとると MHD 平衡の式

$$\vec{J} \times \vec{B} = \nabla P \quad (P = P_e + P_i) \quad (2.11)$$

が得られる。磁気面のラベルを  $\psi$  とすると  $P$  は  $\psi$  のみの関数である。従って  $P_a$  も、また、 $n_a$ 、 $T_a$  も  $\psi$  のみの関数と考えてよいであろう。また、式 (2.10) の  $\vec{B}$  の外積をとると直ちに

$$\vec{u}_{a\perp} = \frac{\vec{B} \times \nabla \Phi}{B^2} + \frac{\vec{B} \times \nabla P_a}{n_a e_a B^2} \quad (2.12)$$

が得られる。 $\Phi$  は静電ポテンシャル ( $\vec{E} = -\nabla\Phi$ ) で  $\psi$  のみの関数である。この垂直方向の流れの右辺第一項は  $\vec{E} \times \vec{B}$  の流れで単一荷電粒子の  $\vec{E} \times \vec{B}$  ドリフトと全く同じ形をしており、電子、イオンともに同じ方向で大きさも同じである。第2項は反磁性流と呼ばれ粒子の旋回運動に起因する流体としての流れで、単一荷電粒子ではこれに相当するドリフトはない。式 (2.14) で与えられる流れの作る電流は明らかに式 (1.21) の反磁性電流である。 $\vec{u}_{a\perp}$  は明らかに磁気面量 ( $\psi$  のみの関数) である。 $\vec{u}_a = u_{a\parallel}\vec{b} + \vec{u}_{a\perp}$  において ( $\vec{b} = \vec{B}/B$ ),  $\vec{b} \cdot \nabla\psi = 0$ ,  $\vec{u}_{a\perp} \cdot \nabla\psi = 0$  であるので

$$\nabla \cdot n_a \vec{u}_a = \vec{u}_a \cdot \nabla \psi \frac{dn_a}{d\psi} + n_a \nabla \cdot \vec{u}_a = 0 \quad (2.13)$$

から

$$\nabla \cdot \vec{u}_a = 0 \quad (2.14)$$

が得られる。

以上より、最低次において  $n_a$ ,  $T_a$ ,  $\Phi$  は  $\psi$  のみの関数で、流れは非圧縮性であり、その垂直成分は  $\vec{E} \times \vec{B}$  流と反磁性流である。また、一般に、

$$\nabla \cdot \vec{u}_{a\parallel} = -\nabla \cdot \vec{u}_{a\perp} \neq 0 \quad (2.15)$$

であることを注意しておく。

粒子の案内中心軌道、クーロン2体衝突、それとトーラス性によってのみ決まるプラズマ輸送を新古典輸送という。§1の序で述べたように軸対称トカマクでは衝突頻度が小さくなると粒子軌道のトポロジーは周回粒子と捕捉粒子(バナナ粒子)の2つに分類される。(ヘリカル系では周回粒子、トーラス捕捉粒子、ヘリカルリップル捕捉粒子、遷移粒子等に分類される。)バナナ粒子は  $v_{\perp}$  が大きく周回粒子は  $v_{\parallel}$  が大きい。これは、流体的には磁場に垂直方向の圧力  $P_{\perp}$  と磁場に平行方向の圧力  $P_{\parallel}$  が異なることを意味する ( $P_{\perp} \neq P_{\parallel}$ )。このように圧力が非等方的になると式 (2.9) のストレステンソルが無視できなくなる。またこのとき、 $P_{\perp}$  と  $P_{\parallel}$  を緩和させる粘性力 ( $-\nabla \cdot \vec{\Pi}_a$ ) が働く。温度が高く、

衝突頻度の小さい領域（バナナ領域）ではこの粘性力が特に重要な働きをする。ストレステンソルは

$$\Pi_{\alpha\beta} \equiv nm \langle v'_\alpha v'_\beta - \frac{1}{3} (v')^2 \delta_{\alpha\beta} \rangle \quad (2.16)$$

と定義される [10]。ただし  $\vec{v}'$  は速度の平均流からのずれ、すなわち

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}, \quad \langle \vec{v}' \rangle = 0 \quad (2.17)$$

であり、 $\langle A \rangle$  は速度分布関数による平均である。

$$\langle A \rangle = \frac{1}{n} \int A f(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v \quad (2.18)$$

磁場  $\vec{B}$  は  $z$  方向にあるとする。強い磁場中 ( $\nu \ll \Omega_i$ ) では荷電粒子は非常に速く磁力線の周りを旋回運動しており、磁場の周りには圧力は等方的と考えてよい ( $\langle (v'_x)^2 \rangle = \langle (v'_y)^2 \rangle$ )。このような時にはストレステンソルの非対角要素は無視してよい ( $\langle v'_x v'_y \rangle = 0, \dots$ )。  $P_\perp$  と  $P_\parallel$  及び  $P$  は次のように定義できる。

$$P_\perp = \langle nm (v'_x)^2 \rangle = \langle nm (v'_y)^2 \rangle \quad (2.19)$$

$$P_\parallel = \langle nm (v'_z)^2 \rangle \quad (2.20)$$

$$P = \langle nm (v')^2 \rangle / 3 = \frac{2P_\perp + P_\parallel}{3} \quad (2.21)$$

ストレステンソルは対角要素のみで  $a$  種粒子に対して

$$\vec{\Pi}_a = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3}(P_{a\parallel} - P_{a\perp}) & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}(P_{a\parallel} - P_{a\perp}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}(P_{a\parallel} - P_{a\perp}) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$= (P_{a\parallel} - P_{a\perp}) (\vec{b}\vec{b} - \frac{1}{3} \vec{I}) \quad (2.23)$$

のように  $P_\perp$  と  $P_\parallel$  のみで表すことができる。ここで  $\vec{b} = \vec{B}/B$  である。

ストレステンソルの発散  $-\nabla \cdot \vec{\Pi}_a$  を粘性力という。この力は流体近似の枠内では求めることができない。案内中心の軌道とクーロン衝突を含むドリフト運動論的方程式を解き



$a$  種粒子に対する分布関数を求めることによってのみ計算することができる。本稿ではドリフト運動論的方程式をどう解くかについては触れずその結果のみ引用することにする。重要なことは、一様な磁場方向には粘性力は働かないということである。軸対称トカマクではトーラス方向に磁場は一様であるのでトーラス方向に粘性力は働かない。すなわち

$$\vec{B}_t \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a = 0 \quad (2.24)$$

である。一様磁場方向には粒子は粒子に乗った系から見て、磁場から何の力も受けないので  $P_{\perp}$  と  $P_{\parallel}$  を緩和させる粘性力は働かないためである。粘性力は磁場の大きさが変動する方向に働き、その方向のプラズマの流れを減衰させようとする。

磁場方向の粘性力を単に平行粘性力ということにする。磁気面平均した平行粘性力は

$$\langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \rangle = \langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot (P_{\parallel} - P_{\perp}) (\hat{b}\hat{b} - \frac{1}{3} \vec{I}) \rangle \quad (2.25)$$

$$= \langle (P_{a\perp} - P_{a\parallel}) \vec{b} \cdot \nabla B \rangle \quad (2.26)$$

で与えられる。但し、 $\langle \rangle$  は磁気面平均（付録参照）を表す。新古典理論においてはこの平行粘性力が決定的に重要な役割を果たす。軸対称トカマクにおいても非軸対称ヘリカル系においても、ブートストラップ電流はこの粘性力と平行方向のまさつ力のつり合いで決まる。軸対称トカマクでは粒子拡散も平行粘性力で決まる。

### §3 平行電流

式 (2.9) の磁場に平行な成分をとり、さらに磁気面平均すると

$$\langle e_a n_a \vec{B} \cdot \vec{E} \rangle = -\langle \vec{B} \cdot \vec{F}_{a1} \rangle + \langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \rangle \quad (3.1)$$

を得る。ここで次の関係があることを注意しておく。

$$\begin{aligned}
 \vec{B} \cdot \vec{E} &= BE_{\parallel}^{(A)} \\
 \sum_a \vec{F}_a &= 0 \\
 \sum_a n_a e_a &= 0 \\
 \sum_a (\vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

$B = |\vec{B}|$  であり、 $E_{\parallel}^{(A)}$  は誘導電場を表す。付録に示したように軸対称トカマクの磁場を次のように表す。

$$\vec{B} = \nabla\phi \times \nabla\psi + F(\psi)\nabla\phi \tag{3.3}$$

ここで、 $\psi = -RA_{\phi}$  であり、 $\phi$  はトロイダル角を表し、 $F(\psi) = RB_t$  である。流れ  $\vec{u}_a$  は磁気面上の非圧縮流であるので  $\vec{B}$  と同じように次のように書ける。

$$\vec{u}_a = \vec{u}_{a\perp} + u_{a\parallel} \vec{b} \tag{3.4}$$

$$= u_{a\theta}(\psi)\nabla\phi \times \nabla\psi + u_{a\phi}(\psi)\nabla\phi \tag{3.5}$$

ポロイダル流は  $\theta$  をポロイダル角とすると

$$u_{a\theta} = \frac{\vec{u}_a \cdot \nabla\theta}{\vec{B} \cdot \nabla\theta} \tag{3.6}$$

と書くことができる。 $u_{a\theta}$  と  $u_{a\phi}$  は  $\psi$  のみの関数である。 $\vec{u}_a$  と  $\nabla\theta$  の内積より

$$\vec{u}_a \cdot \nabla\theta = \vec{u}_{a\perp} \cdot \nabla\theta + u_{a\parallel} \vec{b} \cdot \nabla\theta \tag{3.7}$$

が得られるが、この式に  $u_{a\theta}$  に対する式 (3.6) と  $\vec{u}_{a\perp}$  に対する式 (2.12) を使うと

$$u_{a\parallel} = u_{a\theta}(\psi)B + V_a \tag{3.8}$$

が得られる。ここで

$$V_a = -\frac{\vec{u}_{a\perp} \cdot \nabla\theta}{\vec{b} \cdot \nabla\theta} \tag{3.9}$$

$$= -\frac{F(\psi)}{e_a B} T_a \left( \frac{e_a}{T_a} \frac{d\Phi}{d\psi} + \frac{1}{P_a} \frac{dP_a}{d\psi} \right) \tag{3.10}$$

は熱力学的な力を表しており、 $E \times B$  流と反磁性流がその原因となっている。

平行電流は次のように書ける。

$$\begin{aligned} J_{\parallel} B &= (n_i e_i u_{i\parallel} - n_e e u_{e\parallel}) B \\ &= n_i e_i B (u_{i\theta}(\psi) B + V_i) - n_e e B (u_{e\theta}(\psi) B + V_e) \end{aligned} \quad (3.11)$$

ここで磁気面量  $K(\psi)$  を

$$K(\psi) \equiv n_i e_i u_{i\theta}(\psi) - n_e e u_{e\theta}(\psi) \quad (3.12)$$

と定義すると平行電流は次のように書ける。

$$J_{\parallel} B = B^2 K(\psi) + n_i e_i B V_i - n_e e B V_e \quad (3.13)$$

式 (3.10) の  $V_e$ 、 $V_i$  の表示を代入すると平行電流は

$$J_{\parallel} B = -F(\psi) \frac{dP}{d\psi} + K(\psi) B^2 \quad (P = P_e + P_i) \quad (3.14)$$

と書ける。 $J_{\parallel} B$  の磁気面平均をとると

$$\langle J_{\parallel} B \rangle = -F(\psi) \frac{dP}{d\psi} + K(\psi) \langle B^2 \rangle \quad (3.15)$$

となり、式 (3.14) と式 (3.15) から  $K(\psi)$  を消去すれば平行電流は

$$J_{\parallel} B = -F(\psi) \frac{dP}{d\psi} \left( 1 - \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \right) + \langle J_{\parallel} B \rangle \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \quad (3.16)$$

のように表現できる。

平行電流の式 (3.16) で、右辺第 1 項は Pfirsch-Schlüter 電流 (P-S 電流) を表している。すなわち

$$J_{PS} B = -F(\psi) \frac{dP}{d\psi} \left( 1 - \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \right) \quad (3.17)$$

大アスペクト ( $r/R_0 \ll 1$ ) の近似での P-S 電流を求める。付録の式 (A.8) を用いると

$$\frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} = \frac{B_0^2 (1 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta)}{B_0^2 (1 + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2})} \simeq 1 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta \quad (3.18)$$

と近似でき、また、式 (A.3) 及び (A.11) を考慮すると

$$J_{PS} \simeq -2q \frac{1}{B_0} \frac{dP}{dr} \cos \theta \quad \left( q = \frac{r B_t}{R B_p} \right) \quad (3.19)$$

が得られる。 $q$  は安全係数である。 $J_{PS}$  はトーラス外側と内側で符号が異なり磁気面平均すると P-S 電流は消える。すなわち

$$\langle J_{\parallel} B \rangle_{PS} = 0 \quad (3.20)$$

この事実は式 (3.17) から、また式 (3.19) から明らかである。

平行電流の式 (3.16) の右辺第 2 項の  $\langle J_{\parallel} B \rangle$  はオーミック電流とブートストラップ電流を表している。平行方向のまさつ力は次のように表せる。

$$F_{e\parallel} = -F_{i\parallel} = en_e \frac{J_{\parallel}}{\sigma_{\parallel}} \quad (3.21)$$

ここで  $\sigma_{\parallel}$  は磁場に平行方向の電気伝導度で

$$\sigma_{\parallel} = f(Z_i) \sigma_{\perp}, \quad \sigma_{\perp} = \frac{e^2 n_e}{m_e \nu_{ei}} \quad (3.22)$$

で表せる。 $\sigma_{\perp}$  は Spitzer の電気伝導度で、 $f(Z_i)$  は  $Z_i$  (又は有効電荷数  $Z_{eff}$ ) の関数である。平行方向の力のつり合いの式 (3.1) に式 (3.21) を用いると

$$\langle J_{\parallel} B \rangle = \frac{\sigma_{\parallel}}{en_e} \{ en_e \langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle + \langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_e \rangle \} \quad (3.23)$$

と書ける。

平行粘性力はドリフト運動論的方程式を解かねば得られない。Hirshman と Sigmar の計算 [3] によると平行粘性力はポロイダル流  $u_{a\theta}(\psi)$  を使って

$$\langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \rangle = 3 \langle (\vec{b} \cdot \nabla B)^2 \rangle \mu_a u_{a\theta}(\psi) \quad (3.24)$$

と書ける。 $\mu_a$  は粘性係数である。この式は  $u_{a\theta}$  のみに比例しており、 $u_{a\phi}$  は含まれていない。すなわち平行粘性力はポロイダル流にのみ比例している。これは軸対称トカマクではトロイダル方向に磁場は一様で粘性力が働かないためである。式 (3.2) から

$$\vec{B} \cdot \nabla \vec{\Pi}_i + \vec{B} \cdot \nabla \vec{\Pi}_e = 0 \quad (3.25)$$

であるが第1項（イオン）は第2項（電子）よりずっと大きい。従って最低次では

$$\vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_i \simeq 0 \quad (3.26)$$

と考える。式(3.24)と(3.26)より

$$u_{i\theta}(\psi) = \frac{u_{i\parallel} - V_i}{B} \simeq 0 \quad (3.27)$$

となるのでイオンの平行方向の流れは

$$u_{i\parallel} \simeq V_i = -\frac{F(\psi)}{e_i B} T_i \left( \frac{1}{P_i} \frac{dP_i}{d\psi} + \frac{e_i}{T_i} \frac{d\Phi}{d\psi} \right) \quad (3.28)$$

大アスペクト比近似では

$$u_{i\parallel} \simeq -\frac{T_i}{e_i B_p} \left( \frac{1}{P_i} \frac{dP_i}{dr} + \frac{e_i}{T_i} \frac{d\Phi}{dr} \right) \quad (3.29)$$

となる。最低次の近似では  $u_{e\parallel} = u_{i\parallel}$  であるが  $u_{e\parallel}$  と  $u_{i\parallel}$  との差が  $J_{\parallel}$  を生む。次の近似では

$$\begin{aligned} \langle J_{\parallel} B \rangle &= e_i n_i \langle u_{i\parallel} B \rangle - e n_e \langle u_{e\parallel} B \rangle \\ &\simeq e_i n_i \langle V_i B \rangle - e n_e \langle u_{e\theta}(\psi) \langle B^2 \rangle + \langle V_e B \rangle \rangle \end{aligned} \quad (3.30)$$

となる。一方  $\langle J_{\parallel} B \rangle$  は式(3.24)を使うと

$$\langle J_{\parallel} B \rangle = \sigma_{\parallel} \langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle + \frac{\sigma_{\parallel}}{e n_e} 3 \langle (\vec{b} \cdot \nabla B)^2 \rangle \mu_e u_{e\theta}(\psi) \quad (3.31)$$

と書くことができるので、式(3.30)と(3.31)からポロイダル流が次のように求まる。

$$u_{e\theta}(\psi) = \frac{e n_e \langle B(V_i - V_e) \rangle - \sigma_{\parallel} \langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle}{e n_e \langle B^2 \rangle + \frac{\sigma_{\parallel}}{e n_e} 3 \langle (\vec{b} \cdot \nabla B)^2 \rangle \mu_e} \quad (3.32)$$

バナナ領域での粘性係数は文献[3]で次のように計算されている。

$$\mu_e \simeq \frac{f_t}{f_c} c_c(Z_{\text{eff}}) n_e m_e \nu_{ee} \frac{\langle B^2 \rangle}{3 \langle (\vec{b} \cdot \nabla B)^2 \rangle} \quad (3.33)$$

ここで、 $f_t$  は捕捉粒子（バナナ粒子）の割合で、 $f_c = 1 - f_t$  である。 $c_e(Z_{\text{eff}})$  は  $Z_{\text{eff}}$  の関数で大きさは1程度の定数である。大アスペクト比近似では  $f_t/f_c \simeq \sqrt{\epsilon_t} \ll 1$  である。式(3.32)と式(3.33)を式(3.31)に代入して  $\sqrt{\epsilon_t}$  のオーダーまで計算する。 $\langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle$  に比例する項はオーミック電流で、粘性力に比例する電流はブートストラップ電流である。すなわち

$$\langle J_{\parallel} B \rangle = \langle J_{\parallel} B \rangle_{OH} + \langle J_{\parallel} B \rangle_{BS} \quad (3.34)$$

と書くとオーミック電流は

$$\langle J_{\parallel} B \rangle_{OH} = \sigma_{NC} \langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle \quad (3.35)$$

$$\sigma_{NC} = \sigma_{\parallel} (1 - c\sqrt{\epsilon_t}) \quad (3.36)$$

と表せる。 $c$  はオーダー1の数値因子である。電気伝導度は  $\sqrt{\epsilon_t}$  程度の割合だけ減少している。これは平行方向に電場を印加しても捕捉粒子（ $\sqrt{\epsilon_t}$  の割合だけ存在する）は速やかに応答できないからである。

ブートストラップ電流は次の式で与えられる。

$$\langle J_{\parallel} B \rangle_{BS} = \frac{\sigma_{\parallel}}{en_e} \sqrt{\epsilon_t} n_e m_e \nu_{ee} c_e \langle B(V_i - V_e) \rangle \quad (3.37)$$

今簡単に

$$J_{BS} \simeq -en_e u_{\parallel} \simeq \frac{\sigma_{\parallel}}{en_e} \sqrt{\epsilon_t} n_e m_e \nu_{ee} (V_i - V_e) \quad (3.38)$$

とする。 $V_i$  と  $V_e$  に式(3.10)の表示を代入すると次の関係が得られる。

$$\nu_{e_i} m_e u_{\parallel} = \frac{\nu_{ee}}{\epsilon_t} m_e \frac{-\epsilon_t^{3/2} \frac{1}{B_p} \frac{dP}{dr}}{-en_e} \quad (3.39)$$

これは§1の式(1.25)に他ならない。式(3.37)に  $V_e, V_i$  の表示式(3.10)を代入するとブートストラップ電流は  $O(1)$  の数値因子を除いておおよそ

$$J_{BS} \simeq -\epsilon_t^{1/2} \frac{1}{B_p} \frac{dP}{dr} \quad (3.40)$$

で与えられ、式 (1.26) と一致する。

## §4 粒子拡散

磁気面を横切る粒子拡散について考える。このため式 (2.9) のトロイダル成分をとり、磁気面平均を行う。式 (2.9) と  $R^2\nabla\phi$  との内積を取ると  $\vec{u}_a$  の項は

$$\langle R^2\nabla\phi \cdot n_a \vec{u}_a \times \vec{B} \rangle = \langle R^2 n_a \vec{u}_a \cdot \vec{B} \times \nabla\phi \rangle = \langle \vec{u}_a \cdot \nabla\psi \rangle \quad (4.1)$$

で磁気面を横切る径方向の粒子束を与える。粘性力の項は付録の式 (A.6) を使うと

$$\begin{aligned} \langle R^2\nabla\phi \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \rangle &= \langle \nabla \cdot (R^2\nabla\phi \cdot \vec{\Pi}_a) \rangle \\ &= \frac{1}{V'} \frac{d}{d\psi} V' \langle R^2\nabla\phi \cdot \vec{\Pi}_a \cdot \nabla\psi \rangle = 0 \\ &\quad \left( \nabla\phi \cdot \vec{\Pi}_a \cdot \nabla\psi = (\nabla\phi)_i \Pi_{ij} (\nabla\psi)_j = \vec{e}^3 \Pi_{31} \vec{e}^1 \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

となる。これはトロイダル粘性力であり、上式より明かなようにストレステンソルの非対角項しか残らず零である。(少なくとも  $O(\rho^3/L^3)$  程度にしかない。) これは式 (2.24) と同じことを意味しており、軸対称性のためトロイダル方向には粘性力は働かない。しかし、トロイダル方向にも磁場の大きさが変動する非軸対称ヘリカル系ではトロイダル粘性力は大きく、むしろ、この力が非軸対称ヘリカル系における粒子拡散を決める。 $P_a$  は  $\psi$  のみの関数であるので  $\nabla P_a$  はトロイダル成分を持たない。従って、式 (2.9) のトロイダル成分の磁気面平均は

$$\langle n_a \vec{u}_a \cdot \nabla\psi \rangle = -\frac{1}{e_a} \langle R(F_{a\phi} + e_a n_a E_\phi) \rangle \quad (4.3)$$

となる。これが粒子拡散を決める式で粒子束は  $\vec{F}_a$  及び  $\vec{E}_a$  の  $\phi$  成分で決められる。この粒子束は古典的及び新古典的拡散の両方を含んでいる。式 (4.3) を粒子種  $a$  について和をとると

$$\sum_a e_a \langle n_a \vec{u}_a \cdot \nabla\psi \rangle = -\langle R(\sum_a F_{a\phi} + \sum_a e_a n_a E_\phi) \rangle = 0 \quad (4.4)$$

となる。つまり

$$\langle n_e \vec{u}_e \cdot \nabla \psi \rangle = Z_i \langle n_i \vec{u}_i \cdot \nabla \psi \rangle \quad (4.5)$$

であり、イオンの粒子束と電子の粒子束は常に等しい。径方向電場  $E_\psi$  と独立に常に粒子束が等しいことを本来的両極性拡散 (intrinsic ambipolar, automatic ambipolar) という。

これは、

- 1) 中性化条件 ( $\sum_a e_a n_a = 0$ )、
- 2) 衝突における運動量の保存 ( $\sum_a \vec{F}_a = 0$ )、
- 3) 軸対称性 ( $\partial/\partial\phi = 0$ )、

の結果である。第3番目の条件は(案内中心軌道の)トロイダル方向の一般化角運動量保存といってもよい。しかし、非軸対称系(ヘリカル系、リップルトカマク、...)では新古典的拡散は本来的に両極性ではない。非軸対称系では粒子束  $\Gamma_{e\psi}^{na}$  は  $E_\psi$  の関数であり両極性条件

$$\Gamma_{e\psi}^{na}(E_\psi) = Z_i \Gamma_{i\psi}^{na}(E_\psi) \quad (4.6)$$

を満たすよう径方向電場  $E_\psi$  が決まる。また、軸対称系であっても荷電交換などにより運動量が持ち去られる場合も(第2の条件を満たさないため)本来的両極性拡散にはならない。プラズマ表面近傍(ポロイダル・ラーモア半径の数倍程度)においても粒子が選択的に表面から損失されるような状況では軸対称系でも第2の条件を満たさず本来的両極性拡散にはならない。

粒子種  $a$  の速度分布関数を  $f_a$ 、衝突積分を  $C(f_a)$  とすると

$$(\vec{F}_a)_\phi = \int d^3v m_a (v_{\parallel\phi} + v_{\perp\phi}) C(f_a) \quad (4.7)$$

$$= (F_{a\parallel})_\phi + (F_{a\perp})_\phi \quad (4.8)$$

であり、 $(\vec{F}_{a\parallel})_\phi$  が新古典拡散を、 $(\vec{F}_{a\perp})_\phi$  が古典拡散を表す。すでに見たように

$$\langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \rangle = \langle \vec{B} \cdot \vec{F}_a \rangle + \langle e_a n_a \vec{B} \cdot \vec{E} \rangle \quad (4.9)$$

$$= \langle B(F_{a\parallel} + e_a n_a E_{\parallel}^{(A)}) \rangle \quad (4.10)$$



であり、これより新古典拡散は平行粘性と直接結び付いていることがわかる。つまり拡散とブーツトラップ電流は直接関係している。

式(4.3)で与えられる磁気面を横切る粒子束を具体的に計算してみる。すでに見たように電子の粒子束とイオンの粒子束は等しいから電子の粒子束を計算する。まさつ力は

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_i = en_e \left( \frac{1}{\sigma_\perp} \vec{J}_\perp + \frac{1}{\sigma_\parallel} \vec{J}_\parallel \right) \quad (4.11)$$

で与えられる。 $\vec{J}_\perp$ は式(1.21)で与えられる反磁性電流であり、 $\vec{J}_\parallel$ は式(3.16)で与えられる平行電流である。 $F_{e\phi} = R\nabla\phi \cdot \vec{F}_e$ であるので式(4.3)と式(4.11)から電子の粒子束は

$$\langle n_e \vec{u}_e \cdot \nabla\psi \rangle = \langle n_e R^2 \nabla\phi \cdot \left( \frac{1}{\sigma_\perp} \vec{J}_\perp + \frac{1}{\sigma_\parallel} \vec{J}_\parallel \right) - n_e R E_\phi \rangle \quad (4.12)$$

となる。反磁性電流は粒子のラーモア運動に起因して生ずるものであるので $\vec{J}_\perp$ に比例する項は古典拡散である。他の項は電場に比例するものとトーラス性に起因する新古典拡散である。すでに見たように、 $\vec{J}_\perp$ と $\vec{J}_\parallel$ は次のように与えられる。

$$\vec{J}_\perp = \frac{\vec{B} \times \nabla P}{B^2} \quad (4.13)$$

$$\vec{J}_\parallel = \vec{b} \left\{ -\frac{F(\psi)}{B} \frac{dP}{d\psi} \left( 1 - \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \right) + \langle J_\parallel B \rangle \frac{B}{\langle B^2 \rangle} \right\} \quad (4.14)$$

ここで $\langle J_\parallel B \rangle$ は式(3.23)又は式(3.34)で与えられる。式(4.13), (4.14)を式(4.12)に代入すると粒子束は

$$\begin{aligned} \langle \Gamma_\psi^e \rangle &\equiv \langle n_e \vec{u}_e \cdot \nabla\psi \rangle \\ &= \Gamma_{cl}^e + \Gamma_{PS}^e + \Gamma_{bp}^e + n_e \frac{F(\psi)}{\langle B^2 \rangle} \langle \vec{E} \cdot \vec{B} \rangle - \langle n_e R^2 \nabla\phi \cdot \vec{E} \rangle \end{aligned} \quad (4.15)$$

と書ける。ここで

$$\Gamma_{cl}^e = \left\langle \frac{n_e}{\sigma_\perp} R^2 \nabla\phi \cdot \vec{J}_\perp \right\rangle \quad (4.16)$$

$$\Gamma_{PS}^e = - \left\langle \frac{n_e}{\sigma_\parallel} \left( \frac{F(\psi)}{B} \right)^2 \left( 1 - \frac{B^2}{\langle B^2 \rangle} \right) \frac{dP}{d\psi} \right\rangle \quad (4.17)$$

$$\Gamma_{bp}^e = \frac{1}{e} \frac{F(\psi)}{\langle B^2 \rangle} \langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_e \rangle \quad (4.18)$$

である。式 (4.17) と (4.18) を導くのに

$$R^2 \nabla \phi \cdot \vec{b} = \frac{F(\psi)}{B} \quad (4.19)$$

の関係を使った。 $\Gamma_{cl}^e$  は古典拡散で、 $\Gamma_{PS}^e$  は P-S 電流による拡散、 $\Gamma_{bp}^e$  はバナナ・プラトゥ領域の拡散を表す。これを大アスペクト比近似の時に示してみよう。 $\langle \Gamma_{\psi}^e \rangle$  の  $\vec{E}$  に比例する項により生ずる半径  $r$  方向の流れは

$$u_{er} \simeq \frac{E_p^{(A)}}{B} \sim \epsilon_t \frac{1}{q} \frac{E^{(A)}}{B} \quad (4.20)$$

で近似でき充分小さく無視できる。

古典領域における拡散を計算してみよう。 $\vec{J}_{\perp}$  に反磁性電流を与える式 (2.15) を代入すると

$$\Gamma_{cl}^e = - \langle n_e \frac{1}{B^2} \frac{1}{\sigma_{\perp}} |\nabla \psi|^2 \frac{dP}{d\psi} \rangle \quad (4.21)$$

が得られる。大アスペクト比近似では付録の式を使うと、 $\langle n_e \vec{u}_e \cdot \nabla \psi \rangle \simeq n_e u_{er} R B_p$  であるので、

$$n_e u_{er} = - \frac{n_e}{\sigma_{\perp}} \frac{1}{B^2} \frac{dP}{dr} \quad (4.22)$$

となる。もし  $T_e = T_i = \text{const}$  とすると

$$n_e u_{er} = - D_c \frac{dn_e}{dr} \quad (4.23)$$

$$D_c = \nu_{ei} \rho_e^2 \quad \left( \rho_e = \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}} \cdot \frac{m_e}{eB} \right) \quad (4.24)$$

となる。 $D_c$  は古典的粒子拡散係数であり、ステップ長が電子のラーモア半径  $\rho_e$ 、相関時間が電子の衝突時間  $\nu_{ei}^{-1}$  になっている。粒子のラーモア運動は流体としての流れ（反磁性流）を生ずるが、この反磁性流は電子とイオンとで方向が逆向きのため両者の間にまさつ力が働く。まさつ力  $\vec{F}_a$  は  $n_e \vec{F}_a \times \vec{B} / (e_a B^2)$  の粒子束を径方向につくる。 $\vec{F}_e = -\vec{F}_i$  であり、また  $e_e = -e < 0$ ,  $e_i = Z_i e > 0$  かつ  $n_e = Z_i n_i$  なので径方向粒子束はイオン、電子とも同じ方向で大きさも同じになる。これが式 (4.23) である。P-S 電流から生ずる粒

子束  $\Gamma_{pS}^e$  は大アスペクト比近似では

$$n_e u_{er} = -\frac{n_e}{\sigma_{\parallel}} \frac{1}{B^2} q^2 \frac{dP}{dr} \quad \left( q = \frac{rB}{RB_p} \right) \quad (4.25)$$

となる。P-S 電流による拡散の意味については§1 で述べたとおりである。もし電子が衝突頻度の大きい領域にあると  $\langle J_{\parallel} B \rangle$  および  $E_{\phi}$  による拡散は充分小さく粒子束は式 (4.23) と式 (4.25) をあわせて

$$n_e u_{er} = -\frac{n_e}{\sigma_{\perp}} \frac{1}{B^2} \left( 1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} q^2 \right) \frac{dP}{dr} \quad (4.26)$$

なる。これが P-S 衝突領域 (古典領域) における粒子拡散である。

バナナ・プラトウ領域の粒子束  $\Gamma_{bp}^e$  をバナナ領域で評価してみる。 $\sqrt{\varepsilon_t}$  のオーダーまででは  $\Gamma_{bp}^e$  は

$$\begin{aligned} \Gamma_{bp}^e &= \frac{1}{e} \frac{F(\psi)}{\langle B^2 \rangle} \langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_e \rangle \\ &= \frac{1}{e} \frac{F(\psi)}{\langle B^2 \rangle} \frac{en_e}{\sigma_{\parallel}} \langle J_{\parallel} B \rangle_{BS} \end{aligned} \quad (4.27)$$

で近似できるので、 $\langle J_{\parallel} B \rangle_{BS} \simeq J_{BS} B$  として  $J_{BS}$  に式 (3.40) を用いると、 $\langle n_e \vec{u}_e \cdot \nabla \psi \rangle \simeq n_e u_{er} R B_p$  であるので

$$n_e u_{er} \simeq -\sqrt{\varepsilon_t} \nu_{ei} \frac{m_e}{e^2 B^2} \frac{dP}{dr} \quad (4.28)$$

となる。今、 $T_e = T_i = T = \text{const}$  とすると

$$\begin{aligned} n_e u_{er} &= -D_b \frac{dn_e}{dr} \\ D_b &= -\varepsilon_t^{3/2} q^2 \nu_{ei} \rho_e^2 \end{aligned} \quad (4.29)$$

が得られ拡散係数  $D_b$  は式 (1.18) と一致する。バナナ領域では  $\Gamma_{bp}^e$  は  $\Gamma_{pS}^e$ ,  $\Gamma_d^e$  よりずっと大きく ( $\Gamma_{\psi}^e$ ) は  $\Gamma_{bp}^e$  で決まる。従ってバナナ領域ではブートストラップ電流又は平行粘性力と粒子拡散は直接関係のあることがわかる。ヘリカル系プラズマでは、ブートストラップ電流と直接関係する (軸対称) 拡散とは別に (非軸対称) リップル拡散が存在する。一般にリップル拡散はバナナ中心の運動で決まり、案内中心の運動で決まる軸対称拡散よりずっと大きい。

プラズマの輸送過程の間、磁気面は完全に空間的に固定されているのではない。実際、誘導電場があると  $\partial\psi/\partial t = RE_\phi \neq 0$  で、また  $\partial\psi/\partial t = \langle \vec{u}_\psi \cdot \nabla\psi \rangle$  であるので磁気面は運動する。磁気面を横切る粒子束はこの磁気面の運動も考慮して

$$\langle \Gamma_R^2 \rangle = \Gamma_\psi^e - \langle f n_e \vec{u}_\psi \cdot \nabla\psi \rangle \quad (4.30)$$

で定義されねばならない。 $f$  は磁気面の運動に寄与する粒子の割合である。バナナ領域におけるバナナの運動のみがこの磁気面の動く速さを有意なものにする。

電子の案内中心のドリフト面は

$$\frac{d\psi^*}{dt} = 0 \quad (\psi^* = \text{const}) \quad (4.31)$$

$$\psi^* = \psi + F(\psi) \frac{m_e v_{||}}{eB} \quad (4.32)$$

で与えられる [5]。式 (4.31) をバナナの反射点から反射点まで積分すると、反射点では  $v_{||} = 0$  であるので

$$\overline{\left( \frac{d\psi^*}{dt} \right)} = \overline{\left( \frac{d\psi}{dt} \right)} = 0 \quad (4.33)$$

となる。これは、バナナの運動は磁気面の運動に凍りついていることを意味している。バナナ粒子の運動中

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\partial\psi}{\partial t} + \vec{v}_G \cdot \nabla\psi \\ &= RE_\phi + \vec{v}_G \cdot \nabla\psi \end{aligned} \quad (4.34)$$

であるので

$$\langle \vec{u}_\psi \cdot \nabla\psi \rangle = -\overline{(\vec{v}_G \cdot \nabla\psi)} = \overline{(RE_\phi)} \quad (4.35)$$

となる。式 (4.30) において大アスペクト比近似では  $f \sim \sqrt{\epsilon_t}$  で、また式 (4.35) のバナナ中心の動く速さは

$$v_{Gr} \simeq -\frac{E_\phi}{B_p} < 0 \quad (4.36)$$

となる。 $\langle \Gamma_R^e \rangle$  はバナナ領域では

$$\langle \Gamma_R^e \rangle \simeq -D_b \frac{dn_e}{dr} - c' \sqrt{\varepsilon_t} \frac{E_\phi}{B_p} \quad (4.37)$$

となる。右辺第1項は  $dn_e/dr < 0$  である限り径方向に向かう正の拡散であるが、第2項は負の値でプラズマ中心へ向かう流れである。これを Ware ピンチと呼ぶ[12]。式(4.37)の  $c'$  は衝突周波数を含む数値因子で衝突周波数が大きくなると減少していく。

## §5 ヘリカル系の場合

ヘリオトロンやステラレータのようなヘリカル系は非軸対称系であり、トロイダル方向にも磁場の大きさは変動する。従ってポロイダル方向だけでなくトロイダル方向にも粘性力が働き、プラズマの流れをポロイダル方向にもトロイダル方向にも減衰させようとする。このような場合のプラズマの流れや平行電流に対する新古典理論が軸対称トカマクを含む形で定式化された[12~15]。ここでは、文献[13]に従って非軸対称系の場合の平行電流の新古典理論を簡単に紹介する。この理論は軸対称トカマクの場合を完全に包含しているのでトーラス全てにおいて一般的なものである。

非軸対称系でもオーミック電流やブートストラップ電流は軸対称トカマクと同様、平行方向の力の釣り合い、すなわち磁場方向の粘性力とまさつ力で決まる。まさつ力は速度空間分布のみで決まるので磁場配位には依存しないが、粘性力は磁場構造、粒子軌道に強く依存する。軸対称トカマクも含むトーラス一般において平行粘性力は Boozer 座標系  $(\psi, \theta, \zeta)$  で

$$\begin{aligned} \langle \vec{B} \cdot \nabla \cdot \vec{\Pi}_a \rangle &= \left( \frac{J}{t} \langle G_{BS} \rangle_{Na} + I \right) \mu_a \langle \vec{u}_a \cdot \nabla \theta \rangle \\ &+ J (1 - \langle G_{BS} \rangle_{Na}) \mu_a \langle \vec{u}_a \cdot \nabla \zeta \rangle \end{aligned} \quad (5.1)$$

と書ける。 $\theta$  と  $\zeta$  はそれぞれポロイダル角、トロイダル角で、 $2\pi I$  は磁気面  $\psi$  ( Boozer 座標系ではトロイダル磁束を  $2\pi$  で割ったもの ) の中の全トロイダル電流、 $2\pi J$  は  $\psi$  より

外の全ポロイダル電流である。 $\epsilon$  は回転変換で  $\epsilon = 1/q$  ( $q$  は安全係数) である。 $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha}$  は  $\alpha$  種粒子の規格化形状因子と呼ばれ、 $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha} \leq 1$  である。式 (5.1) の第一行目はポロイダル方向の粘性力で、第二行目はトロイダル粘性力である。軸対称トカマクでは  $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha} = 1$  であるのでトロイダル粘性力は消える。これはトーラス方向には磁場の大きさが一定でこの方向には粘性力が働かないことを反映している。非軸対称系では一般に式 (5.1) のように粘性力はポロイダル方向にもトロイダル方向にも働く。軸対称トカマクでは  $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha} = 1$  であるが非軸対称ヘリカル系では  $\alpha$  種粒子が  $1/\nu$  領域 (バナナ領域) にあると  $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha}$  は大きく、また磁場配位に強く依存する。プラトゥ領域にあると  $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha}$  は小さくなり磁場配位依存性も弱くなり、P-S 領域では非常に小さな量となる。もし、電子とイオンが異なる衝突周波数領域に存在し、 $\langle G_{BS} \rangle_{N_e} \neq \langle G_{BS} \rangle_{N_i}$  となった場合は、電子とイオンが受ける粘性力の方向が異なることになり、従って両者の流れ (回転) の方向は異なることになる。軸対称トカマクでは  $\langle G_{BS} \rangle_{N\alpha} = 1$  であるので粘性力の働く方向は同一なのでこのようなことは起こらない。

文献 [13] では、任意の磁場配位 (ヘリカル系もトカマクも他のトーラスも含む)、多成分プラズマ、任意の衝突周波数領域に対して成立するように定式化されている。もちろん運動量保存式だけでなくエネルギー保存式も解かれ熱粘性力も考慮されている。これを電子と一種のイオンのプラズマに適用するとブートストラップ電流は

$$\begin{aligned}
 \langle J_{\parallel} B \rangle_{BS} = & L_{11} [-\langle G_{BS} \rangle_e + \langle G_{BS} \rangle_i] en_e \frac{d\Phi}{d\psi} \\
 & + L_{11} \left[ \langle G_{BS} \rangle_e \frac{dP_e}{d\psi} + \langle G_{BS} \rangle_i \frac{dP_i}{d\psi} \right] \\
 & + \langle G_{BS} \rangle_e (-L_{12} + L_{32}) n_e \frac{dT_e}{d\psi} + \langle G_{BS} \rangle_i (L_{14} - L_{34}) n_i \frac{dT_i}{d\psi} \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

となる。ここで  $L_{11}, L_{12}, \dots$  は輸送係数である。この式の右辺第1項は電場  $E_{\psi} = -d\Phi/d\psi$  に比例する項である。軸対称トカマクでは  $\langle G_{BS} \rangle_e = \langle G_{BS} \rangle_i$  であるのでこの項は消える。しかし非軸対称系では電子とイオンが異なる衝突周波数領域にあると  $\langle G_{BS} \rangle_e \neq \langle G_{BS} \rangle_i$  となり  $E_{\psi}$  に比例する項が残る。 $L_{11}$  は負の量で電子が  $1/\nu$  領域にあるとその大きさは

大きい。電子が  $1/\nu$  領域でイオンが仮にプラトウ領域にあるとすると  $\langle G_{BS} \rangle_e \gg \langle G_{BS} \rangle_i$  で、かつ  $E_\psi > 0$  ( $d\Phi/d\psi < 0$ ) であるとする、 $E_\psi$  に比例する項は従来の圧力駆動型ブートストラップ電流を打ち消す方向に流れる。 $E_\psi$  が充分大きいとブートストラップ電流を消したり、あるいは負の方向に流すこともできる。軸対称トカマクでこのような  $E_\psi$  駆動電流が流れないのは、軸対称性、衝突における運動量保存、準中性の3つの条件が満たされているからである。 $E_\psi$  駆動型ブートストラップ電流の物理機構は文献 [16] に述べられている。

文献 [13] ではプラズマの回転についても一般的に論じている。一般論を電子、主イオン、不純物イオンの3成分プラズマに応用して解析すると文献 [14] に示されているように、ヘリカル系では非軸対称性が強い程ポロイダル流の方がトロイダル流より大きく、また、不純物イオンと主イオンとの回転の差は小さい。中性粒子入射加熱を行う時のように運動量が外部から注入されトルクがプラズマに与えられる場合は文献 [15] に述べられている。

## §6 おわりに

新古典理論では、粒子軌道とクーロン衝突のみで決まるプラズマ輸送を考え、電磁場の揺動は一切考えない。この前提のもとに新古典理論はわずかの仮定（しかし充分妥当性のある仮定）のもとに理論体系を構っている。実際のプラズマには様々な電磁場の揺動があり、これにより様々な集団運動あるいは強い非線形現象が存在する。トカマクやヘリカル系でのプラズマ閉じ込め実験においては観測される粒子や熱の径方向拡散は電子に対してもイオンに対しても新古典理論が予測するものよりはるかに大きいものである。しかしながら、近年のトカマクやヘリカル系で観測されている電流は新古典理論でかなり良く説明できているのも事実である。観測されている電流とは、オーミック電流、ブートストラップ電流、中性粒子ビーム入射 (NBI) によるビーム電流 (Ohkawa 電流) などのこ

とであり、具体的には電気伝導度やブートストラップ電流が新古典理論の予測とかなり、あるいは非常に良く一致し、また NBI での高速イオンの減衰過程、加熱入力分布、加熱効率なども ( $m=1$  の鋸歯状振動や魚骨振動、TAE モードがない限り) 新古典理論で極めて良く説明されている。

本稿では、軸対称トカマクでは新古典的拡散とブートストラップ電流は同じ平行粘性で表せる表裏一体のものであることを示した。然るに一方は実験的に観測され、他方はされていないことに疑問が生ずる。この疑問に対していくつかの説明がある [17~20]。これらは静電的揺動による平行電流を計算したり、あるいは与えられた静電揺動をドリフト運動論的方程式に繰り込み計算し、静電揺動スペクトルが粒子や熱拡散、ブートストラップ電流、電気伝導度に与える影響を計算している。Sugama と Horton[20] はグラソフ・フォッカープランクの式に準線形的静電揺動をつけ加え、揺動が拡散を生み出す垂直方向に与える影響、平行電流を生み出す平行の力に与える影響を研究した。これらの研究ではいずれも静電的揺動は磁場を横切る粒子や熱拡散には非常に大きな影響を与えるが、ブートストラップ電流に与える影響は小さく、電気伝導度には殆ど全く与えない、という結論である。この原因は明らかに、静電的揺動では  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$  であるので、磁場に平行方向の揺動は波長は長いため平行方向の力のつり合いにあまり影響は与えないが、一方、垂直方向には波長は短いため垂直方向の力のつり合いは揺動に対して極めて敏感になるからである。

新古典理論で予測されるブートストラップ電流はトカマクでもヘリカルでも確かに観測されている。ブートストラップ電流が実在するという事は軸対称トカマクでは新古典的拡散もまた実在することを意味している。しかし、揺動による異常拡散の方がずっと大きく新古典的拡散は観測されないものと思われる。ヘリカル系では事情はもう少し複雑である。ヘリカル系においても §8 で述べたようにブートストラップ電流は平行粘性より生ずる。しかし粒子拡散は平行粘性力により引き起こされるものの他に、トロイダル粘性力により引き起こされるものがあり前者を軸対称拡散、後者をリップル拡散と呼んだりする。一般にリップル拡散の方が軸対称性拡散より大きい。ヘリカル系ではリップル拡散は



ブートストラップ電流と同様、磁場配位に対して強い依存性を持ち、また径方向電場にも強く依存する。

本稿では、平行電流も粒子拡散も運動方程式を解くだけで論じ、かつオーダー1の数値因子は無視してきた。軸対称トカマクにおける大アスペクト比近似での正確な新古典輸送係数は文献[2]に見られる。また文献[3]は文献[2]とは異なる方法で新古典的輸送理論を構築し、多成分プラズマ、任意のプラズマ断面、任意のアスペクト比、任意の衝突周波数の軸対称トカマク・プラズマに対して一般的理論を展開している。

## 謝辞

本稿はをまとめるにあたって有益な議論をして下さった核融合科学研究所の中島徳嘉助教授、同研究所安積正史客員教授（日本原子力研究所那珂研究所）のお二人の先生に厚く礼を申し上げます。また、本稿の繁雑なタイプを短期間の間にして下さいました長尾佳美嬢に心から感謝致します。

## 参考文献

- 1) A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev : Sov. Phys. JETP 26 (1968) 233.
- 2) F.L. Hinton and R.D. Hazeltine : Rev. Mod. Physics 48 (1976) 239.
- 3) S.P. Hirshman and D.J. Sigmar : Nucl. Fusion 21 (1981) 1079.
- 4) R.D. Hazeltine : “ Review of Neoclassical Transport Theory ”, Advances in Plasma Physics Vol. 6 ( ed. P.K. Kaw, W.L. Kruer, C.S. Liu, and K. Nishikawa ), John Wiley & Sons, 1976.
- 5) A.I. Morozov and L.S. Solovèv, Rev. Plasma Phys. Vol. 2 ( ed. M.A. Leontovich ), Consultant Bureau, New York 1966.
- 6) D. Pfirsch and A. Schlüter : Report of Max-Planck-Institute for Plasma Physics and Astrophysics, MPI/PA/7/62, München (1962).
- 7) R.J. Bickerton, J.W. Connor, and J.B. Taylor : Nature Phys. Sci. 229 (1971) 110.
- 8) A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev : in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research ( Proc. 4th Int. Conf. Madison, 1971 ), Vol. 1, IAEA Vienna (1972) p. 481.

- 9) B.B. Kadomtsev and V.D. Shafranov : in Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research ( Proc. 4th Int. Conf. Madison, 1971 ), Vol. 2, IAEA, Vienna (1972) p. 479.
- 10) S.I. Braginskii : Rev. Plasma Phys. Vol. 1 ( ed. M.A. Leontovich ) Consultant Bureau, New York (1965).
- 11) A.A. Ware : Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 15.
- 12) K.C. Shaing and J.D. Callen : Phys. Fluids 26 (1983) 3315.
- 13) N. Nakajima and M. Okamoto : J. Phys. Soc. Jpn. 61 (1992) 833.
- 14) N. Nakajima and M. Okamoto : J. Phys. Soc. Jpn. 60 (1991) 4146.
- 15) N. Nakajima and M. Okamoto : Kakuyugo-Kenkyu 68 (1992) 46.
- 16) N. Nakajima, M. Okamoto, and M. Fujiwara : Kakuyugo-Kenkyu 68 (1992) 503.
- 17) S.I. Itoh and K. Itoh : Phys. Letters A 127 (1988) 267.
- 18) K.C. Shaing : Phys. Fluids 31 (1988) 8.
- 19) K.C. Shaing : Phys. Fluids 31 (1988) 2249.
- 20) H. Sugama and W. Horton : Phys. Plasmas 2 (1995) 2989.
- 21) V.D. Shafranov : Rev. Plasma Phys. Vol. 2 ( ed. M.A. Leontovich ), Consultant Bureau, New York, 1966.

軸対称トカマクの平衡磁場  $\vec{B}$  を磁場座標系を使って次のように表すことができる [21]。

$$\vec{B} = \nabla\phi \times \nabla\psi + F(\psi)\nabla\phi \quad (\text{A.1})$$

第1項はポロイダル磁場  $\vec{B}_p$  を、第2項はトロイダル磁場  $\vec{B}_t$  を表している。ここで、 $\phi$  はトロイダル角、 $\psi$  は磁気面を表すラベルで

$$\psi = -RA_\phi \quad (\text{A.2})$$

ととる。これはポロイダル磁束を  $2\pi$  で割ったものである。 $R$  は図 1.1 の円筒座標  $(R, \phi, Z)$  の  $R$  座標 (大半径) で、 $A_\phi$  はベクトルポテンシャルのトロイダル成分である。 $F$  は磁気面関数、すなわち  $\psi$  のみの関数で

$$F(\psi) = RB_t \quad (\text{A.3})$$

で与えられる。 $|\nabla\phi| = 1/R$  であるので  $B_t$  はトロイダル磁場  $\vec{B}_t$  の大きさを示している。 $\theta$  をポロイダル角とすると、ある量  $K$  の磁気面平均は次のように定義される。

$$\langle K \rangle \equiv \frac{d}{dV} \int K d^3x = \frac{d}{d\psi} \frac{d\psi}{dV} \int \frac{d\psi d\theta d\phi}{\vec{B} \cdot \nabla\theta} K \quad (\text{A.4})$$

$$= \frac{1}{V'} 2\pi \oint K \frac{d\theta}{\vec{B} \cdot \nabla\theta} \quad \left( V' \equiv \frac{dV}{d\psi} = 2\pi \oint \frac{d\theta}{\vec{B} \cdot \nabla\theta} \right) \quad (\text{A.5})$$

また、 $\nabla \cdot \vec{K}$  の磁気面平均は

$$\langle \nabla \cdot \vec{K} \rangle = \frac{1}{V'} \frac{d}{d\psi} V' \langle \vec{K} \cdot \nabla\psi \rangle \quad (\text{A.6})$$

と書ける。

本稿では、アスペクト比が大きいとき、すなわち  $r/R_0 \ll 1$  のときは、図 1.1 の座標系  $(r, \theta, \phi)$  を用いて諸量を計算する。このとき図 1.1 の  $O$  点 ( $R = R_0, Z = 0$ ) をプラズマ中

心（磁気軸）とし、磁気面は  $O$  点を中心とする同心円と仮定する（すなわち  $r = \text{const}$  が磁気面を表す）。このような近似では

$$R = R_0 \left( 1 + \frac{r}{R_0} \cos \theta \right) \quad (\text{A.7})$$

であるので、磁場の大きさ  $B$  は

$$B \simeq B_t \simeq \frac{R_0 B_0}{R} \simeq B_0 \left( 1 - \frac{r}{R_0} \cos \theta \right) \quad (\text{A.8})$$

と書ける。

また、 $\theta$  方向の単位ベクトルを  $\vec{e}_\theta$  とすると

$$\vec{B}_p = \frac{|\nabla\psi|}{R} \vec{e}_\theta \quad (\text{A.9})$$

であり、 $\vec{e}_r$  を  $r$  方向の単位ベクトルとすると

$$\begin{aligned} \nabla\psi &= RB_p \vec{e}_r \\ &\simeq R_0 \left( 1 + \frac{r}{R_0} \cos \theta \right) B_p(r) \vec{e}_r \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

と近似できる。ある磁気面量  $A(\psi)$  の微分は

$$\frac{dA(\psi)}{d\psi} = \frac{1}{RB_p} \frac{dA}{dr} \quad (\text{A.11})$$

と書ける。

## Publication List of NIFS-PROC Series

- NIFS-PROC-1 *U.S.-Japan on Comparison of Theoretical and Experimental Transport in Toroidal Systems Oct. 23-27, 1989*  
Mar. 1990
- NIFS-PROC-2 *Structures in Confined Plasmas –Proceedings of Workshop of US-Japan Joint Institute for Fusion Theory Program– ; Mar. 1990*
- NIFS-PROC-3 *Proceedings of the First International Toki Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion –Next Generation Experiments in Helical Systems– Dec. 4-7, 1989*  
Mar. 1990
- NIFS-PROC-4 *Plasma Spectroscopy and Atomic Processes –Proceedings of the Workshop at Data & Planning Center in NIFS–; Sep. 1990*
- NIFS-PROC-5 *Symposium on Development of Intensified Pulsed Particle Beams and Its Applications February 20 1990; Oct. 1990*
- NIFS-PROC-6 *Proceedings of the Second International TOKI Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion , Nonlinear Phenomena in Fusion Plasmas -Theory and Computer Simulation-; Apr. 1991*
- NIFS-PROC-7 *Proceedings of Workshop on Emissions from Heavy Current Carrying High Density Plasma and Diagnostics; May 1991*
- NIFS-PROC-8 *Symposium on Development and Applications of Intense Pulsed Particle Beams, December 6 - 7, 1990; June 1991*
- NIFS-PROC-9 *X-ray Radiation from Hot Dense Plasmas and Atomic Processes; Oct. 1991*
- NIFS-PROC-10 *U.S.-Japan Workshop on "RF Heating and Current Drive in Confinement Systems Tokamaks" Nov. 18-21, 1991, Jan. 1992*
- NIFS-PROC-11 *Plasma-Based and Novel Accelerators (Proceedings of Workshop on Plasma-Based and Novel Accelerators) Nagoya, Japan, Dec. 1991; May 1992*
- NIFS-PROC-12 *Proceedings of Japan-U.S. Workshop P-196 on High Heat Flux Components and Plasma Surface Interactions for Next Devices; Mar. 1993*
- NIFS-PROC-13 *〔NIFS シンポジウム*

「核燃焼プラズマの研究を考える－現状と今後の取り組み方」  
1992年7月15日、核融合科学研究所  
1993年7月

*NIFS Symposium*

*"Toward the Research of Fusion Burning Plasmas -Present status and Future strategy-", 1992 July 15, National Institute for Fusion Science; July 1993 (in Japanese)*

NIFS-PROC-14

*Physics and Application of High Density Z-pinchs,*  
July 1993

NIFS-PROC-15

岡本正雄、講義「プラズマ物理の基礎」  
平成5年度 総合大学院大学  
1994年2月

*M. Okamoto,*

*"Lecture Note on the Bases of Plasma Physics"*

*Graduate University for Advanced Studies*

Feb. 1994 (in Japanese)

NIFS-PROC-16

代表者 河合良信

平成5年度 核融合科学研究所共同研究  
研究会報告書

「プラズマ中のカオス現象」

*"Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences"*

*Report of the meeting on Chaotic Phenomena in Plasma*

Apr. 1994 (in Japanese)

NIFS-PROC-17

平成5年度NIFSシンポジウム報告書

「核融合炉開発研究のアセスメント」

平成5年11月29日-30日 於 核融合科学研究所

*"Assessment of Fusion Reactor Development"*

*Proceedings of NIFS Symposium held on November 29-30,*

*1993 at National Institute for Fusion Science" Apr. 1994*

(in Japanese)

NIFS-PROC-18

*"Physics of High Energy Density Plasmas Produced by Pulsed Power" June 1994*

NIFS-PROC-19

K. Morita, N. Noda (Ed.),

*"Proceedings of 2nd International Workshop on Tritium Effects in Plasma Facing Components at Nagoya University, Symposium Hall,*

*May 19-20, 1994", Aug. 1994*

NIFS-PROC-20

研究代表者 阿部 勝憲 (東北大学・工学部)

所内世話人 野田信明

平成6年度 核融合科学研究所共同研究 [研究会]

「金属系高熱流束材料の開発と評価」成果報告書

K. Abe and N. Noda (Eds.),

*"Research and Development of Metallic Materials for Plasma Facing and High Heat Flux Components"* Nov. 1994  
(in Japanese)

NIFS-PROC-21

世話人：森田 健治（名大工学部）、金子 敏明（岡山理科大学理学部）  
「境界プラズマと炉壁との相互作用に関する基礎過程の研究」  
研究会報告

K. Morita (Nagoya Univ.), T. Kaneko (Okayama Univ. Science)(Eds.)  
*NIFS Joint Meeting "Plasma-Divertor Interactions" and  
"Fundamentals of Boundary Plasma-Wall Interactions"*  
*January 6-7, 1995 National Institute for Fusion Science*  
Mar. 1995 (in Japanese)

NIFS-PROC-22

代表者 河合 良信  
プラズマ中のカオス現象  
Y. Kawai,

*Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasma, 1994*  
Apr. 1995 (in Japanese)

NIFS-PROC-23

K. Yatsui (Ed.),  
*New Applications of Pulsed, High-Energy Density Plasmas;*  
June 1995

NIFS-PROC-24

T. Kuroda and M. Sasao (Eds.),  
*Proceedings of the Symposium on Negative Ion Sources and Their  
Applications, NIFS, Dec. 26-27, 1994 , Aug. 1995*