

プラズマの基礎

恩地拓己

九州大学応用力学研究所

Faraday, Crooks, and Langmuir

1816年、24歳のMichael Faradayは”On Radiant Matter”と題した講義で物質の第四状態について仮説を唱えた。日本語にすると「輝く物質について」となるだろうか。どうやらこの講義がプラズマ研究の始まりのようである。Faradayはその後も理論研究を進め、3年後にはその存在を確信した。

実験室で輝く物質を第四の状態と特定したのはWilliam Crooksで1879年のことである。Crooksが開発したCrooks Tube（クルックス管）は、ガラス管内を真空にして電極間に高電圧を印可する実験装置であり、電流が流れる発光体は陰極線と呼ばれた。クルックス管を用いた陰極線の研究は電子の発見やX線の観測につながる。クルックス管の登場で物理学は大きく切り開かれた。

Irving Langmuirらが輝く物質を「Plasma（プラズマ）」と呼び始めたのは1928年ごろと言われており、この名前が定着している。血液の55%を占める血漿の英語名はBlood Plasmaである。Langmuirは両者の類似性からヒントを得て名付けたようである。ギリシャ語でプラズマは「πλάσμα」と書き、意味はJelly（ゼリー）である。真空管の中でプラズマがゼリーの様に広がったからかも知れない。この辺りは彼らの感覚からくるものであろう。Langmuirの研究は多岐にわたるが、電子の密度・温度を測るLangmuirプローブは現在でも広く使われるプラズマ計測の礎である。話は逸れるがKurt VonnegutのSF小説”Cat’s Cradle（猫のゆりかご）”にて、原子爆弾の父であり全世界の生物を滅ぼす物質Ice-Nineを作った地上最高の科学者のひとりであるFelix Hoenikkerのモデルとなった人物がLangmuirであった。

（1963年に出版された本ですが、現代にも通じる宗教、国家そして科学のあり方を風刺した大傑作でオススメです。）

物質の第四状態

プラズマは固体、液体、気体につづく「第四の状態」と言われる。気体の次なので温度が高く、原子から電子が取れて電子とイオンに別れた状態になる。この電離した電子とイオンの集団がプラズマである。プラズマ中に電子とイオンしかいない訳ではなく、原子や分子も混在してよい（電離度 100 %のプラズマには電子とイオンしかいない）。電子は負（-）の、イオンは正（+）の電荷を持つ荷電粒子であり、プラズマは電気伝導性がある。つまりプラズマ中には電流が流れやすい。また荷電粒子は磁力線に巻き付いて運動する特性がある。プラズマの振る舞いは主に電磁場によって支配されている。プラズマ中では電子とイオンが動き回っているものの、集団としては電氣的に準中性である。一方で電子もしくはイオンを偏って集めたプラズマは非中性プラズマとして区別される。また帯電した微粒子（ダスト）を含むプラズマはダストプラズマと呼ばれる。

空を見上げればプラズマ

宇宙全体の原子を持つ物質の 99.9 %はプラズマ状態にあるらしい。例えば恒星がそうである。夜空の星の光はプラズマの発光であると言える。さらに星雲、そして銀河もほとんどはプラズマである。（宇宙の質量の 68 %はダークエネルギー、27 %はダークマターが占めており、プラズマは 5 %程度であると考えられている。アインシュタインの式 $E = mc^2$ より質量とエネルギーは等価である。）

身近にある恒星は当然太陽であるが、その構成は水素が約 73 %、ヘリウムが約 25 %であり、やはりプラズマ状態にある。太陽は太陽系の質量の 99.86 %を占めているようで、上に書いた 99.9 %におおよそ一致する。よく知られているように、太陽のエネルギーは核融合反応で生み出されている。地球の生命の営みの起源はプラズマであるとしても間違いではないだろう。ちなみに 40-70 億年程度で太陽の水素核融合反応が減少し、恒星から赤色巨星に変化する。さらに核融合反応の起きない白色矮星になると言われている。生命にあふれる地球、そして太陽系にも必ず終わりがある、ということになる。

地球には太陽から太陽風 (Solar wind) というプラズマが吹く。この超巨大なプラズマが地球を一度通り過ぎたあと、もう一度戻ってきた電子が夜空に窒素や酸素のプラズマをつくり、夜空を鮮やかに照らすことがある。これがオーロラの正体である。また天気が悪い日に発生する雷は、プラズマが雲と地上を絶縁破壊してつなぐ放電現象である。

デバイ遮蔽

プラズマは全体として電気的中性を保とうとする。点電荷である電子とイオンがあることで、プラズマ中の電場は静電ポテンシャルを重ね合わせた分布で生じるはずである。しかし、プラズマ中では個々の荷電粒子の静電ポテンシャルが有効に遮蔽され、電場は非常に短い距離にしか発生しない。この距離を Debye length (デバイ長)、遮蔽を Debye Shielding (デバイ遮蔽) と呼ぶ。イオンは電子を引きつけ、電子がイオンを引きつけると、少し離れた場所になると基準からの静電ポテンシャルは小さくなる。この遮蔽によってプラズマは電気的準中性になる。デバイ長は

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \kappa T_e}{n_e e^2}}$$

で表され、高密度では短く、高温では長くなる。ここで n_e, T_e は電子の密度・温度、また ϵ_0 は真空の誘電率、 κ はボルツマン定数である。考えているプラズマの特徴的な長さ (特性長) を L とすると、 $L \gg \lambda_D$ がプラズマであることの規準の一つである。半径をデバイ長とする球、Debye sphere (デバイ球) を考え、その中の粒子数を N_D とすると、

$$N_D = n \frac{4\pi \lambda_D^3}{3}$$

である。 N_D をプラズマパラメータと呼び、 $N_D \gg \gg 1$ がもう一つのプラズマとしての規準である。

プラズマ振動

密度が一様なプラズマを電子の集団とイオンの集団に分けて考える。電子群にわずかな変位を与えたとする。するとイオン群と相対的に位置がずれる。電子の質量は $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ [kg]、イオンは $m_i = 1.67 \times 10^{-27}$ [kg] であり、イオンの質量は電子の約 1,830 倍である。よって電子群はイオン群より圧倒的に動きやすく、イオンは止まっているとしてよい。位置のズレは電場をつくる。この電場は電子をイオンの元に戻そうとする動きを生む。しかし慣性から電子は元の位置を通り過ぎる。すなわち電場と電子の慣性によって電子群は振動する。これをプラズマ振動という。連続方程式、運動方程式、ポアソン方程式を解くとその振動（周波）数は

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$$

となる。この振動数をプラズマ振動（周波）数と呼ぶ。この振動は 1920 年代に Langmuir らによって観測されたが、その波動伝播の詳細は Bohm と Gross の 1949 年の研究で明らかになった。この静電的な波動は電子プラズマ波と呼ばれている。

この周波数よりも高い周波数の電磁波はプラズマを通り過ぎるが、低い周波数の波はプラズマに反射される。波が通らなくなる現象をカットオフという。例えば電磁波の周波数を固定し、プラズマの密度を上げていけばカットオフが起きる。地球の大気の高層で MHz 帯以下の電磁波が反射されて遠方まで伝播する原理はプラズマ振動に伴うカットオフと反射である。この反射は普遍的物理現象であり、例えば金属光沢で起きる光の反射は金属中の自由電子の振動によって起きる。鏡で見ている光は自由電子群の振動が発した光であり、元々の光は金属に吸収されてしまったとも捉えられる。

サイクロトロン運動

ここまでいくつかプラズマの静電的特性を記述したが、磁場との関係も紹介したい。まずは粒子 1 個の運動を考える。一様な磁場があり、電場がないとすると電子

もイオンも磁力線に巻き付いて回転運動する。磁場に垂直方向の速度を \boldsymbol{v}_\perp として運動方程式を立てると

$$m \frac{d\boldsymbol{v}_\perp}{dt} = q\boldsymbol{v}_\perp \times \boldsymbol{B}$$

である。右辺はローレンツ力である。この式を変形すると

$$\begin{aligned} m \frac{d\boldsymbol{v}_\perp}{dt} &= -q\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}_\perp \\ \rightarrow \frac{d\boldsymbol{v}_\perp}{dt} &= -\frac{q\boldsymbol{B}}{m} \times \boldsymbol{v}_\perp \end{aligned}$$

ここで角振動数 $\Omega_c = qB/m$ を導入すると

$$\frac{d\boldsymbol{v}_\perp}{dt} = -\boldsymbol{\Omega}_c \times \boldsymbol{v}_\perp$$

である。両辺を時間積分すると

$$\boldsymbol{v}_\perp = -\boldsymbol{\Omega}_c \times \boldsymbol{r}_L$$

と書ける。これは円運動の式である。 Ω_c はサイクロトロン周波数と呼ばれている。この円の半径は

$$r_L = \frac{mv_\perp}{qB}$$

であり、ラーモア半径として知られている。電子は磁力線に対して右回りに、イオンは左回りに回転する。これは磁場を打ち消そうとする方向で、荷電粒子が反磁性であることがわかる。プラズマの特性長 L に対するラーモア半径の割合を磁化パラメータと呼び、

$$\delta = \frac{r_L}{L}$$

で表される。 $\delta \ll 1$ の時、プラズマは磁化されていると言える。

Maxwell 分布

物質の状態を知ろうとするとき、その密度と温度は最も基礎的かつ重要なパラメータとなる。プラズマは粒子の集団であり、各粒子が同じ速度で運動していない。異なる運動エネルギーを持つ荷電粒子の集団の密度・温度は巨視的に見る必要があ

ることになる。各粒子の振る舞いを完全に追うことは出来ればよいが、電子・イオンの数は膨大であるため、ざっくり見ざるを得ないということである。

最もあり得る状態を考えるために導入されたのが熱平衡状態（熱の移動がない）にある気体を記述した統計力学の考え方であり、プラズマの速度分布が Maxwell 分布であるとする。この分布関数は 1 次元で考えると

$$f(u) = n \left(\frac{m}{2\pi\kappa T} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{mu^2}{2\kappa T} \right)$$

である。密度は

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) du$$

で表せる。この分布の平均エネルギーは

$$E_{\text{avg}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} mu^2 f(u) du}{\int_{-\infty}^{\infty} f(u) du}$$

であり、熱速度 v_{th} を導入し、

$$\frac{1}{2} mv_{\text{th}}^2 = \kappa T \Rightarrow v_{\text{th}} = \sqrt{\frac{2\kappa T}{m}}$$

として数式を解くと

$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{2} \kappa T$$

となる。三次元では

$$f(u, v, w) = n \left(\frac{m}{2\pi\kappa T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{m(u^2 + v^2 + w^2)}{2\kappa T} \right)$$

であり、

$$E_{\text{avg}} = \frac{3}{2} \kappa T$$

となる。

プラズマの温度の単位として電子ボルト[eV]をよく使う。1 eV = 1.6×10^{-19} J である。よって 1 eV のプラズマの温度をケルビン K で表すと $\kappa = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K (正確には $\kappa = 1.380649 \times 10^{-23}$ J/K) なので

$$\kappa T = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow T = 11,604 \text{ K}$$

である。約 1 万度とざっくり覚えておくと便利である。

電磁流体力学と運動論

プラズマは粒子の集団であり、流体として扱うことができる。電子とイオンに分けて考える場合、二つの流体があるとして巨視的な振る舞いを見ることができる。これは二流体近似である。プラズマの速度分布が Maxwell 分布である場合、プラズマを電磁流体として扱うことが出来る。これは電磁流体力学(Magnetohydrodynamics, MHD)という理論手法で、プラズマを実空間の中性流体と見た形で記述する。この方法はシンプルにプラズマの巨視的振る舞いを見るが、実は大抵のプラズマの現象を記述できてしまうため、広く使われている。電磁流体というだけに、電場と磁場の効果を含んだ流体力学で、連続の式、運動方程式、断熱法則に加えて Maxwell 方程式を立て、方程式系としている。電気抵抗や粘性を考えない場合を理想電磁流体とし、プラズマを二流体ではなく一流体として近似して扱う。電磁場があるプラズマの力学的平衡やその平衡の安定性を考えることができる。電気抵抗や粘性を考慮した電磁流体は散逸性電磁流体と呼ばれる。散逸性 MHD はプラズマの粒子拡散や熱伝導などの輸送現象を考える手法となり、プラズマを多流体として扱うこともある。

一方、プラズマでは粒子のエネルギーが高いため平均自由行程が長く、元来は実空間だけでなく、速度空間における粒子の分布も考える必要が出てくる。速度分布関数を使って位相空間上でプラズマを記述する手法で、運動論と呼ばれている。つまり Maxwell 分布では記述出来ない現象があり、例えば温度が十分高く衝突が少ないプラズマなどを説明する場合に用いられる。

磁束の凍りつきと磁気再結合

ある電磁流体中に面積 S の面を考え、 S を通る磁場を B とすると、磁束は

$$\psi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

と表せる。電磁流体が僅かな時間に v の速度で動くとする、 S は距離 $v\delta t$ だけ離れた場所に移動する。磁束の変化は時間変化と移動による変化の足し合わせとなる。面 S を囲う曲線 C の線要素 ds から、移動による磁束の変化は

$$\mathbf{B} \cdot (d\mathbf{s} \times \mathbf{v}\delta t) \Rightarrow \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{s} \times \mathbf{v}) \Rightarrow -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s}$$

で表せる。磁束の変化は

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} &= \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} \\ &= \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} - \int_S \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S} \\ &= - \int_S \nabla \times (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S} \end{aligned}$$

である。電磁流体におけるオームの法則は

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{J}$$

と表せる。ここで η は抵抗率、 \mathbf{J} は電流密度である。理想的 MHD では $\eta = 0$ として考えるので、オームの法則は

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0$$

である。よって上に示した磁束の変化はない、ことになる。これは磁力線が電磁流体に凍りついて運動することを表しており、磁束の凍りつき(Flux freezing)といわれる。Faraday の法則とオームの法則から

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

であるが、これは非粘性流体の渦度 $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{v}$ に対する

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega})$$

と同じ形の方程式である。渦線が流体にくっついて動くことが知られており、この類似性からも磁力線と電磁流体の関係がわかる。

抵抗を無視できない場合、プラズマは磁力線に凍りついて運動するとは限らない。磁力線はつながり変わることがあり、つまりプラズマ中で磁場の構造は変化する。磁力線のつながり変えを磁場再結合（リコネクション）と呼び、宇宙や実験室のプラズマで観測されている。リコネクションが起きると磁場のエネルギーが熱エネルギーに変換されると考えられている。例えば太陽のフレアは表面温度よりも遥かに高いが、リコネクションが起因であるとされている。

あとがき

数式の導出や詳しい説明はたくさんの教科書があるので省略し、基礎と思われる内容をざっくりと紹介しました。核融合炉をつくるには多種多様な技術が必要であり、必ずしもプラズマに携わらなくても貢献が出来るでしょう。しかし、核融合反応はプラズマ中で発生しますし、プラズマを高温・高密度にするには、また現象を理解するには、プラズマ物理の知識を身に付けることが王道でしょう。量子論や相対性理論はあまり使いませんが、物理学の最先端に行く研究が多くあります。早いうちからプラズマを是非学んで欲しいところですが、オススメはまず電磁気学の良書を読んでその基礎を勉強することです。その基礎知識はその後の勉強の基盤となるはずです。

参考文献

Crookes, W. (1879). *On radiant matter; a lecture delivered to the British Association for the Advancement of Science, at Sheffield, Friday, August 22, 1879*. American Journal of Science, s3-18(106), 241–262

Chen, Francis F. (2015). *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion (Third Edition)*. Springer Cham

Goldstone, R. J. and Rutherford, P. H. (1995). *Introduction to Plasma Physics*. CRC Press

Bittencourt, J. A. (2004) *Fundamentals of Plasma Physics (Third Edition)*. Springer New York, NY

ファイマン, レントン, サンズ (2002) *ファイマン物理学IV 電磁波と物性*. 岩波書店

西川恭治, 大林康二, 若谷誠宏 (1981) *連続流体物理学*. 朝倉書店

Fitzpatrick, Richard (2014) *Plasma Physics*.
<https://farside.ph.utexas.edu/teaching/plasma/plasma.html>

(確認のため Wikipedia も参考にしました.)