

NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE

プラズマ中におけるカオス現象

代表者 河 合 良 信

(1991年5月24日受理)

NIFS-MEMO-4

1991年8月

RESEARCH REPORT NIFS-MEMO Series

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan.

平成 2 年度
核融合科学研究所共同研究
(調査支援研究)
研究成果報告書

プラズマ中におけるカオス現象

代表者 河合 良信
(九州大学総合理工)

Chaotic Phenomena in Plasmas

Y. Kawai

Interdisciplinary Graduate School of
Engineering Science, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka 816, Japan

Abstract

It has recently been recognized that the research on various aspects of chaotic dynamics grows rapidly as one of some areas in nonlinear science. On the other hands, the plasma has long been called a treasure-house of nonlinear phenomena, so it is easy to imagine that the plasma is abundant in chaotic phenomena. In fact, the research on plasma chaos is going on, such as the research on the stochastic magnetic field and the chaotic orbit in the toroidal helical system, as well as the research in other experiments. To review the present status of the research on plasma chaos and to make clear the basic common physics, a working group was organized in 1990 as a collaboration research of National Institute for Fusion Science. This is the report on its activity in 1990, with a stress on experimental data obtained in basic plasma experiments and RFP, and on the relaxed theories and computer simulations.

Keywords: chaos, sheath, electron-beam, RFP, dynamo, self-organization, stochastic magnetic field, Alfvén wave, Buneman instability

最近、プラズマ中のカオスに関する研究が内外で注目されるようになった。元々、カオスの研究は、ミラー磁場中の波動加熱や磁力線のカオス等の研究にみられるように、プラズマ物理・核融合の研究者が先駆者であった。このことを踏まえて、プラズマ中のカオス現象に関する研究を、核融合科学研究所支援調査共同研究の一環として調査し、カオス過程を整理した。本報告は、国内におけるプラズマ中のカオスの研究をまとめたもので、その内容は理論、プラズマ基礎実験、磁力線のカオス、の広い範囲を含んでおり、今後の発展が期待される。

九州大学大学院

総合理工学研究科

河 合 良 信

目 次

1. プラズマシース中不安定性とそのカオス的振る舞い -----	1
九大総理工 小森彰夫、河合良信	
2. 電子ビーム・プラズマ系におけるカオス現象 -----	6
宇宙研 中村良治、重岡善之	
先端科技研 Joyanti Chutia	
3. T P E - 1 R M 1 5 におけるダイナモ現象 -----	9
電総研 平野洋一	
4. R F P の自己組織化と輸送 -----	14
京都工繊大工 政宗貞男	
5. R F P における揺動とイオン加熱 -----	16
東大理 江尻晶、宮本健郎	
藤沢彰英	
6. R F P 配位の非線形ダイナミックス -----	19
広大理 草野完也	
7. R F P ダイナモの M H D シミュレーション -----	22
広大工 長田昭義	
8. R F P ダイナモにおけるstochastic磁場と粒子輸送 -----	25
核融合研 天野恒雄	
9. 磁力線のカオス -----	27
核融合研 羽鳥尹承	
10. 散逸系カオスの初期値依存性について -----	29
長崎大工 藤山寛、荒木考二	
西郷正生、大野哲靖	
九大教養 南部充宏	
11. アルヴェン波動の非線形発展過程 -----	34
九大教養 羽田亨	
12. 共鳴近傍のブネマン不安定性の発展とカオス -----	35
九大応力研 河野光雄	

生態学者 May や数学者 Li と Yorke によって明らかにされたカオスは、流体、化学反応、電気回路等の実験でその存在が確認されるや否や注目を集め、様々な分野で数多くの実験的、理論的研究が行われている。プラズマは自由度が大きいと、時間的にも空間的にも複雑な現象が数多く見いだされており、少数自由度系の非線形力学系のカオス現象を実験で実現することは難しいと考えられてきた。しかし、最近、不安定性や外部から印加した振動が周期倍加を起こしカオスに到ったという報告が幾つかある。また、間欠カオスが観測されたとの報告もある。これらの報告は、リヤプノフ指数が求められていないなど、カオスを検証した報告としては不十分な内容のものが多い。我々は、シース中のイオンの運動に対応した不安定性、即ち、自由度が小さい不安定性を励起し、この不安定性に関連したカオスの研究を進めている。

実験は、図 1 に示した DP 装置のメッシュで仕切った領域 P に領域 Q より密度の高いプラズマを生成することによって行った。このプラズマ中に置いたステンレス製の円板とメッシュの間に円板が正、メッシュが負となるように直流電圧を印加し、直流電流を流すとコヒーレントな不安定波が励起される。直流電流 I_0 、印加電圧 V_0 及びメッシュ前面のイオンシースの幅 d の間にはチャイルドラングミュア則が成り立っている。不安定波は領域 Q の空間電位が領域 P の空間電位より数 V 高い時に励起される。また、図 2 に示したように不安定波の周波数 f_0 は $(eV_0/m_i)^{1/2}/d$ に比例しており、 f_0 はシースにおけるイオンの通過時間に関係している。これらのことから、シースに入射したイオンはメッシュ近傍で反射し、正帰還によって周波数 f_0 の共鳴を起こしていると考えられる。一方、図 1 に示した回路から明らかなように、プラズマ電流が増加すると R_0 の電圧降下が大きくなりメッシュとターゲット間の電圧は減少する。従って、プラズマの電圧電流特性は負性抵抗を示すことになる。この負性抵抗は、シース幅が変化することにより生じたもので、共振回路の抵抗を打ち消し不安定波を励起する役割を果たしていると考えられる。

不安定波が励起されている時、メッシュに正弦波を印加すると波形から不安定波が消え、外部強制振動が残る。強制振動の周波数 f_1 を不安定波の周波数 f_0 の約半分の値まで下げていくと、 f_1 の振動に加えて $f_1/2$ の振動が観測される、いわゆる周期倍加が起こる。これを図 2(a) に示す。更に f_1 を下げていくと、 $f_1/4$ 、 $f_1/8$ 、…の振動が次々に現れる周期倍加のカスケードが起こり、遂にはカオスとなる。この時、波形にはパターンの繰り返しがみられず、スペクトルは連続的なものとなる。カオスであることは、奇妙なアトラクターの存在やリヤプノフ指数などを調べることによって確かめられている。 f_1 を更に下げると $f_1/3$ と $2f_1/3$ の振動が現れ、いわゆる窓が観測される。この振動も周期倍加のカスケードを経て再びカオスとなる。この現象

は、共振回路が2階の微分方程式で表わされることから、電気回路で見いだされたカオス同様、強制振動の項が加えられた非線形項を含む2階の微分方程式で記述できるものと思われる。

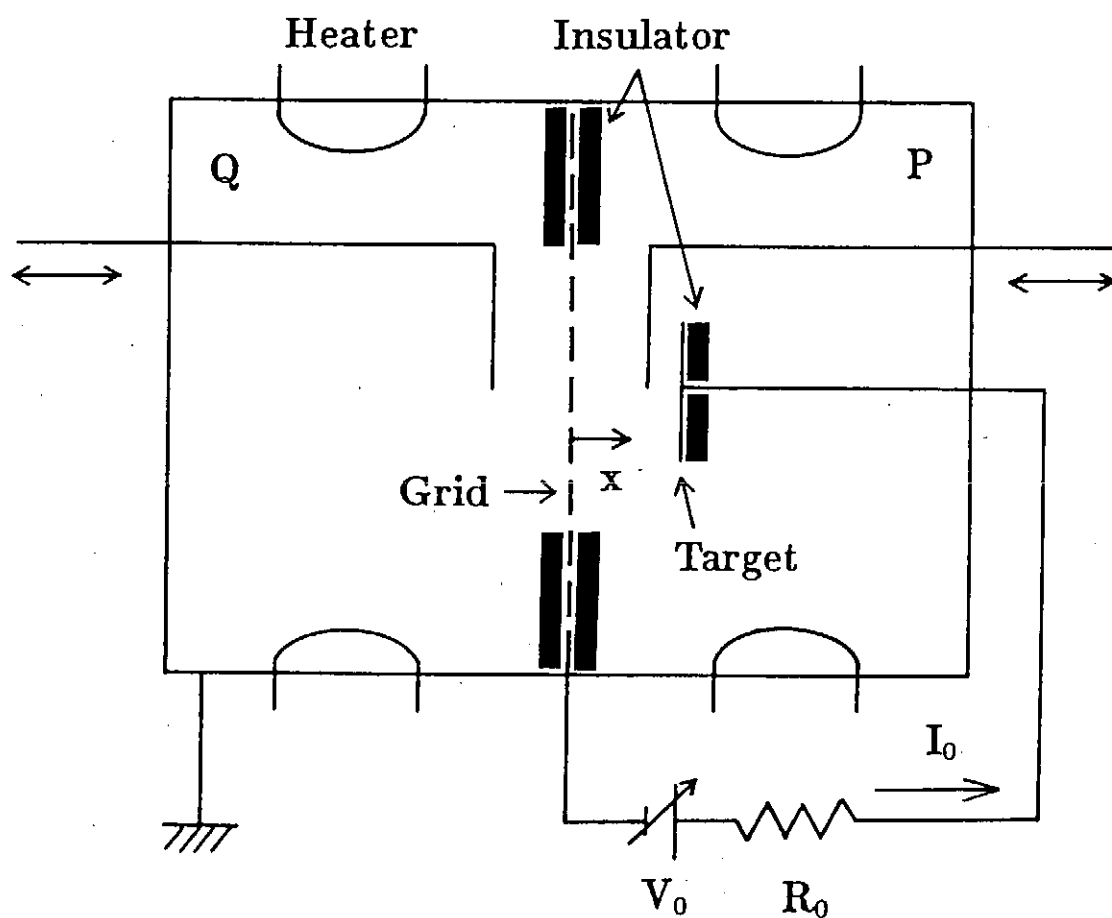


図 1 装置の概略図

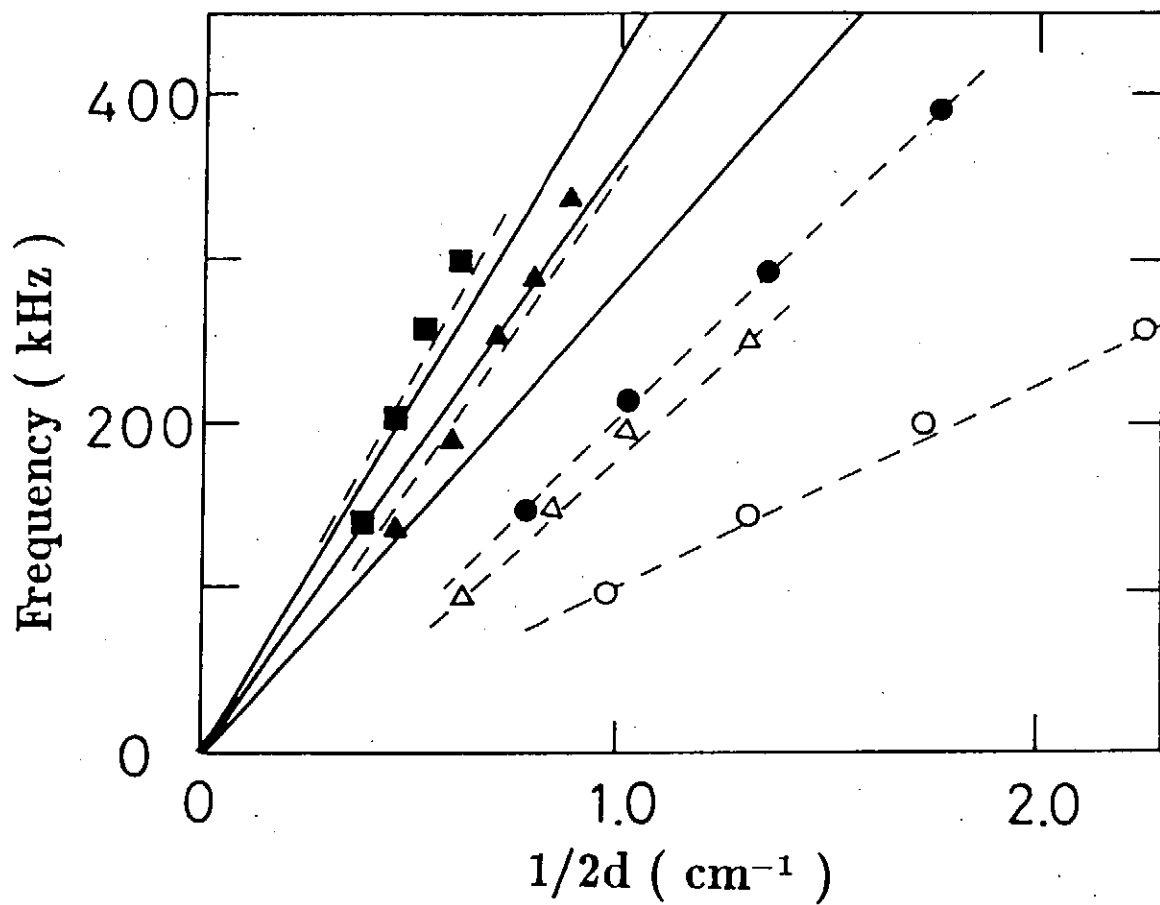


図 2 シース幅 d と周波数 f_0 の関係：丸印、三角印及び四角印はそれぞれ $V_0 = 30, 60$ 及び 90 V の時の値を、また、黒塗りと白抜きはアルゴンプラズマとキセノンプラズマで得られた値を示している。実線は理論値を表わしている。

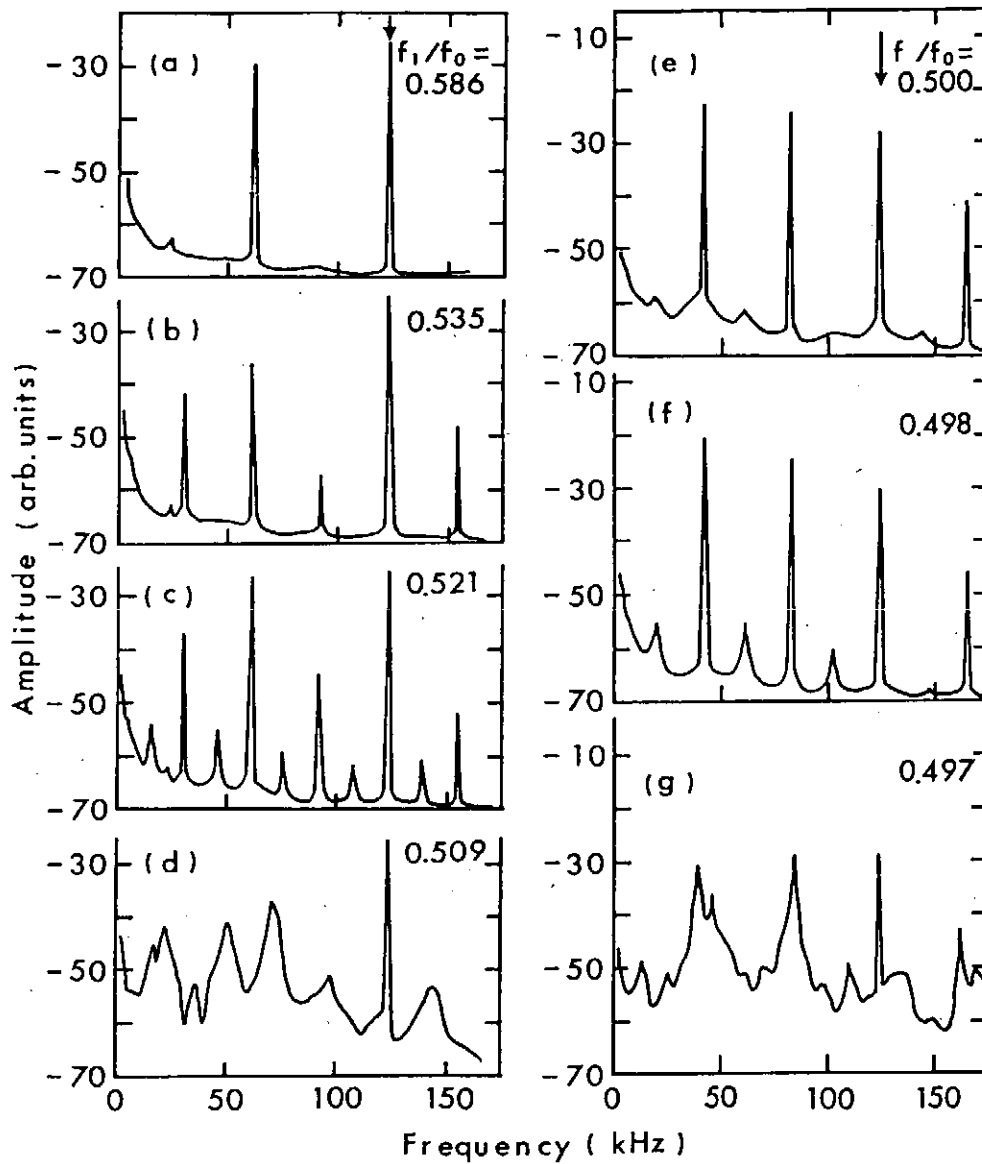


図 3 f_1 を変化させることによって得られた周期倍加のカスケードとカオス：(d) と (g) がカオス状態のスペクトラムを、(a)-(c) と (e)、(f) はカオスに到るまでの周期倍加のカスケードを示している。矢印が外部強制振動の周波数 f_1 を表わしている。

質疑内容

1. 講演者氏名

小森 彰夫

2. (1) 質問

(i) 領域Qの密度は領域Pに比べて非常に低いのに、シースの厚みが薄いのは何故か。

(2) 回答

(i) 領域Qのシースは、メッシュを通過した密度の高い領域Pのイオンが、両極性拡散に似た機構で形成するため、デバイ長のように領域Qの密度に直接的には依存していないと考えられる。

電子ビーム・プラズマ系におけるカオス現象

中村良治, 重岡義之

(宇宙科学研究所)

Joyanti Chutia

(先端科学技術研究所)

Chaotic Phenomena in an Electron-Beam and Plasma System

Yoshiharu Nakamura, Yoshiyuki Shigueoka and Joyanti Chutia*

Institute of Space and Astronautical Science,

Sagamihara, 229

*Institute of Advanced Study in Science

and Technology,

Assam, 781022 INDIA

Absuract

Standing electron waves are excited in a bounded electron beam-plasma system. When another mode is excited externally and when its amplitude is increased, the spontaneous wave is suppressed. The mode with the second and third harmonics is observed to show chaotic characteristics.

1. はじめに

最近、周期倍化¹⁾、間欠性カオス²⁾や低次元のアトラクター³⁾がプラズマに関して観測されている。我々は、電子ビームによって励起された電子プラズマ定在波が、外部から印加された高周波によって抑制され、さらに外部波の振幅を増大すると、カオスの振舞いを示したので、それについて報告する。

2. 実験方法

実験は直径15 cmのガラス管内に19 cm離れて設置した直径2 cmの電子銃とリペラーで行った。直径50 cmのヘルムホルツコイルで0~100 Gaussの軸方向磁場をかけた。プラズマは、Ar原子のビーム電子による電離によって生成され、密度は 10^8 cm^{-3} 程度である。信号はビームの外に置いた先端から5 mmの同軸プローブで検出し、1 nsのA-D変換を行った。

3. 実験結果と考察

この系にはビーム・プラズマ不安定による増幅とリベラーによる正帰還によって定在波が発生する。振幅が小さく高調波が小さい時には、この振動はファンデアポール方程式で記述される事がわかっている。⁴⁾

モード数が4の定在波 ($f_4 = 4.1 \text{ MHz}$) が発生している時に、外部からモード数が3に対応する $f_3 = 3.0 \text{ MHz}$ を励起して、その振幅 V_3 を増大してゆくと、まず自然波 f_4 が抑制され、 f_3 のスペクトル幅が広がってきた。また高調波も大きくなり、3倍の高調波まで、振幅が同程度で存在した。相関次元 ν を計算すると、 V_3 が小さい時には $\nu \sim 1$ で V_3 とともに増大して、 $\nu = 3$ となった。このことは、3つの波が存在している事に対応すると考えられる。最大リアプノフ数 λ は、自然波が抑制される $V_3 < 0.4 \text{ V}$ まで $\lambda \sim 0$ であるが、それから V_3 とともに増加した。

参考文献

- 1) D. Bora et al., Phys. Lett. 119, 411(1987); P.Y. Cheung and A. Y. Wong, Phys. Rev. Lett. 59, 551(1987); N. Ohno et al., J. Phys. Soc. Japan 58, 28(1989).
- 2) P. Y. Cheung et al., Phy. Rev. Lett. 61, 1360(1988).
- 3) K. One and H. Tanaka, J. Phys. D, 21, 1391(1988).
- 4) Y. Nakamura, J. Phys.Soc.Japan 31, 273(1971).

質 疑 内 容

1. 講演者氏名

中村良治

2. (1) 質問

(i) ファンデッポールの方程式は、カオスにならないという理論結果があるが。

(2) 回答

(i) 外力項を有するファンデッポールの方程式の数値計算の論文によれば、あるパラメータ領域でカオスとなる。この実験のように、3つのモードが存在している場合には、モード間結合を含んだファンデッポール方程式を考えなければならない。

電子技術総合研究所 プラズマ研究室

平野洋一

逆磁場ピンチ (Reversed Field Pinch, R F P) では図 1 に模式的に示したように、プラズマ中のトロイダル磁場の方向がプラズマの中心部と外側部分で逆転している。このような磁場配位を取ることで、プラズマの安定性を高めて、弱いトロイダル磁場で大きなプラズマ電流を流して、高いベータ値のプラズマを閉じ込めることが可能となっている。このようなトロイダル磁場の分布は、プラズマ抵抗による電流の減衰により拡散して定常的には保持され得ないはずであるが、現実の R F P プラズマには、プラズマ中のトロイダル磁場を作り出して逆磁場配位を自律的に維持して行こうとする内在的なメカニズム (ダイナモ効果、self-reversal) があり、トロイダル方向の周回電圧をかけてプラズマ電流を維持する限り逆磁界ピンチ配位が保持される。これはエネルギーの流れがある系が、いくつかの拘束条件の基で (R F P の場合は磁場のヘリシティ保存) エネルギー最小の状態へ緩和して行く過程 (系の自己組織化) の一つの例であると考えられる。

逆磁界ピンチの緩和過程には M H D 的な揺動が関係している。即ち、M H D 的な揺動の特徴的な時間変化より十分長い時間平均 ($\langle \rangle$ で表す) では、ダイナモ効果により逆磁界ピンチ配位が定常的に保持されている状態で、オームの法則 $\eta \mathbf{j} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ を考えると、ポロイダル方向の電場 $\langle E_p \rangle$ はゼロであるから、 $\eta j_p = \langle v \times B \rangle_p$ となりポロイダル方向の電流 (トロイダル磁場) は M H D 揺動の非線形的なカップリング項により支えられていることがわかる。

中規模逆磁場ピンチ実験装置 T P E - 1 R M 1 5 で、このダイナモ効果に関連した M H D 揺動の詳細な測定を行ったので、以下にその結果を簡単に紹介する。まず、図 2 に磁場揺動の $m = 1$ 成分 (m はポロイダル方向のモード数) のトロイダル方向 (ϕ) 依存性の時間変化、図 3 に同成分のトロイダルモード数 n の時間変化の例を示す。図 2、3 は一回の緩和過程のサイクルに対応している。

これら以外の観測結果も総合して、M H D ダイナモ現象は以下のようにまとめることができる。

- 1) 抵抗性拡散による磁場分布の不安定化 (トロイダル磁場の減少)。 $m = 1$ モードの励起。中心付近の共鳴 (抵抗性) もしくは非共鳴 (理想) モードが不安定となる。
- 2) 異なったトロイダルモード数 (n) を持った複数の $m = 1$ モードの成長。

これにともなって中心部分のトロイダル磁場が増加し、周辺部分で逆転磁場が発生する。ただし、この段階ではトロイダル方向の一様性はない。

- 3) 上記のモード間の非線形相互作用による $m=0, 2$ モードの発生と、この $m=0, 2$ モードと元の $m=1$ モードとの間の非線形相互作用による $m=1$ モードの n スペクトルの拡大。

この時期にトロイダル磁場の増大が著しい。

- 4) これ等の多数のモード間の非線形相互作用による磁力線の reconnection。
5) トロイダル方向に一様で安定な磁場分布への復帰。

平均的に定常な状態では1)から5)を繰り返す。

3次元シミュレーションの結果はこの観測結果と比較的良好一致を示しており、ダイナモ現象のMHD的な描像は定性的にはかなり明らかになったと考えられる。

このようなダイナモ現象をカオス的な考えに基づいて取り扱うことが可能か、また可能だとしてもそのような取扱がプラズマの自己組織化と言うものの理解に役立つかどうかは、今後、検討して行くべき問題であると考えられる。ここでは検討材料を提供するという立場から実験結果を簡単に紹介した。

なお、参考文献としては関連のあるものを詳細に上げることは無理なので代表として、緩和現象の原理に関するレビュー[1]、RFP研究のレビュー[2]、TFTR-1RM15の実験に関する論文[3]をあげておく。

[1] J.B. Taylor, Review of Modern Physics, Vol.58(1986)741

[2] H.A.B. Bodin, Nucl.Fusion, Vol.30(9)(1990)1717

[3] Y. Hirano, Y. Yagi, et al., Proc. of 13th Int. Conf. on Plasma Phys. and Cont. Nucl. Fusion Research, IAEA, Washington, 1990, IAEA-CN-53/C-4-12, To appear in proceedings.

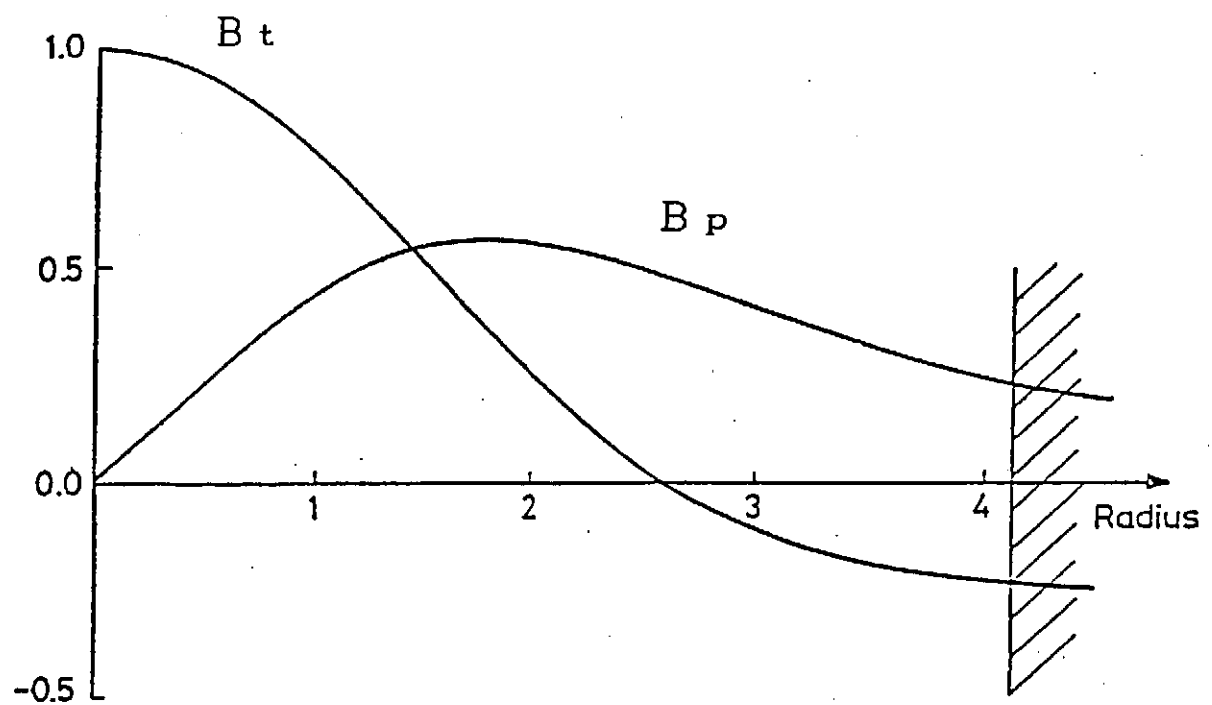


図1 逆磁場ピンチのプラズマ中の磁場分布の模式図。小半径方向の分布。

B_t ; トロイダル磁場、 B_p ; ポロイダル磁場

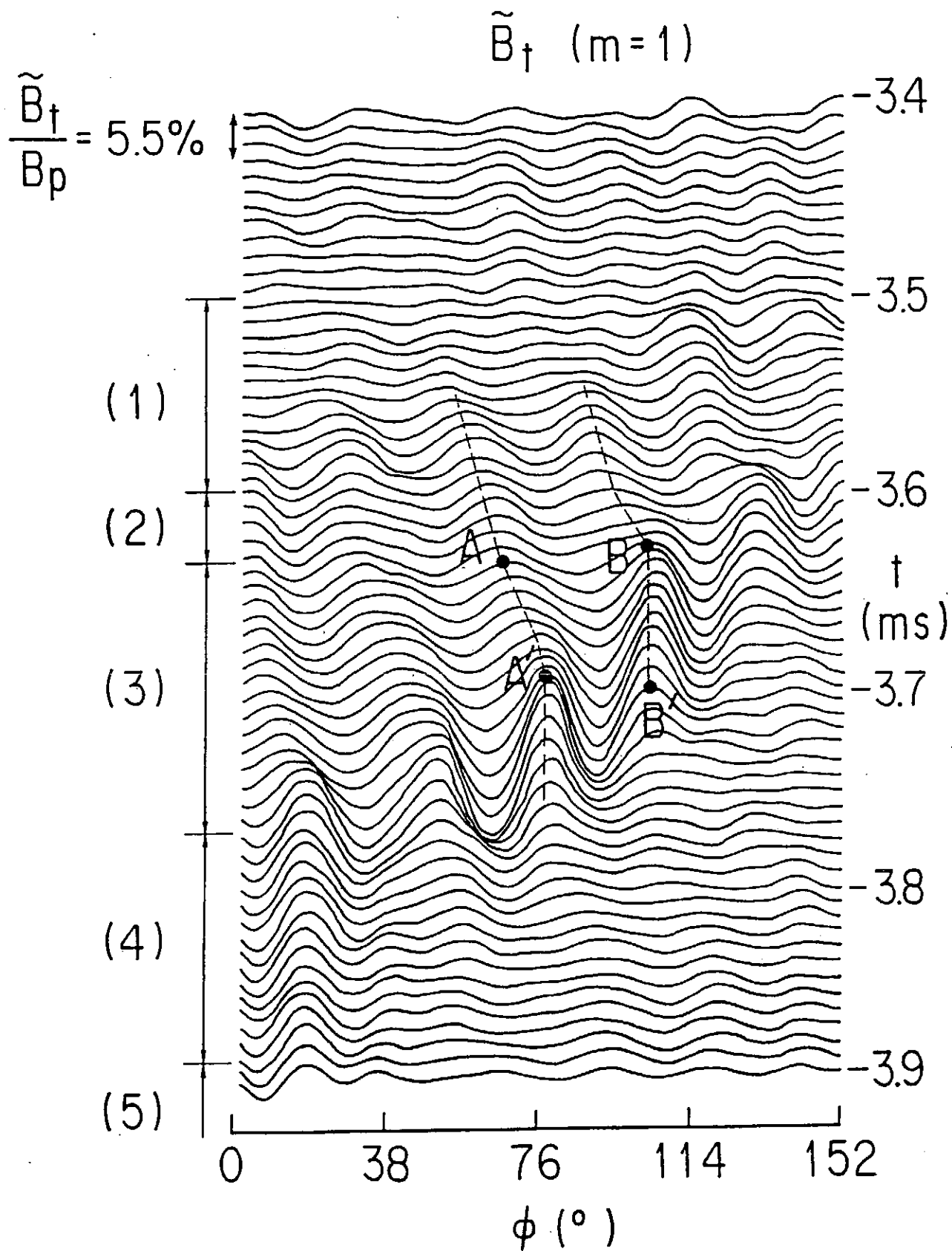


図2 トロイダル磁場揺動の $m=1$ 成分のトロイダル方向 (ϕ 方向) 分布の時間変化。
横軸が ϕ (0 - 152 度)、縦方向が時間変化 (上から下へ) を示す。

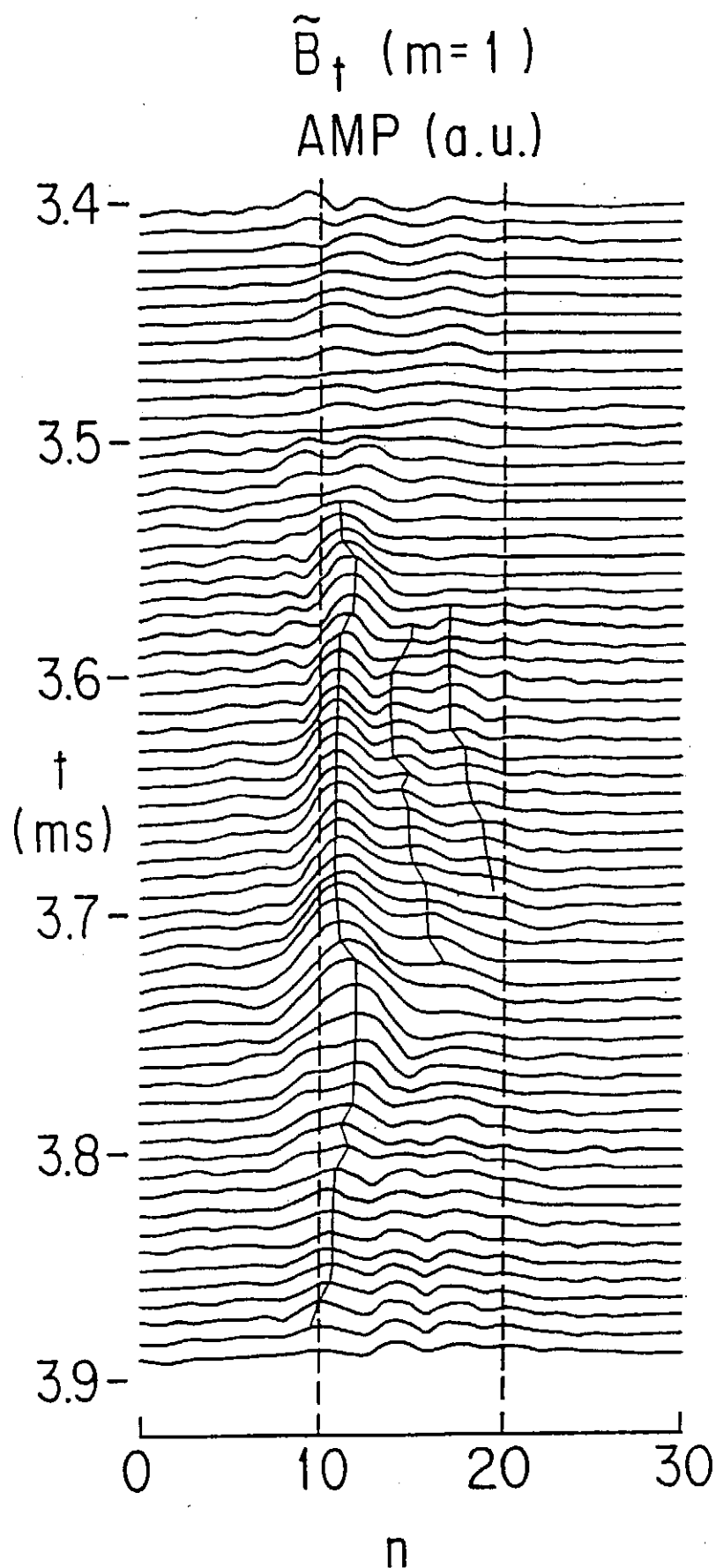


図3 トロイダル磁場揺動の $m=1$ 成分のトロイダルモード数、 n 分布の時間変化。

RFPの自己組織化と輸送

京都工繊大工芸 政宗貞男

逆磁場ピンチ (RFP) はMHD緩和現象で特徴づけられる、磁気エネルギー最低の状態に近いトロイダル電流系の1つである。この配位はトロイダル磁場が周辺部で中心部に対して逆転することで特徴づけられる。このRFP配位はプラズマが通常のオームの法則に従うとすれば古典的抵抗性拡散時間で崩壊するはずであるが、現実にはトロイダル電流が持続する限り配位も維持されている。このことは何等かの機構によって磁力線方向の起電力が生じていることを意味しており、これをダイナモ効果と呼んでいる。このダイナモに関しては、主に少数のMHD不安定性 (電流駆動 $m=1$ モード) の成長に伴うプラズマの流れと磁場の揺らぎの相関 ($\tilde{v} \times \tilde{B}$) により平均的磁力線方向の起電力が生ずるとするMHDダイナモモデル、非熱的無衝突高エネルギー電子と磁場の揺らぎのために局所的なオームの法則が破れてプラズマ中心部の起電力で周辺部の磁力線方向電流が担われるとする運動論的ダイナモモデル (KDT)、乱流の発達に伴う $\tilde{v} \times \tilde{B}$ 起電力とする乱流ダイナモモデルなどが知られている。安全係数分布から明らかなようにRFPでは $m=1$, $n > 10$ の有理面が近接して存在するため、ダイナモの過程においてはこれらに対応する共鳴面を持つモードの相互作用が重要である。磁気島の重なり合いの結果磁力線はストキャスティックな構造を示す。即ち磁力線のカオス化が起こる。このことがプラズマの輸送と深く関係している。ここではSTP-3Mの実験を中心にこれらの過程を述べる。

STP-3Mは $R/a = 0.5 \text{ m} / 0.1 \text{ m}$ のRFP装置である。放電領域とプラズマパラメータは、 $I_p: 50 - 200 \text{ kA}$, $T_e: 100 - 800 \text{ eV}$, $n_e: 1 - 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, である。ダイナモ効果は電流 $flat$ の放電の持続、あるいは電流の $ramp-up$ 放電におけるトロイダル磁束の増大として観測される。磁束の維持・増加は周期 $20 - 40 \mu\text{s}$ 程度のパルスの増加の繰り返しの結果として起こっている。磁束増加の前駆現象として $m=1$ モードが成長する。トロイダルモード (n) スペクトルは $n=10$ (中心付近に共鳴面をもつ) を中心に、幅 10 程度の広がりをもっている。これらの $m=1$ モードは $20 - 40 \mu\text{s}$ 程度の周期で成長・減衰を繰り返す。 $m=1$ モードの減衰フェーズで $m=0$ モード (低 n) が成長する。 $m=1$ モードの振幅が最小となる時刻に、 $m=0$ モードの振幅が最大となる。 $m=0$ モードの成長に同期して磁束が増大する。磁場揺動のこのような振舞は $m=1$ モードの非線形相互作用の過程とよく一致している。プラズマ周辺部での静電プローブ測定ではダイナモに関連して次のような現象が観測されている。磁束増大に対応してイオン飽和電流が増加する。飽和電流の増加に対応して浮遊電位には急激な増加 (正方向) - 急激な減少 (負方向) が観測される。このとき磁力線に沿う2点間にポテンシャル差が生ずることも観測される。これらの結果から、磁束増大に同期

して径方向外向きのプラズマ（イオン）の流れが生じていることがわかる。さらに、軟X線測定によれば磁束増大に同期して高エネルギー電子がリミター又は壁面に衝突することが観測されている。これらの荷電粒子の流れは磁力線のストキャスティックな構造と関係していると考えられる。

このようにRFPにおける配位の形成・維持過程およびプラズマの閉じ込めはMHD不安定性の成長に伴う磁力線構造の発展・変化と直接関係している。その意味で磁力線の構造をカオスとして解釈することとRFPの系統的理解が結び付く可能性がある。

さらに、RFPにおける磁場、密度の揺動の中にカオティックアトラクタを捜す試み、あるいはRFPプラズマと回路の結合を表すモデル方程式とその解をカオス概念の観点から解釈しようとする試みなども行われてきている。

RFPにおける揺動とイオン加熱

1990年12月17日

江尻 晶、宮本健郎、藤沢彰英¹

東京大学理学部

RFP（逆転磁場ピンチ）はトカマクなどのプラズマに比べ非常に乱れた状態にある。にもかかわらずプラズマはRFPという秩序ある状態を維持している。RFPを維持するメカニズムをダイナモ効果というが、これにはプラズマの揺動が重要な役割を果たしていると考えられる。一方、RFPではまたイオンの異常加熱という現象が見つかっている [1]。RFPでは、電子温度と同程度のイオン温度が測定されている。電子の温度はプラズマ電流によるジュール加熱で説明されるが、イオン温度は電子によってイオンが暖められると考えるには高すぎる。イオンを直接加熱するプロセスがあると考えられるが、その具体的なプロセスはよく分かっておらず、分からない故にイオンの異常加熱と呼ばれてきた。加熱パワーとプラズマの揺動及びダイナモ効果との関係は次のように示される。オームの法則は

$$\mathbf{E} = \eta \mathbf{j} - \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

となるが、速度 $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ の時間平均が 0 であれば、上式的时间平均は、ポロイダル成分について

$$\langle \mathbf{E} \rangle = \langle \eta \mathbf{j} \rangle - \langle \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} \rangle \quad (2)$$

となる。RFP配位のポロイダル電流を維持するためには右辺の第2項がなければならない。このためこの項はダイナモ項と呼ばれる。両辺に $\mathbf{j}$ をかければローカルなパワーの式

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = \eta j^2 - (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{j} \quad (3)$$

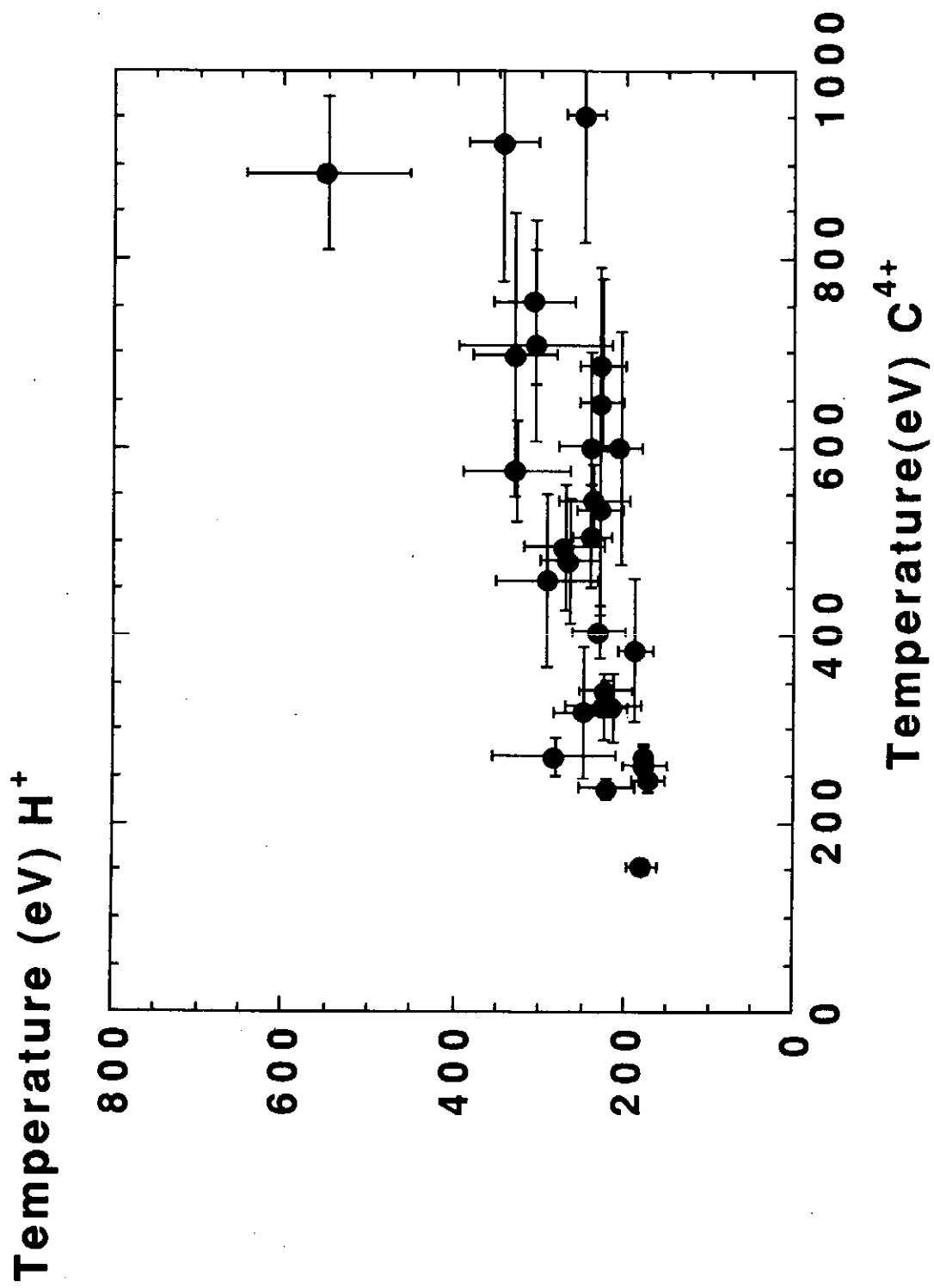
がえられる。左辺はプラズマへ入力されるパワーを表す。右辺第1項はジュール加熱を表し、右辺第2項は(2)式のダイナモ項からきたものでは揺動へ入力されるパワーを示す。ジュール加熱は主として電子を暖めるが、イオンを加熱するパワーは右辺第2項に含まれると考えられる。イオンは電子との衝突によって暖められるが、温度緩和時間及び閉じ込め時間を考えると、測定されたイオン温度は電子との緩和によって説明される温度よりはるかに高い。従って、イオンは(3)式の右辺第2項によって加熱されることが示唆される。揺動及びダイナモ効果とイオン加熱が関係していることがわかる。但し上記の議論では、具体的なイオン加熱のプロセスは分からない。実験では磁場の揺動とイオン温度が正の相関が観測されているが、加熱のメカニズムを明らかにするまでには至っていない。

¹ 現所属：核融合科学研究所 464-01 名古屋市千種区不老町

加熱メカニズムを調べる一つの手段として加熱効率のイオン種による違いの測定がある。図は縦軸に中性粒子エネルギー分析器 (NPA) で測定した H^+ の温度をとり、横軸に線スペクトル (C^{4+} , 227.1 nm) のドップラー広がりから測定した不純物 C^{4+} の温度をとったものである。REPUTE-1 RFP装置で、種々のプラズマパラメータで同時測定した C^{4+} と H^+ の温度をプロットする。 C^{4+} の方が H^+ よりやや温度が高く、温度比は 1 ~ 3 の範囲に分布する。測定された温度はプラズマ中での温度分布の影響を受けるが、測定条件及びプラズマのパラメータから、測定された H^+ 及び C^{4+} の温度はプラズマ中心部での温度と考えられる。従って、 C^{4+} の方が H^+ より温度が高く、イオンの加熱効率がイオン種の質量あるいは荷電数に依存する可能性を示唆する。典型的なプラズマパラメータで加熱効率の比を以下に述べるように見積る。温度は加熱パワーと閉じ込めのバランスで決まるので加熱パワーを求めるには閉じ込め時間と各イオン間、イオン電子間の緩和時間を求めなければならない。緩和時間は密度と温度から計算できる。閉じ込め時間を求めるためにはトータルの入力パワーの内のイオン加熱に寄与する割合を評価しなければならない。イオンへの入力パワーとイオン温度から H^+ の閉じ込め時間を求める。ここで H^+ と C^{4+} の閉じ込め時間は等しいとして、定常状態での加熱、閉じ込め、緩和のバランスを考えると C^{4+} と H^+ の加熱効率の比を求めることができる。イオン加熱に寄与する割合を 0.5 とした場合、 C^{4+} と H^+ の加熱効率の比は ≈ 2 となる。RFP配位が時間的に一定で、空間的になめらかな場合、オームの法則とヘリシティのバランスの式からイオン加熱に寄与する割合は ≈ 0.2 となる [2]。この時 C^{4+} と H^+ の加熱効率の比は ≈ 7 となる。現在のデータではまだ不確定な要素が多いが、加熱効率の比を精度よく測定することによって加熱のプロセスを解明し、加熱、揺動、ダイナモ効果を統一的に理解できる可能性がある。

References

- [1] R.B.Howell and Y.Nagayama, *Phys. Fluids*, **28**(1985)743.
- [2] K.Miyamoto, *Plasma Phys. Contr. Fusion*, **30**(1988)1493.



中性粒子エネルギー分析器 (NPA) で測定した H^+ の温度と線スペクトル (C^{4+} , 227.1 nm) のドップラー広がりから測定した不純物 C^{4+} の温度。

RFP 配位の非線形ダイナミクス

草野完也

広島大学理学部物性学科

- 研究の経緯

RFP は極めて豊富な非線形性を本質的に有しているプラズマ閉じ込め配位である。本研究では特に以下の3点について数値シミュレーションを用いた詳細な解析を実施した。すなわち、(1)MHD 緩和過程に対する各モードの寄与に関する定量的研究、(2) 自発的配位維持機構、及び (3) 不安定性に於ける位相一致現象の機構解明について。

- 研究手法

従来の研究によって RFP における MHD 緩和現象はキンク不安定性の非線形結合過程を通して実現されることが明らかになっている。それゆえ、本研究では複ヘリシティモードを取扱うことのできる3次元円柱 MHD コードを使用した。このコードに於いては、全ての物理量はポロイダル (m) 及びトロイダル (n) モードに分解されており、任意のモードを系に入れたり、系から取除いたりすることができる。本研究では特に $m < 2$ の低 m モードのみに注目して解析を行なった。

基礎方程式としては非近似的な MHD 方程式を用いる。ただし、運動方程式における圧力駆動項は無視されている。これは MHD 緩和過程が電流駆動型のキンクモードによって実現されるためである。

- MHD 緩和過程に対する各モードの寄与に関する定量的研究

RFP における MHD 緩和過程は所謂ダイナモを介して実現される。本研究では各低 m モードのダイナモ項を個別に解析することにより、MHD 緩和過程に対する各モードの寄与を定量的に明らかにした。図1はその結果であり、 $m = 0$ 及び 1 モードについてそれらのモードが生成するダイナモ磁束 Φ^{dynamo} とそのダイナモを駆動する不安定性の自由エネルギー W^* (ただし、テイラーの最小エネルギーで規格化されている) との関係を表している。特徴的な点は、自由エネルギーが小さな場合 $m = 0$ モードの寄与は $m = 1$ モードのそれに比べて大きいのに対し、自由エネルギーが大きな場合はその関係は逆転する点である。一方、実験に於ける擾乱成分の振幅から自由エネルギーの最大値は数%のオーダーにとどまると考えられる。それゆえ、この結果は通常の RFP 実験に於いては線形不安定な $m = 1$ モードと共に非線形的に駆動される $m = 0$ モードがダイナモ過程に於いて重要な役割をはたすことを物語っている。

- 自発的配位維持機構

抵抗時間程度のタイムスケールに於いて MHD 緩和過程がどのように励起されるのかを考察することにより、RFP 配位の自発的配位維持機構の解明を試みた。その結果、配位維

持過程は MHD 緩和過程と抵抗拡散過程の周期的競合過程であることが明らかにされた。拡散による系の不安定化が複数のキンクモード不安定を励起する時、非線形モード結合を介して MHD 緩和過程が生じる。その後再び、拡散過程が系を不安定化し同様のプロセスが繰返される。それ故、系の自由エネルギー W^* と逆転比 F はゆっくりした上昇と緩和過程に依る早い減少から構成される鋸波状振動を示す。この振動現象の振幅と周期は装置のアスペクト比及び磁気レイノルズ数によって決定されることがシミュレーションと理論的説明の双方によって確認された。またその結論は複数の実験結果を矛盾なく説明している。

● 不安定性に於ける位相一致

OHTE によって見出された *slinky mode* 不安定性は RFP における非線形ダイナミクスがキンクモードの位相一致を引き起こす結果として説明されているが、その詳しい機構はこれまで明らかにされてこなかった。今回、シミュレーションによる詳しい解析を行なった結果、位相一致は初期に与えられた擾乱のうち最も不安定な2つのモードの位相が一致する位置で生じることが見出された。また、種々の異なるモード構成によるシミュレーションを試した結果、位相一致の機構を見出すことができた。すなわち、キンクモードの非線形結合によって生じる $m=0$ モードが位相情報を他のモードに与える結果、位相一致が生じる。それ故、位相一致現象はこれまで信じられてきたような抵抗性境界に特有の現象ではなく、複数のキンク不安定が大きく成長する場合の一般的な性質であると考えられる。

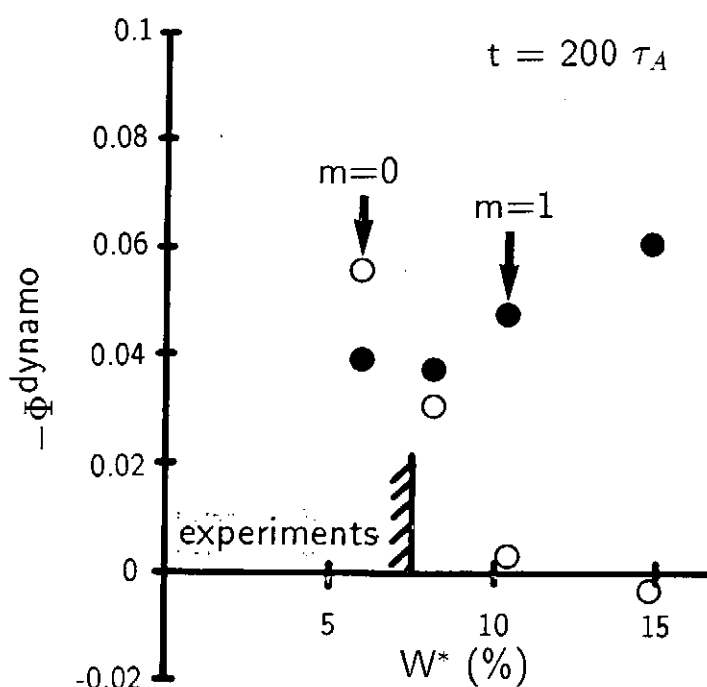


図 1

質疑内容

1. 講演者氏名

草野完也

2. (1) 質問

- (i) MHD 緩和過程では、 $m = 0$ モードが非ダイナモ効果を持つというシミュレーション結果もある。 $m = 0$ モードのダイナモ効果については、統一した結果が得られていないのではないか。
- (ii) *phase-locking* がフリーエモードの安定性解析から、説明出来る事は、この問題において、カオス概念は不必要であるのか。

(2) 回答

- (i) $m = 0$ モードのダイナモへの寄与は、ダイナモが生じる前に系が持っている過剰エネルギーの大小に依存する事を見出した。過剰エネルギーがテイラーの最小エネルギーの10%以上あるような極めて不安定な場合には、ダイナモ過程は $m = 1$ モードのみによって実現され、確かに $m = 0$ モードは非ダイナモ効果を持つ。しかし、過剰エネルギーがそれほど大きくない場合、 $m = 0$ モードのダイナモへの寄与は $m = 1$ モードのそれ以上に大きい。現実には、高々3-4%の過剰エネルギーが蓄積されるにすぎないと考えられるので、 $m = 0$ モードは重要なダイナモ効果を持つと考えるべきである。
- (ii) RFPのキンク不安定性における位相分布をカオスの立場から解析する研究は未だ行われていない。今後の興味ある問題かもしれない。

RFPダイナモのMHDシミュレーション

広島大工 長田 昭義

1. はじめに

逆磁場ピンチ (RFP) 実験で観測されている磁束の発生・増加及び配位維持機構が大きなスケールの磁気流体的 (MHD) 不安定性の発生と深く関係していることが共通に確認され、RFPプラズマのダイナモ機構 (緩和現象) がしだいに明らかになってきた。この緩和過程は、言い換えると、磁気揺動によるMHD挙動の急速な成長に伴って磁力線で構成された磁気面がカオスの構造を呈し、時間の経過とともに秩序性のある構造、いわゆる自己組織化構造が形成される動的過程であると言える。このように、RFPダイナモはプラズマ中のカオス現象と深く関係しており、この意味においても、MHD不安定性の非線形的振舞いの理解が重要である。本研究ではSTP-3MのRFP実験で得られた、1) 電流遮断現象、及び2) トロイダル磁束の増加現象、の2つの実験結果^{1), 2)}に注目し、3次元抵抗性MHDシミュレーション結果との比較を行い、RFPプラズマのMHD挙動を整理し、その物理的描写を明確にする。

2. シミュレーションモデル

3次元シミュレーションコード³⁾は圧縮性を考慮した抵抗性MHD方程式系で構成されている。これらの方程式は、円柱座標系(r, θ, z)で解き、 r については有限差分法で、(θ, z)に関してはフーリエ級数展開する。磁場の初期平衡分布は無力磁場配位とサイダム条件から決定する。従って、これらの分布から得られる q 分布によりポロイダルモード m とトロイダルモード n の共鳴モード $q=m/n$ の関係が得られる。ここでは、 $q(0)=0.1$ とし、マルチヘリシティで計算した。プラズマの乱流度は磁気レイノルズ数 S を変化させる。境界条件はトロイダル電流一定でトロイダル磁束保存を用いた。

3. シミュレーション結果と議論

3. 1 電流遮断 RFPの電流遮断は電流減衰時の外部回路のエネルギーが残存する段階で突然に電流が遮断される現象で、この現象の前駆段階において、 $m=1, 2$ モードの急速な成長とこれらのモードの回転停止を伴うことを見い出した。更に、この抑制法として、壁でのトロイダル磁場を外部回路により時間的に深く制御すること (B_z 制御法) で、電流遮断が抑制され約2倍程度長く電流を持続するに至った。この段階で、 $m=1, 2$ モードの強いスペクトル強度が急激に減少することも見い出した。シミュレーションにより同様な結果が得られた。 B_z 制御法はトロイダル磁場の抵抗性拡散を抑制し、不安定な($m=1; n$)共鳴モードを位置づける q 分布の制御に導く。 B_z を制御しない場合、プラズマ中心近傍に初期に共鳴した($1; 10$)モードが急速に成長し、高次の n モードへとカスケードし非線形成長する。これ

によって q 分布の r 方向への広がりが生じ、同時に、これらのモードの共鳴面も外側に移動し B_z の反転位置が壁に接近する。一方、 B_z 制御を行うと反転面が壁から離れ q 分布の広がりも抑制され、 $m=1, 2$ モードの非線形発展が時間的に遅れて出現しそのスペクトル強度も小さくなる。従って、 $m=0$ モードの成長も遅れる。結果として、電流遮断が抑制され持続時間も長くなる。更に、実験で観測されたモードの回転停止は大規模な $m=0$ モードによるエネルギーの再分布への移行過程に伴う現象と考えられるが詳細化するに至っていない。

3. トロイダル磁束増加 STP-3M では RFP 配位形成後、電流の増加に伴いトロイダル磁束が大幅に増加することが観測された。トロイダル磁束は連続的に生じるのではなくて間欠的に発生・増加する。この段階の磁気揺動測定において、 $m=1$ と $n=9-13$ モードが顕著に出現し、約 100kHz の回転周波数でヘリカル状に伝搬することも観測された。又、 $m=1$ の他に $m=0, 2$ モードも顕著である。マルチヘリシティのシミュレーションにおいて、磁束増加が $m=1$ と $n=9-13$ モード間の非線形結合によって生じる ($m=0; \Delta n=1, 2$) モードの発展と同期していることが確認された。又、トロイダル磁束増加は S の大きさにも依存する。更に、反転面における負のポロイダル電場はトロイダル磁束を増加させる。このダイナモ電場は抵抗性散逸と $m=1$ モードによる電場との競合発展によって間欠的に生成される。特に、最も不安定な ($m=1; n=10$) モードの成長、飽和そして減衰の過程で、他の n モードとの非線形結合が急速に発展する。この段階で、反転面内側の磁力線がストキャスティクになることが観測され、磁気面がカオス構造を呈することが予想される。更に、 $m=1$ の非線形モード結合によって生じた $m=0$ モードの作用は RFP ダイナモへの直接的な寄与は小さく、むしろ、 $m=1$ モードによって歪んだ磁気面の凸凹を対称な配位にもどす効果であると考えられる。

4. まとめ

RFP ダイナモ機構について、非線形マルチヘリシティの MHD 挙動を中心に 3 次元抵抗性シミュレーションにより研究した。RFP に見られる電流遮断及びトロイダル磁束増加の現象は、 $m=1$ の非線形モード結合発展と深く関係し、同時に、 $m=0$ モードも重要な役割を果たしていることを見い出した。これらのシミュレーション結果は STP-3M の実験結果とよく一致し、その物理的描写もかなり明確になった。今後は RFP 配位形成及び配位維持段階でのダイナモ構造をより詳細化し、統一的な物理的描写の確立をはかる。

参 考 文 献

- 1) A. Nagata, et al.: Phys. Fluids B 1 (1989) 2050.
- 2) H. Arimoto, et al.: Research Report of Plasma Science Center, Nagoya Univ. PSC-12 (1990) pp.1-19.
- 3) A. Nagata, et al.: J. Phys. Soc. Jpn. 58 (1989) 3970.

質疑内容

1. 講演者氏名

長田昭義

2. (1) 質問

(i) マルチモードのシミュレーションを行っているが、もう少しモードの数が少なくてもよいのか。

(2) 回答

(i) 現在は、40-50モード(m, n)を考慮したシミュレーションであり、計算時間から見れば、少ない方がよい。

更に、実験による測定結果及びカオス理論からは、もう少し、少なくても良いように思われるが、自然現象的又は、定量的に見れば出来る限り多く考慮する方が好ましい。

ただ、上記した事に加えて、物理的描写という観点からは、どちらとも言えず、少ないモードの方が多少利点があるように思われる。

RFPダイナモにおけるstochastic磁場と粒子輸送

核融合科学研究所 天野 恒雄

1. はじめに

逆磁場ピンチ (RFP) のダイナモ作用 (緩和現象)、いわゆるトロイダル磁束増加及び配位維持機構は、MHD揺動の非線形発展によって磁力線がストキャスティクになり、磁気面がカオス的構造を示すことと深く関係している。このようなカオス的構造をもつ磁気面では粒子の異常拡散を引き起こし、プラズマ閉じ込めを大幅に悪化させる可能性がある。このことは、実験的にもトロイダル磁束の増加 (RFPダイナモ) に伴って高エネルギー電子の損失及び径方向への拡散粒子束の増加として観測されている。

本研究ではプラズマ中のカオス現象と深く関係した高エネルギー荷電粒子の振舞いに注目し、MHD揺動をもつRFP配位中での粒子軌道のモンテカルロシミュレーション¹⁾を行い、RFPダイナモにおけるストキャスチック磁場と粒子輸送 (拡散過程) との関係について調べる。

2. RFPダイナモと異常輸送

3次元磁気流体コードを用いたシミュレーション解析²⁾により、トロイダル磁束増加を引き起こす逆転面におけるポロイダル電場 (ダイナモ電場) の発生が、 $m=1$ ティアリングモード (ほとんど、共鳴モードで $n \geq 9$) の非線形結合によって生じていることを見出した。この $m=1$ モードが間欠的なRFPダイナモを作り出しており、実験的な観測結果とも良い一致を見る³⁾。これらの $m=1$ によるダイナモ電場は、磁気レイノルズ数 S が高くなるにつれて徐々に減少する。このことは、 $m=1$ モードの磁気揺動レベルが $S = 10^3 - 10^5$ の範囲において、 $S^{-0.2}$ あるいは $S^{-0.3}$ の依存性を示すことからも見い出せる。一方、 $m=0$ モードは $m=1$ の非線形モード結合 (高い n モードにカスケードする過程) の結果として生じ、その電場は逆転面の内側で負、そして外側で正となりダイナモ電場として現れるが、全体としてのダイナモ効果への寄与は小さい。更に、 S が高くなるにつれてその効果はより小さくなる。従って、RFPダイナモは $m=1$ の非線形モード結合によって生成され、 $m=0$ の直接的な寄与は小さい。 $m=0$ の主なる役割は磁力線のストキャスティゼーション (磁気面のカオス化) への寄与と考えられる。これを模式的に説明すると、MHD揺動 ($m=1$) の非線形発展に伴って歪んだ、もしくは破壊された磁力線の不安定成長領域がプラズマフローを介在して安定な平衡配位にもどる緩和過程で $m=0$ が生じると言える。つまり、この間欠的なダイナモ過程がトロイダル磁束増加を引き起こし、 $m=0$ に起因したストキャスティク磁場が出現する。これらのダイナミクスは、幾つかの実験で観測されているプラズマ周辺での高エネルギー電子の損失及び半径方向拡散粒子束の増加の振舞いと強い相関を示している。

次に、磁力線のストキャスティゼーション（磁気面のカオス化）による電子の拡散過程を、3次元磁気流体コードをベースとした粒子軌道のモンテカルロシミュレーションにより解析を行った。MHD不安定性（ $m=1$ ； $n \geq 9$ の磁気揺動）の成長につれて、磁力線が破壊されエルゴード的な運動を示し、テスト粒子の軌道がストキャスティックになる。このようなMHD揺動をもつRFPプラズマの電子拡散係数 D_e は、古典（拡散）輸送よりも約2ケタ近く大きくなることが判明した。また、磁力線がストキャスティックになる位置から外側半径方向への電子拡散が大きくなり、プラズマ内部から壁に向かう粒子損失が増加する。テスト粒子の速度依存性（ $1-4 \times 10^9 \text{ cm/sec}$ の範囲）について調べると、 $0.7-4 \text{ keV}$ の電子エネルギー範囲での電子拡散係数は、その粒子速度に比例した振舞い（ $5-15 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{sec}$ ）を示す。これは、無衝突電子拡散に対する理論モデルと良く一致した値である。更に、プラズマの β 値の増加も電子の異常拡散の増加に導く。 β 値が高いとRFP配位維持の初期段階で電子拡散損失が大きくなる。しかし、 S を高くすると磁気揺動レベルが、上記したように S の -0.2 ないし -0.3 乗で小さくなるので、初期段階での D_e は小さくなる。RFPプラズマの閉じ込めに対するスケーリング則として、 β 値が低い（ $\beta = 4.5\%$ ）領域では D_e は $S^{-1/2}$ あるいは $S^{-1/3}$ に比例し、 β 値が高い（ $\beta = 8\%$ ）領域では D_e の S への依存性は弱くなるという結果が得られている。

3. まとめ

RFPダイナモにおけるストキャスティック磁場と粒子輸送の関係について、3次元磁気流体コードとモンテカルロ法による粒子軌道解析コードを用いて調べた。 $m=1$ モードがダイナモ効果を生じさせ、RFP配位を維持させる。 $m=1$ の非線形モード結合によって生じた $m=0$ モードが磁力線のストキャスティゼーション（磁気面のカオス化）を引き起こし、これが電子の異常拡散に導く。これらのMHD揺動を伴うRFPプラズマでは、電子拡散係数は古典輸送よりも約2ケタ大きくなり支配的な損失機構であることが分かった。更に、磁気レイノルズ数を高くすると、初期段階での異常電子拡散による損失を少なくすることも判明した。今後はRFPダイナモに寄与する運動論的ダイナモ（電子の異常輸送）機構の物理的描写を明確にし、実験との比較においてその定量化をはかる。

参 考 文 献

- 1) T.S. Chen and T. Amano: Research Report of Institute of Plasma Physics, Nagoya Univ. IPPJ-813 (1987) pp.1-37.
- 2) S. Koide: Research Report of National Institute for Fusion Science, Nagoya Univ. NIFS-50 (1990) pp.1-28.
- 3) H. Arimoto, et al.: Research Report of Plasma Science Center, Nagoya Univ. PSC-12 (1990) pp.1-19.

磁力線のカオス

核融合科学研究所

羽鳥 尹 承

プラズマには各種のカオス現象があるが、特に磁力線のカオスに関係する研究をしている(1、2)。プラズマを閉じこめるためにトーラス磁場が使用される。その中の一本の磁力線に着目すれば空間的に有限な領域内に閉じこめられている。このような状況ではカオスが起り易い。磁力線は $\text{div} \mathbf{B} = 0$ を満たすために空間的な sink や source は無い。従って磁力線は保存力学系に対応することは容易に想像できる。力学に対応させた時、三次元空間の一つの座標は時間に対応し、残りの二つの座標が位相空間(運動量と座標)に対応させることができる。従って磁力線の空間構造(この時、時間は固定されている)を調べることはハミルトン力学の位相空間の構造を調べることに等価であり、磁力線のカオスはハミルトン系カオスと同等になる。

1) Helical torus の周辺領域の磁力線のカオス (3、4)

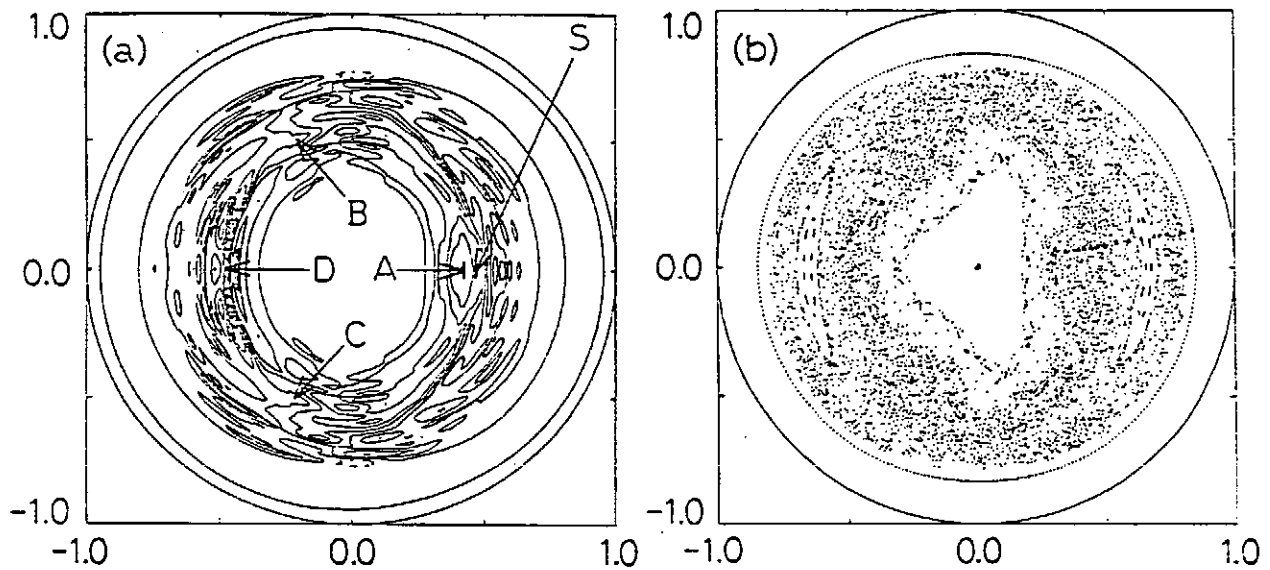
Toroidal helical magnetic field と同等なハミルトン力学系を求めたいと思っている。保存力学系とそれ以外とではカオスの性質が異なることが知られているので、解くべき方程式は保存系の性質を正確に満たすモデルを設定すべきである。Helical torus として、現実的なものに比べて近似的であるにせよ、 $\text{div} \mathbf{B} = 0$ だけは精密に満たすようにした。すなわち、磁力線のハミルトニアンを求め、それに基づいて長時間振る舞いを調べるのを目的にする。したがってハミルトニアンは解析的に初等的なものを求めたい。現在、 $O(\rho/R)$ まで正しいハミルトニアンを求めることができた。ここに ρ と R は minor と major radius である。さらに ρ/R について高次の効果を考慮中である。

2) Current-bubble の生成と消滅 (5、6、7)

磁力線のカオスに伴う急激な MHD 緩和を電流の空間構造に着目して調べた。古典的問題であるが、異なる helicity を持つ二つの tearing モードの非線形相互作用のシミュレーションを行い、current-bubble が磁力線のカオス発生に呼応して形成されていく様子を調べた。まず、 $m/n = 2/1$ モードの磁気島が成長しカオス領域に吸収されるのに呼応して、current-bubble が生成される。図の (a) では、この時の電流密度の等高線が示されていて、A 点を中心として bubble が形成されている。この時の磁力線の Poincaré plot が (b) に示されている。 $3/2$ モードの磁気島は見あたらない。この現象は電流密度の低い領域が高い領域にめり込んだことになり、交換型不安定と似ている。電流密度の輸送という見地では、磁力線のカオスが引き起こした急激な輸送とみなすことができる。

Current-bubble はカオス領域中に形成されているため(図 (b) を見よ)、bubble 構造

を維持する磁場のエネルギーが、励起された shear Alfvén wave によって持ち出されるために bubble が消滅する。トーラス方向にリアプノフ数 λ （今の場合はリアプノフの長さ）の程度伝播すると拡散してしまう。すなわち、decay time $\sim \lambda/v_A$ (v_A は Alfvén velocity) で与えられる。この見積りでシミュレーションの結果を、量的にも、パラメーター依存性でも、良く説明している。



参考文献

- 1) T. Hatori; Prog.Theor.Phys.Suppl.No.98,83-108(1989).
- 2) T. Hatori; 核融合特別研究報告書 第六編、第一章「プラズマにおけるカオス」.
- 3) T. Hatori and T. Watanabe ; JIFT Workshop on Nonlinear Dynamics and Acceleration Mechanism, Proceedings in the AIP Proceedings Series.
- 4) T. Hatori and T. Watanabe ; 2nd Toki Conf. on Plasma Physics and Controlled Fusion, Nonlinear Phenomena in Fusion Plasmas-Theory and Computer Simulation.
- 5) T. Hatori; 1991年春の物理学会、半導体セミナー 「プラズマとカオス」.
- 6) K. Urata, T. Hatori and T. Amano; Internal Report NIFS-14 (1990).
- 7) K. Urata; J. Phys. Soc. Jpn. 59 2742(1990).

散逸系カオスの初期値依存性について

藤山 寛、荒木考二¹⁾、西郷正生、大野哲靖²⁾

(長崎大学工学部)

南部充宏

(九州大学教養部)

Dependence of Dissipative Chaos on Initial Values

Hiroshi Fujiyama, Kouji Araki, Masao Saigoh, Noriyasu Ohno

and Mitsuhiro Nambu

1. はじめに

最近、少数自由度系におけるカオス現象の研究が盛んに行なわれているが、プラズマや核融合に関連したものでは磁力線のカオスや放電のカオスが多く、プラズマ乱流との対応に興味を持たれている波動カオスについてはほとんど報告されていない（特に実験的研究）と言ってよい。筆者らは低周波モードと高周波モードが存在する弱乱流プラズマ中での波動カオスを理論と実験の両面から研究している。

ここではモデル方程式のカオスへの遷移、アトラクタの初期値依存性、さらに筆者らが提案している手法の発散速度マップと過渡集合マップによるアトラクタ構造の研究経過について述べる。

2. イオンビーム・プラズマ系の波動間相互作用とそのモデル方程式およびカオス解

非磁化Maxwellianプラズマ中を伝搬する低周波イオン音波（そのエネルギー密度 X ）と高周波ラングミュア波（ Y ）の波動エネルギーの相互関係を図1に示す。ここで、イオン波を励起するイオンビームに変調を加えるとそのモデル方程式は強制項を含む散逸系の強制型Lotka-Volterra方程式、

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= \alpha (1 + A \cos \theta) X - \beta XY - \epsilon X^2 \\ \frac{dY}{dt} &= \gamma XY - \delta Y \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega,\end{aligned}$$

で記述され、その解のダイナミクスはカオスの振舞いを示す。

図2は最近のカオス研究の種々のアプローチをまとめたものであるが、本モデル方程式についてもこれらのほとんどのアプローチを試み、カオス解の存在およびストレンジアトラクタのフラクタル性が確認されている¹⁾（紙数の関係で詳細は別に報告する）。

3. 初期値依存性

散逸系では、解は初期条件によって異なるアトラクタに収れんし、カオスアトラクタや周期アトラクタなどが共存する。本モデル方程式でも波の初期エネルギー X_0 と Y_0 により、ファイゲンバウムのシナリオに従う4種のカスケード(2×2^n , 5×2^n , 6×2^n , 8×2^n ; $n=1, 2, \dots$)が共存していることが判明した(図3)。Basin Boundary Map(図4; この図もフラクタル図形)によると、初期条件のわずかな違いにより解は異なるアトラクタに吸引される。このことは、実験における初期条件の決定が困難であることを示唆する。

4. 発散速度マップと過渡集合マップによる幾何学的アプローチ

アトラクタの初期条件敏感性のため、カオス実験における結果の解釈が困難であることを述べたが、これを克服する方法として筆者らが提案している発散速度マップや過渡集合マップがある。これは強制振動項の振幅や周波数などのパラメータに依らずストレンジアトラクタの近似形を与えることができるので、未知のカオスアトラクタの近似的な構造をパラメータ依存性を考慮することなく簡単に計算できる。

5. まとめ

本研究では、変調イオンビーム・プラズマ系における波動間相互作用を記述する強制型Lotka-Volterra方程式の解が、周期倍分岐を経てカオスに至ることを示した。また、初期値によって、少なくとも4種のアトラクタが存在し、位相空間を複雑に棲み分けていることが判った。

参 考 文 献

1) 荒木、西郷、大野、藤山、南部; 電子情報通信学会技術研究報告、NLP89-74 (1989)。

¹⁾ 現在 三菱重工業(株)

²⁾ 現在 名古屋大学工学部

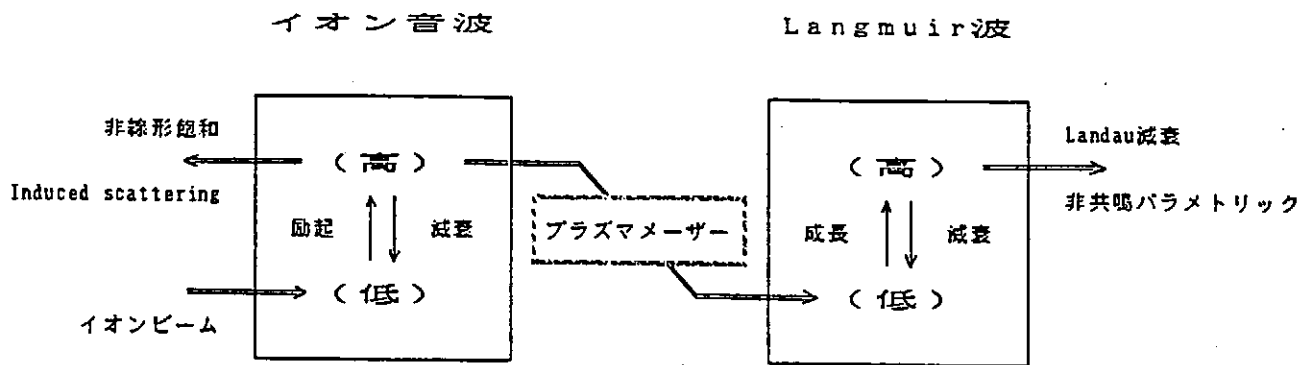


図1 プラズマメーザー効果を含む波動間相互作用の模式図

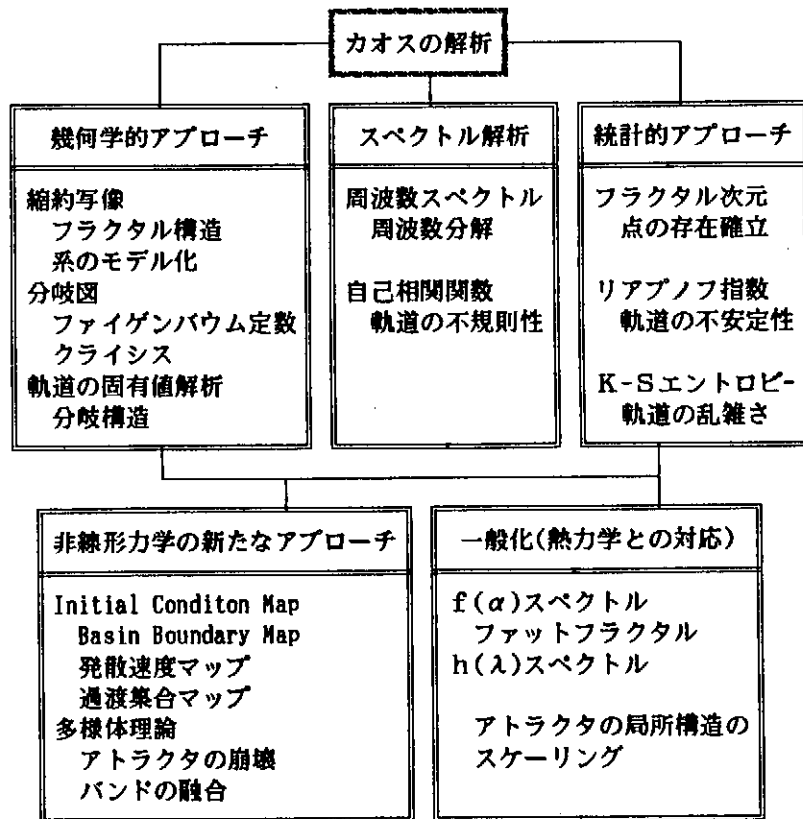


図2 カオスの研究の概略図

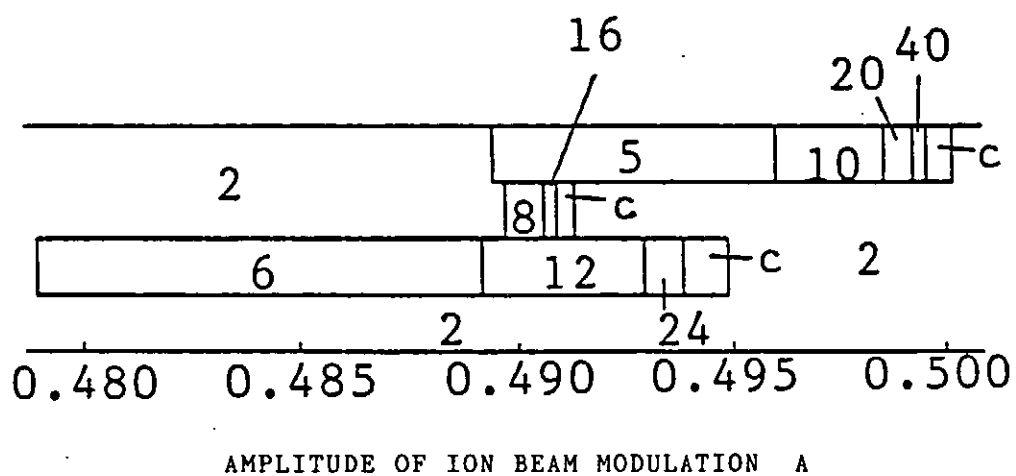


図3 アトラクタの棲み分けの模式図

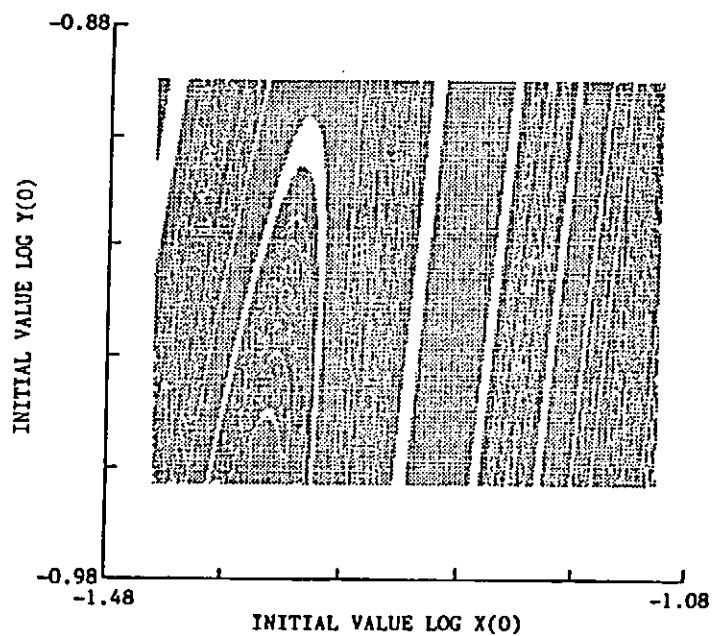


図4 Basin Boundary Map

質疑内容

1. 講演者氏名

藤 山 寛

2. (1) 質 問

(i) 初期条件の違いによる4種のカスケードにおいて、最終状態におけるカオスのそれぞれのアトラクタ構造は一致するか？

(ii) プラズマメーザー実験はどの程度進行しているか？

(2) 回 答

(i) 一致しない。 2×2^n 、 5×2^n 、 6×2^n 、 8×2^n の4種のカスケードにおけるファイゲンバウム定数と最大リアプノフ指数がそれぞれ異なることから、一つの散逸系においてさえ少なくとも4種のアトラクタが共存していると言える。

(ii) マイクロ波生成プラズマにより安定で均一なMaxwellianプラズマをターゲットとして使用できるようになったので、これからイオンビーム入射実験に入る段階である。ビーム変調の際に、本研究の予測のようなカオスが発生するかどうかに興味をもっているが、初期条件の設定に苦慮している。

アルヴェン波動の非線形発展過程

九大・教養 羽田 亨

宇宙空間は、プラズマの波動現象、特にその非線形発展過程を考察するための格好の実験室である。それは宇宙空間の限らない大きさの故に、プラズマ波動が複雑な境界条件の支配を受けることなく、長い時間伝播することができ、またその発展過程を衛星観測等の手段によって、モニターすることが可能だからである。実際、宇宙空間には、複雑な非線形発展を遂げたと見られる、様々な種類のプラズマ波動が見られるが、その中でも特に重要なのが、宇宙空間中のアルヴェン波動である。これは、太陽風中、或は惑星磁気圏に伴う衝撃波や惑星空間衝撃波に付随して非常にしばしば観測され、高エネルギー粒子の加速・加熱機構に大きな役割を果たすと考えられている。特に、天体衝撃波に伴うアルヴェン波動は、宇宙線加速の重要な担い手である。

宇宙空間中のアルヴェン波動は、通常かなり大振幅であるため（波動の磁場成分／外部磁場が1のオーダー）、その非線形発展は非常に顕著である。また、発展のためには、複数の非線形過程、例えば崩壊不安定性・非線形波動-粒子相互作用、などが関与すると考えられるが、ここでは議論を自己変調相互作用による非線形過程に限ることとする。つまり、ほぼ同じ波数・周波数のアルヴェン波動同士の相互作用のみを考える訳である。このプロセスのみを含むシステムを採用する利点は、アルヴェン波とほぼ同じスピードで動く系を取ることににより、非線形効果を強調して眺めることが出来るという点にある。その結果、アルヴェン波動の発展は、微分型非線形シュレーディンガー方程式 (DNLS)

$$\frac{\partial b}{\partial t} + \alpha \frac{\partial}{\partial x} |b|^2 b + i\mu \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} = \gamma \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} + S(b, x) \quad (1)$$

によって表されることが解る。ここに、 $b = b_y + i b_z$ は複素数表示された波動の磁場成分、また α, μ は定数である。但し上に示した式には、オリジナルの DNLS の右辺に、波動励起を表す項 S 、および散逸型の減衰項を付加してある。

この方程式に対して定常波解を想定し、波動励起項が円偏波・単色であるとする、3変数 (b_y, b_z, ϕ = 波動の位相) に対する連立微分方程式系が導かれる。それを解くと、リミット・サイクル、ストレンジ・アトラクターなどの、少数自由度の力学系に特徴的な解が得られるが、これらの結果については Hada et al. (1990) に述べたので、詳しくはこれを参照願いたい。

一方、(1) に対して定常波解を仮定しても良かったのか？という疑問が、当然乍ら浮き上がってくる。この疑問に答えるためには、(1) を直接、数値的に解いてどのような波動が生ずるかを見るのが、一番簡単明瞭な方法であろう。その結果を紹介することは、スペースが限られているためここでは出来ないが、おおまかな結論だけを述べれば、(1) の解として定常波解が仮定できるかどうかは、波動励起源の性質に大きく依存する、ということである。実際、ある励起源の場合には、どのような波動の初期条件から出発しても、定常波解の一つに必ず収束する、ということが見られるし（系の自由度の縮退）、また違う励起源のもとでは長時間、混沌としたプラズマ状態が続く。特に、円偏波を持つ線形成長率タイプの励起源を用いた場合には、励起源から系にヘリシティが供給され続けるため、波動は定常解には至らないことが示される。この解析の詳細については、どこかで別の機会に発表するつもりである。

Hada, T., C. F. Kennel, B. Buti, and E. Mjølhus, Chaos in driven Alfvén systems, Phys. Fluids, 11, 2581, 1990.

プラズマ物理が豊富な素材を提供し、その基礎づけと発展に大きく寄与したカオス研究は、今や科学・技術の広い分野に横断的に根をはって、自己展開をとげるに至っている。磁気面の破壊や波動加熱など、核融合の課題が、カオス研究にインパクトを与えた訳であるが、非線形媒質としてのプラズマがカオス現象を内包することはカオス解をもつ方程式の類型からして十分予想されることである。力学過程としてカオスそのものがみえる場合もあれば、素過程を支配していながら、観測に直接カオスがかからない場合もあるだろう。したがって、プラズマにおけるカオス発現の例を集めておくことは、意味のあることだと思われる。ここでは、共鳴近傍のブネマン不安定性の発展過程でカオスがどのようにあらわれるかを調べる。共鳴近傍のブネマン不安定性の発展は、その成長率が狭いスペクトルで特徴づけられるため、最大成長率をもつ波の非線形変調をしらべることによって理解される。この場合、モード結合で励起される高調波は、安定であり、したがって自己相互作用を通して媒質の伝播特性を変化させるものとしてとりこんでやればよい。このとき、流体近似で系の発展は

$$i\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\psi + \delta \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (\epsilon + |\psi|^2)\psi + \rho = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\rho + (1 - \sigma|\psi|^2)\psi = 0, \quad (2)$$

と記述される。ここで ψ と ρ はそれぞれポテンシャルと密度の揺らぎ、また δ と ϵ はそれぞれ分散の強さと、共鳴のミスマッチを与え、 σ は非線形安定化効果をあらわす。この系は保存量

$$J = \int \left[\left(1 - \frac{\sigma}{2}|\psi|^2\right)|\psi|^2 + i(\rho^* \eta - \rho \eta^*) \right] dx$$

をもつので、数値計算スキームの安定性をモニターできる。空間変調がない場合、固定点は、

$$(\psi, \rho, \eta) = (0, 0, 0) \quad \left(\frac{1}{\sqrt{\sigma}} e^{i\theta}, -\left(\epsilon + \frac{1}{\sigma}\right) \frac{1}{\sqrt{\sigma}} e^{i\theta}, 0 \right)$$

で表され、一つは原点、もう一つは θ が任意に選べるので、楕円体の表面に密に分布して

いる。 ε と σ の大きさにて固定点の安定性が決まり、この2つのパラメーターの組み合わせによって(a)周期解、(b)カオス解 (c)間欠カオス解 が得られる。図1に固定点の安定性、図2にそれぞれの場合の解の時系列、図3に $(\text{Re}\psi, \text{Im}\psi)$ 空間に射影された軌道、図4にリャプノフ数を示す。

空間変調を考慮した場合も、基本的には空間変調を考慮しない場合と変わらない。これは非線形相互作用が作り出す高調波がノーマル・モードとなり得ないために、系を記述するのに必要な自由度の数が時間発展の際に変化しないからである。

最近なされた電子ビーム、プラズマ系の不安定性に関する実験で、カオス現象とおぼしきものが得られたと報道されている。(山浦 他 物理学会予稿集 28p TD2 1989) プラズマに特徴的な波動が関与するカオスが、いよいよ実験にかかりはじめたことは興味深い。これまで乱流ですまされてきた不規則運動の理解をよく深める契機を与えてくれるものと期待される。

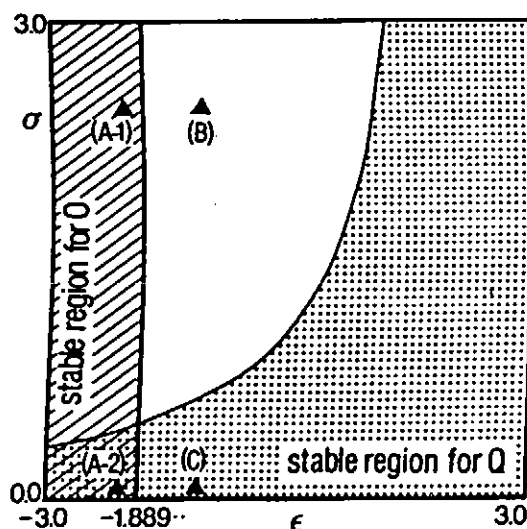


図1. 固定点の (ε, σ) 空間での領域。

点(A-2), (B)と(C)は、それぞれ(a)周期解、(b)カオス解、(c)間欠カオス解に対応するパラメーター。

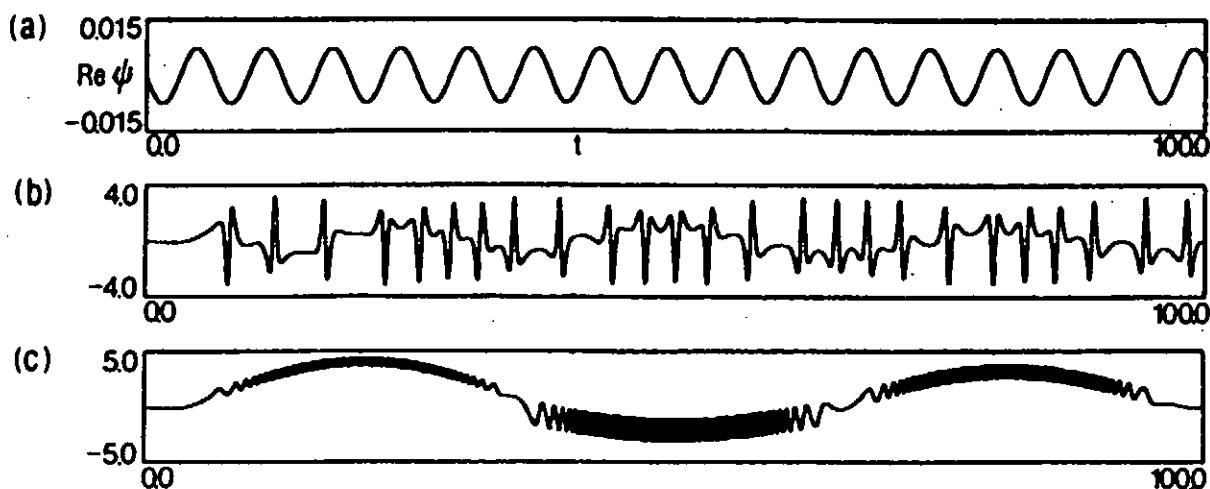


図2. $\text{Re}\psi$ の時間発展: (a) 周期解、(b) カオス解、(c) 間欠カオス解

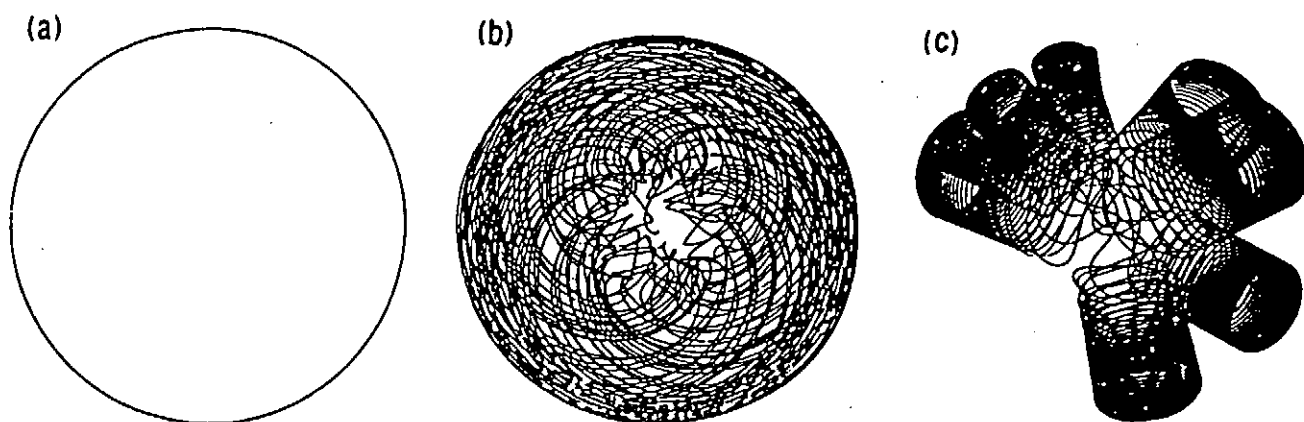


図3. 図2の各解に対応する位相空間の軌道

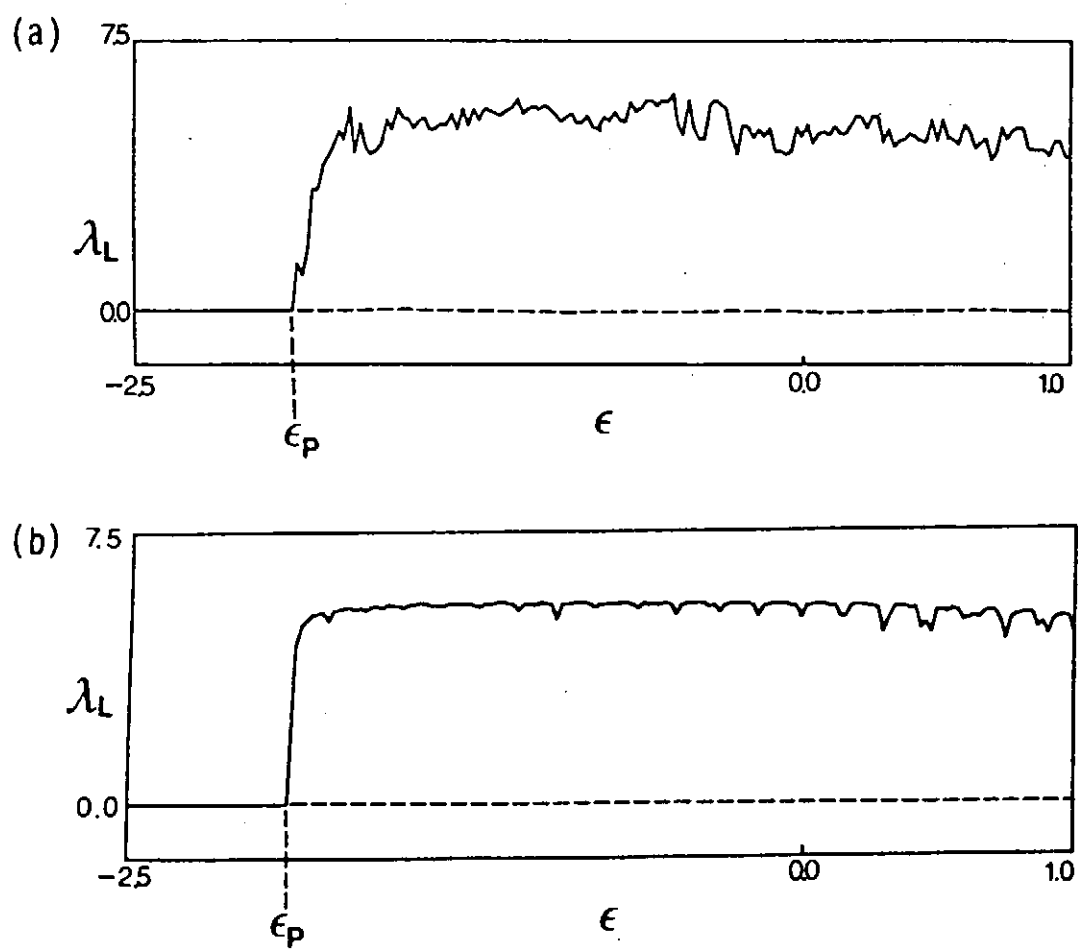


図4. カオス解、間欠カオス解に対応するリヤプノフ数

NIFS-MEMOシリーズ出版リスト
(Recent Issues of NIFS-MEMO Series)

- NIFS-MEMO-1 都築哲哉、東井和夫、松浦清剛、「パソコンによる JIPP T-IIU プラズマの平衡位置
フィードバック制御」1991年 4月
T.Tsuzuki, K.Toi and K.Matsuura, "Feedback Control of Plasma
Equilibrium with Control System Aided by Personal Computer on the JIPP
T-IIU Tokamak" ; Apr.1991 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-2 久保田雄輔、大林治夫、宮原 昭、大野和子、中村光一、堀井憲爾、「環境磁界の
研究 (I) 三次元積分磁束計の開発」1991年 7月
Y.Kubota, H.Obayashi, A.Miyahara, K.Ohno, K.Nakamura and K.Horii,
"Development of Three-Dimensional Compact Magnetic Dosimeter for
Environmental Magnetic Field Monitoring" ; July,1991 (In Japanese)
- NIFS-MEMO-3 「核融合科学研究所技術研究会;1991年3月19, 20日 土岐文化プラザ」1991年8月
"Proceedings of Symposium on Technology in Laboratories; Mar. 19, 20, 1991"
Aug. 1991 (In Japanese)