

## NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE

プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象  
Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in  
Plasmas and Beyond, 1995

代表者 河合 良信  
Y. Kawai

(Received - Aug. 23, 1996)

NIFS-PROC-27

Sep. 1996

**RESEARCH REPORT**  
**NIFS-PROC Series**

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan.

平成7年度  
核融合科学研究所共同研究  
研究会報告書

# プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象

代表者 河合 良信  
(九州大学総合理工)

# Report of the meeting on Chaotic Phenomena in Plasmas and Beyond, 1995

Y.Kawai

Interdisciplinary Graduate School of  
Engineering Sciences, Kyushu University,  
Kasuga, Fukuoka 816, Japan

## Abstract

This is a report on the meeting on chaotic phenomena in plasmas and beyond, held at NIFS on December 7, 1995.

**Keyword:** Fine particle, attractor, ion acoustic wave, intermittency, negative ion, ultra-short pulse, negative bias grid, Mathieu equation, Hysteresis, gas discharge, electron beam, bifurcation, sheath

文部省核融合科学研究所の平成7年度共同研究として、研究会「プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象」が、平成7年12月7日、核融合科学研究所本館企画室にて行われた。ここにその全ての講演の内容を報告する。

河合 良信 (代表者：九州大学大学院総合理工学研究科)

羽鳥 尹承 (世話人：核融合科学研究所)

# プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象 目次

- 1) 微粒子プラズマの密度揺動におけるアトラクターの変化..... 1  
斎藤和史、本澤忠夫 (宇都宮大工)
- 2) イオン音波不安定性の間欠性カオス..... 1 2  
(Intermittent Chaos in an Ion Acoustic Wave Instability)  
桑江裕文、林 信哉、河合良信 (九大総理工)
- 3) 負イオンを含む多成分プラズマにおけるイオンシース不安定性..... 2 0  
(Ion Sheath Instability in Multi-Component Plasmas Containing Negative Ions)  
古閑一憲、林 信哉、河合良信 (九大総理工)
- 4) 負バイアスグリッド近傍の低周波ノイズ..... 2 9  
佐藤杉弥、中村良治 (宇宙研)
- 5) 超短パルス反射法とカオス計測..... 3 6  
北条仁士、本多 元、桂川直己 (筑波大プラズマ研究センター)
- 6) 散逸を含む非線形 Mathieu 方程式に現れるカオス..... 4 2  
江原純一、渡辺慎介 (横浜国大工)
- 7) 放電プラズマのヒステリシス特性の解析..... 5 5  
(Analysis of Hysteresis Characteristics in Gas Discharge)  
松永 康、加藤鞆一 (早大理工)
- 8) グロー放電中で観測される不規則振動現象..... 6 7  
林 剛、河辺隆也 (筑波大物理)
- 9) 電子ビーム・プラズマ系における非線形低周波振動..... 7 2  
粕谷俊郎、上関 栄、和田 元 (同志社大工)
- 1 0) 電子ビーム・プラズマ系のカオス的振動..... 8 5  
(Chaotic Oscillation in an Electron-Beam and Plasma System).  
中村良治、渡辺 威 (宇宙研)
- 1 1) 電子ビーム・プラズマ系における波動系の分岐現象..... 9 3  
(Observation of Bifurcation Phenomena of Unstable Waves in an Electron  
Beam Plasma System)  
林 信哉、河合良信 (九大総理工)

# 微粒子プラズマの密度揺動におけるアトラクターの変化

宇都宮大 工 齋藤和史, 本澤忠夫

Yoshifumi Saitou and Tadao Honzawa

*Department of Electrical and Electronic Engineering,  
Utsunomiya University, Utsunomiya, Tochigi 321*

A new chaos equation is derived on the basis of a simplified plasma-dust grain system model, where the dust charge is assumed to change in time. It is found that a solution of the equation has a positive Lyapunov exponent under a pair of certain parameters. It is analytically realized that the extension of an attractor of the equation is related with an unstable state of the Mathieu equation.

## I. 序論

微粒子プラズマに関する研究は、産業へのプラズマ応用やスペース・プラズマとの関連において近年盛んになされるようになってきた。また、基礎的なプラズマ実験においても、微粒子によるクーロン結晶の形成や微粒子プラズマによって波動の伝播の様子を可視化することが可能になるなど、多くの興味ある研究成果が報告されている。<sup>1-10)</sup> 微粒子プラズマ中の粒子は、従来の水素やヘリウム、アルゴンなどのプラズマ中のイオンに比べ、質量が非常に大きいこと、幾何学的な断面積が大きいこと、イオンや電子に比べて非常に大きな電荷を持ち得ることなど、幾つかの際立った特徴を持っている。<sup>11)</sup>

本研究では、微粒子がプラズマのイオンや電子に比べてはるかに大きな電荷を持ち得ることに着目し、特に、微粒子の平均間隔が Debye 長よりも十分大きい、いわゆる微粒子の isolated な状態において、その電荷が時間的に変化する場合についてモデル化して方程式を導く。微粒子の電荷がどのようにして決まるかについては幾つかの機構が知られているが、一般に二次電子放出の影響を見積ることが困難で、それらの研究では微粒子に流出入するイオンと電子のフラックスのみを考慮しているものが多い。<sup>12)</sup> 従って、isolated な状態においても微粒子の電荷が時間的に変化することは、特に微粒子の表面ポテンシャルが大きく変化する得る場合など<sup>13)</sup>では十分有り得ることである。このようにして導かれた方程式がカオス的な解を持ち得ることを Lyapunov 指数を評価することによって示す。また、なぜカオス的な解を持つようなアトラクタが現れるのかについて、級数展開を用いて考察する。

## II. 基礎方程式の導出

外部電場と外部磁場が共に印加されていない、空間的に 1 次元のプラズマ・微粒子系を考える。微粒子を取り囲むプラズマの密度については、熱力学における熱浴の類推から、“プラズマ浴” 的なものを考える。すなわち、プラズマのイオンと電子の密度 ( $n_i, n_e$ ) は微粒子の密度 ( $n_d = n_0 + n, n_0 \gg n$ . ただし、 $n_0$  と  $n$  はそれぞれ微粒子密度の無摂動成分と摂動成分を表す) に比べて十分大きいとし、以下で考えるように微粒子の電荷  $q$  が時間変化した場合にも、一般に微粒子は負に帯電していることを考慮した上で、常に電気的中性条件  $n_i = n_e + Zn_0$  (ただし  $Z = q/|e|$ ,  $|e|$  は素電荷) が保たれるとする。  $n_i, n_e \gg n_0$  のような場合、微粒子が isolated な場合について考えていることになるので、微粒子は素電荷  $|e|$  に比べて十分大きな電荷  $q$  を持っていることとみなすことができる ( $q/|e| \lesssim 10^3 - 10^4$ ).<sup>1,12)</sup> 従って、 $q$  が連続的に変化しているとして取り扱うことが可能になる。また、微粒子には定常的なフローはないとする。

以下では流体的な描像のもとで線形近似的に微粒子の密度揺動を記述する基礎方程式を導く。  $m_d, v$  をそれぞれ微粒子の質量、速度と置くと、微粒子の運動方程式、連続の式、Poisson の式はそれぞれ次のようになる。

$$m_d n_0 \frac{\partial v}{\partial t} = q n_0 E \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v}{\partial x} = S \quad (2)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} = q n \quad (3)$$

ただし、(2) 式のソース項として

$$S = \alpha n - \frac{1}{3} \beta n^3, \quad (4)$$

を考える。ここで、係数  $\alpha$  と  $\beta$  はそれぞれ微粒子の生成率と損失率に対応するものである。通常のプラズマでは、 $n^3$  の項は  $X^+ + e + e \rightarrow X^* + e$  ( $X^+, X^*, e$  はそれぞれ任意の原子のイオンとその励起原子、および電子を表す) のような三体再結合によるプラズマの損失をあらわすが、<sup>15,16)</sup> 今の場合、微粒子の電荷が素電荷よりも十分に大きいとしているので、少なくとも、このように高々 2 個の電子が介在したような三体再結合による損失を表しているのではない。ここではただ単に、 $n^3$  に比例した微粒子の損失があるとする。

(1) ~ (4) 式から  $v$  と  $E$  を消去し、さらに  $x$  を固定して考えれば

$$\frac{d^2n}{dt^2} - (\alpha - \beta n^2) \frac{dn}{dt} + \frac{n_0 q^2}{\epsilon_0 m_d} n = 0 \quad (5)$$

を得る。そこで、 $q$  が時間的に変化しているとする。今、 $q$  の時間変化が連続的であるとして取り扱うことができるので

$$\frac{n_0 q^2}{\epsilon_0 m_d} = \omega_0^2 (\delta - \epsilon \cos \omega t) \quad (6)$$

と置く。ただし、 $\omega_0$  は通常のプラズマにおけるプラズマ角周波数に対応するもので、ここでは定数である。最終的に、基礎方程式として

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (\alpha - \beta x^2) \frac{dx}{dt} + x \omega_0^2 (\delta - \epsilon \cos \omega t) = 0 \quad (7)$$

を得る。ただし、 $n$  を  $x$  と書き換えた。左辺第 2, 3 項と第 4, 5 項はそれぞれ van der Pol 方程式と Mathieu 方程式に似た形をしている。

### III. 数値計算結果

(7) 式を、次のような 2 つの 1 階の常微分方程式の連立方程式として 4 次の Runge-Kutta 法で解く。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = (\alpha - \beta x^2)y - \omega_0^2 x (\delta - \epsilon \cos \omega t), \end{cases} \quad (8)$$

方程式中には  $\alpha, \beta, \delta, \epsilon, \omega_0, \omega$  というパラメータが存在する。これらのパラメータは、本来、実験的に決定されるべきものである。しかしながら、現時点ではこれらの値を決定するだけの十分な実験データがない。そこで、ここでは次のような値を採ることにする： $\delta = 1.0, \epsilon = 1.0, \omega_0 = 1.0, \omega = 1.0$ 。以下では、 $\alpha$  and  $\beta$  を種々変化させてこの方程式の性質を調べることにする。

Fig. 1 (a) に  $\alpha = 1.0$  として  $\beta$  を変化させたとき、また、Fig. 1 (b) に  $\beta = 0.1$  として  $\alpha$  を変化させたときの典型的なアトラクタを示す。ただし、初期の 700 点は過渡状態であるとして取り除いてある。これらの図から、 $\alpha$  によってアトラクタの形が大きく変化すること、及び、 $\beta$  によってアトラクタのサイズが大きく変化することがわかる。 $\alpha \leq 0.78$  の場合のアトラクタは Mathieu 方程式のリミットサイクルに形が良く似ており、また、 $\alpha \geq 2.0$  の



場合には van der Pol 方程式のリミットサイクルに良く似ていることがわかる。  $0.78 < \alpha < 2.0$  の場合には、軌道は相空間の上半面と下半面の Mathieu 方程式のリミットサイクルに似たアトラクタを交互にかつランダムに訪れ、軌道が非常に複雑になっていることがわかる。

#### IV. 討論

$\alpha = 1.0, \beta = 0.1$  の場合について Lyapunov 指数  $\lambda$  を調べた結果を Fig. 2 に示す。この図で  $\tau$  は時系列データの時間的な長さ表している。  $\alpha = 1.0, \beta = 0.1$  の場合に Lyapunov 指数が  $+0.007$  で正となっていること、すなわちカオス的になっていることがわかる。これ以外の  $\alpha, \beta$  では、現在調べた範囲において Lyapunov 指数はすべて 0 以下となっている。

そこで、(7) 式の解がカオス的になる理由について解析的に調べることにする。そのために、この式の解を  $t = 0$  のまわりで級数展開することを試みる。初期値をアトラクタ上の点にとれば、このような展開によってアトラクタ上の任意の時間  $t$  のまわりにおける解の振舞いを調べることができる。ただし、(7) 式中に含まれるコサインを含む項を級数展開中で陽にあらわすため、 $\cos \omega t$  を  $\cos(\omega t + \varphi)$  ( $\varphi$  は定数) で置き換える。展開して得られた結果は次のようになる。

$$x(t) \simeq x(0) + \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} t + \frac{1}{2} \left\{ \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} (\alpha - \beta x^2(0)) - \omega_0^2 x(0) (\delta - \varepsilon \cos \varphi) \right\} t^2 \quad (8)$$

比較のため、van der Pol 方程式と Mathieu 方程式の解についても同様に級数展開すると

[a] van der Pol 方程式の解:

$$x(t) \simeq x(0) + \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} t + \frac{1}{2} \left\{ \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} (\alpha - \beta x^2(0)) - \omega_0^2 x(0) \right\} t^2. \quad (9)$$

[b] Mathieu 方程式の解:

$$x(t) \simeq x(0) + \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} t - \frac{1}{2} \omega_0^2 x(0) (\delta - \varepsilon \cos \varphi) t^2. \quad (10)$$

そこでまず  $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0$  とすると (8) 式より

$$x(t) \simeq x(0) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \omega_0^2 (\delta - \varepsilon \cos \varphi) \right\} \quad (11)$$

同様に (9), (10) 式よりそれぞれ

$$x(t) \simeq x(0) \left( 1 - \frac{1}{2} \omega_0^2 t^2 \right) \quad (12)$$

$$x(t) \simeq x(0) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \omega_0^2 (\delta - \varepsilon \cos \varphi) \right\} \quad (13)$$

これらより,  $\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = 0$  近傍では方程式 (7) の解は Mathieu 方程式の解と似た振舞をすることがわかる.  $\delta = 1.0, \varepsilon = 1.0$  の場合には Mathieu 方程式は不安定になることが知られている.<sup>17)</sup> 従って, アトラクタの  $\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = 0$  近傍における広がりには Mathieu 方程式の不安定性に起因していることが予想される. 実際, Mathieu 方程式が安定となる  $(\delta, \varepsilon) = (5, 1)$  の場合には Fig. 3 に示すように  $\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = 0$  近傍におけるこのようなアトラクタの広がりほとんど無視できる程小さくなる.

一方  $x(0) = 0$  とすれば, 上と同様に (8) ~ (10) 式からそれぞれ

$$x(t) \simeq \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} \left( t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \right) \quad (14)$$

$$x(t) \simeq \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} \left( t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \right) \quad (15)$$

$$x(t) \simeq \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} t \quad (16)$$

すなわち,  $x(0) = 0$  近傍では (7) 式の解は van der Pol 方程式の解に似た振舞をすることがわかる. van der Pol 方程式の解は  $\alpha = 1.0, \beta = 0.1$  の場合はリミットサイクルになっている.

以上のことから, 方程式 (7) の解は van der Pol 的な性質と Mathieu 的な性質が融合したものとなっていることが予想される. 計算結果の節で述べたようにアトラクタの形状のみに着目すれば, パラメータ  $\alpha$  はアトラクタの形を決め,  $\beta$  はアトラクタのサイズを決めていると考えられる. その原因は, 本節で明らかにしたように, これらのパラメータを変化させることによって, van der Pol 的な性質と Mathieu 的な性質のバランスが変化していることによるものと考えられる. すなわち, アトラクタの形状から判断して,  $\alpha < 1$  では Mathieu 的な性質が, また,  $\alpha > 1$  では van der Pol 的な性質が強くあらわれる.

## V. まとめと今後の課題

非常に単純化したプラズマ・微粒子系のモデルに基づき、微粒子の密度揺動を記述する基礎方程式を導いた。この方程式のパラメータのうち、 $\alpha$ 、 $\beta$ を変化させ、それ以外は固定したままで数値的にその方程式の性質を調べた。数値解析の結果から、パラメータ  $\alpha$  はアトラクタの形を決め、 $\beta$  はアトラクタのサイズを決めると考えられる。 $\alpha$  が小さい場合には Mathieu 的であり、大きい場合には van der Pol 的である。一方、方程式の解を級数展開して求めることによって、 $\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = 0$  近傍では解の性質は Mathieu 的となり、一方、 $x(0) = 0$  近傍では解の性質は van der Pol 的となることが明らかとなった。今の場合、Mathieu 方程式が不安定となる領域で基礎方程式の解の振舞を調べているので、 $\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = 0$  近傍では Mathieu 方程式の不安定性によってアトラクタが広がると考えられる。パラメータ  $\alpha$ 、 $\beta$  を変化させることは、 $\delta$  と  $\varepsilon$  を固定して考えているので、結果的に van der Pol 方程式的な性質と Mathieu 方程式的な性質のバランスを変化させていることとなる。この両方程式の性質が丁度拮抗していると予想される  $\alpha = 1.0$  ( $\beta = 0.1$ ) の場合には Lyapunov 指数が正となり、解がカオス的となったと考えられる。

数値計算の節でも述べたが、導いた基礎方程式中に現れる諸パラメータは実験によって決定されるべきものである。従って、今後、この方程式中に現れるパラメータを決定するような実験を行う必要がある。また、そのような実験によって、本研究中で述べたようなカオスが観測されるか否かを検証する必要がある。

## References

- 1) C. B. Dwivedi and B. P. Pandey: Phys. Plasmas **2** (1995) 4134.
- 2) N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu: Planet. Space Sci. **38** 543 (1990).
- 3) N. D'Angelo: Planet. Space Sci. **38** 1143 (1990).
- 4) F. Melandsø: Phys. Scri. **45** 515 (1992).
- 5) F. Melandsø, T. K. Aslaksen, and O. Havens: Planet. Space Sci. **41** 321 (1993).
- 6) M. Rosenberg: Planet. Space Sci. **41** 229 (1993).
- 7) R. K. Varma, P. K. Shukla, and Krishan: Phys. Rev. E **47** 3612 (1993).
- 8) D. Winske, S. Peter Gray, M. E. Jones, M. Rosenberg, V. W. Chow, and D. A. Mendis: Geophys. Res. Lett. **22** 2069 (1995).
- 9) M. Salimullah, B. Dasgupta, K. Watanabe, and T. Sato: J. Phys. Soc. Jpn. **64** 3758 (1995).
- 10) A. Barkan, R. L. Merlino, and N. D'Angelo: Phys. Plasmas **2** (1995) 3563.

- 11) 横田俊昭: 『パリティ』第9巻 (1994, 丸善, 東京) 17–28 頁.
- 12) C. K. Goertz and W. H. Ip: *Geophys. Res. Lett.* **11** (1984) 349.
- 13) P. Bliokh, V. Sinitsin, and V. Yaroshenko: *Dusty and Self-Gravitational Plasmas in Space* Chap. 1 (1995, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht) pp. 1–44.
- 14) N. Minorsky: *C. R. Ac. Sci.* **234** (1952), and *J. Franklin Inst.* **256** (1953).
- 15) J. S. チャン, R. M. ホブソン, 市川幸美, 金田輝男: 『電離気体の原子・分子過程』第5章 (1989, 東京電機大学出版局, 東京) 157–204 頁.
- 16) Y. Matsunaga and T. Kato: *Res. Rep. NIFS-PROC Ser.* **22** (1995, NIFS, Nagoya) p. 39.
- 17) 戸田盛和: 『振動論』, 第2章 (1985, 培風館, 東京) 38–39 頁.

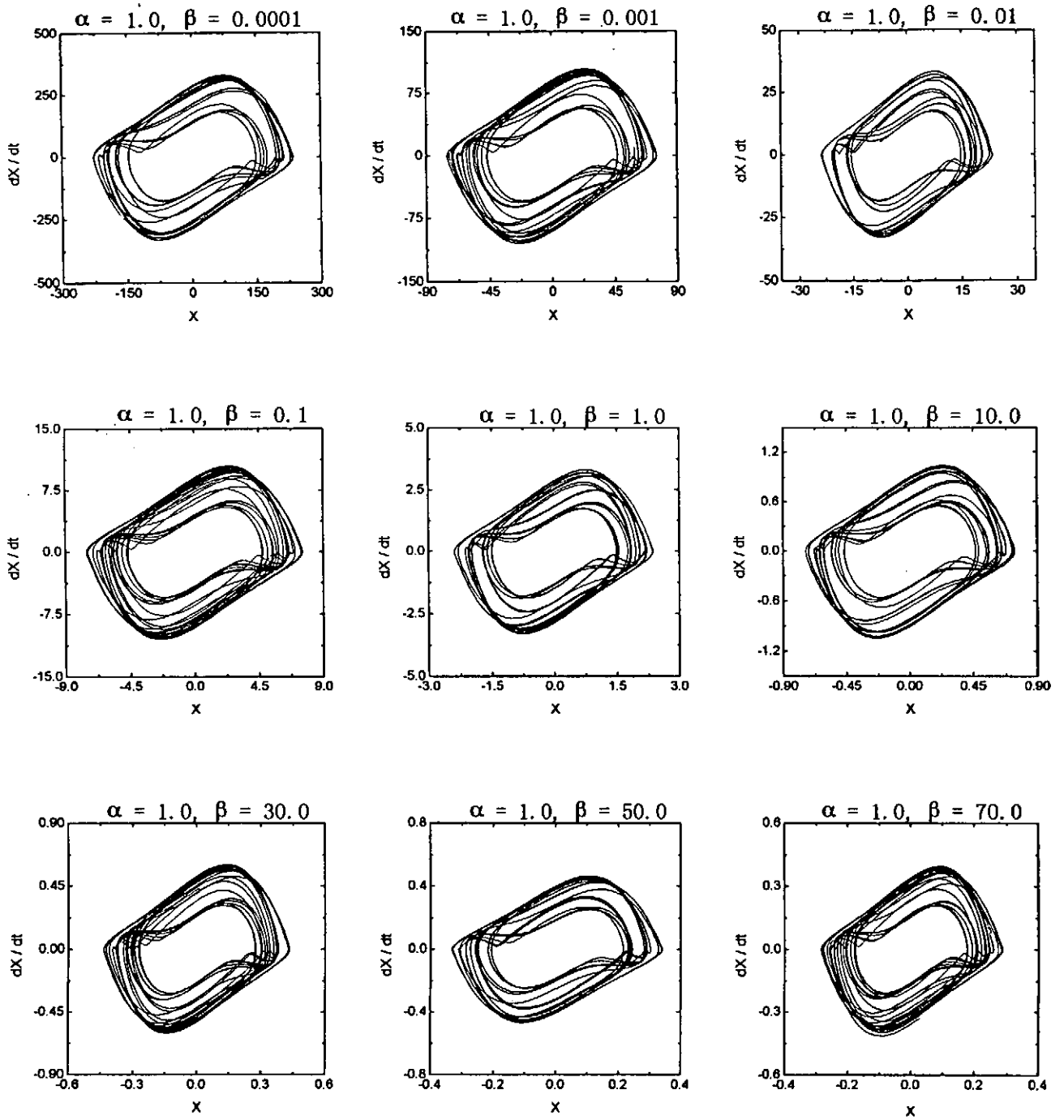


Fig. 1(a)  $\alpha = 1.0$  の場合の  $\beta$  によるアトラクタの変化

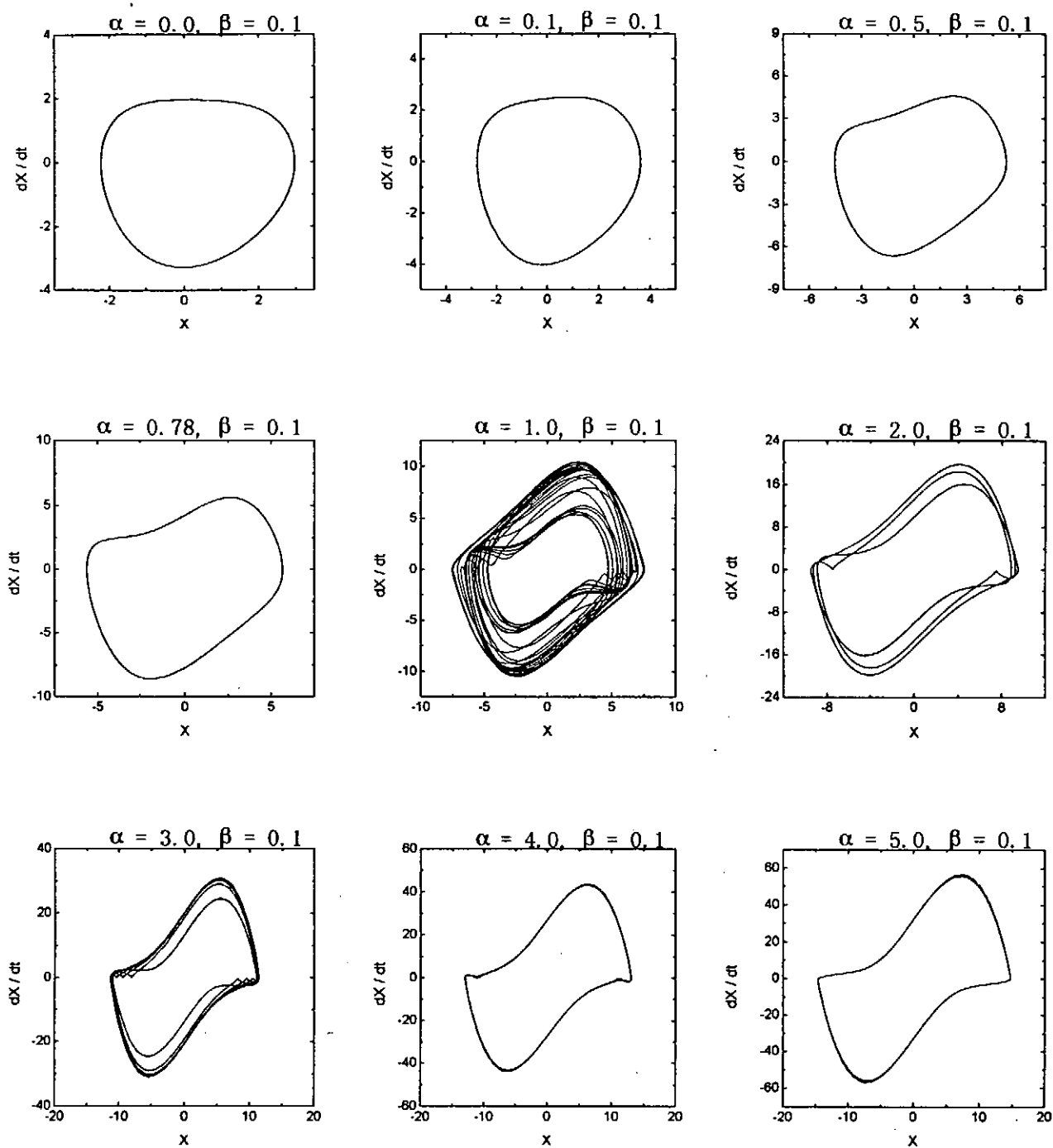


Fig. 1(b)  $\beta = 0.1$  の場合の  $\alpha$  によるアトラクタの変化

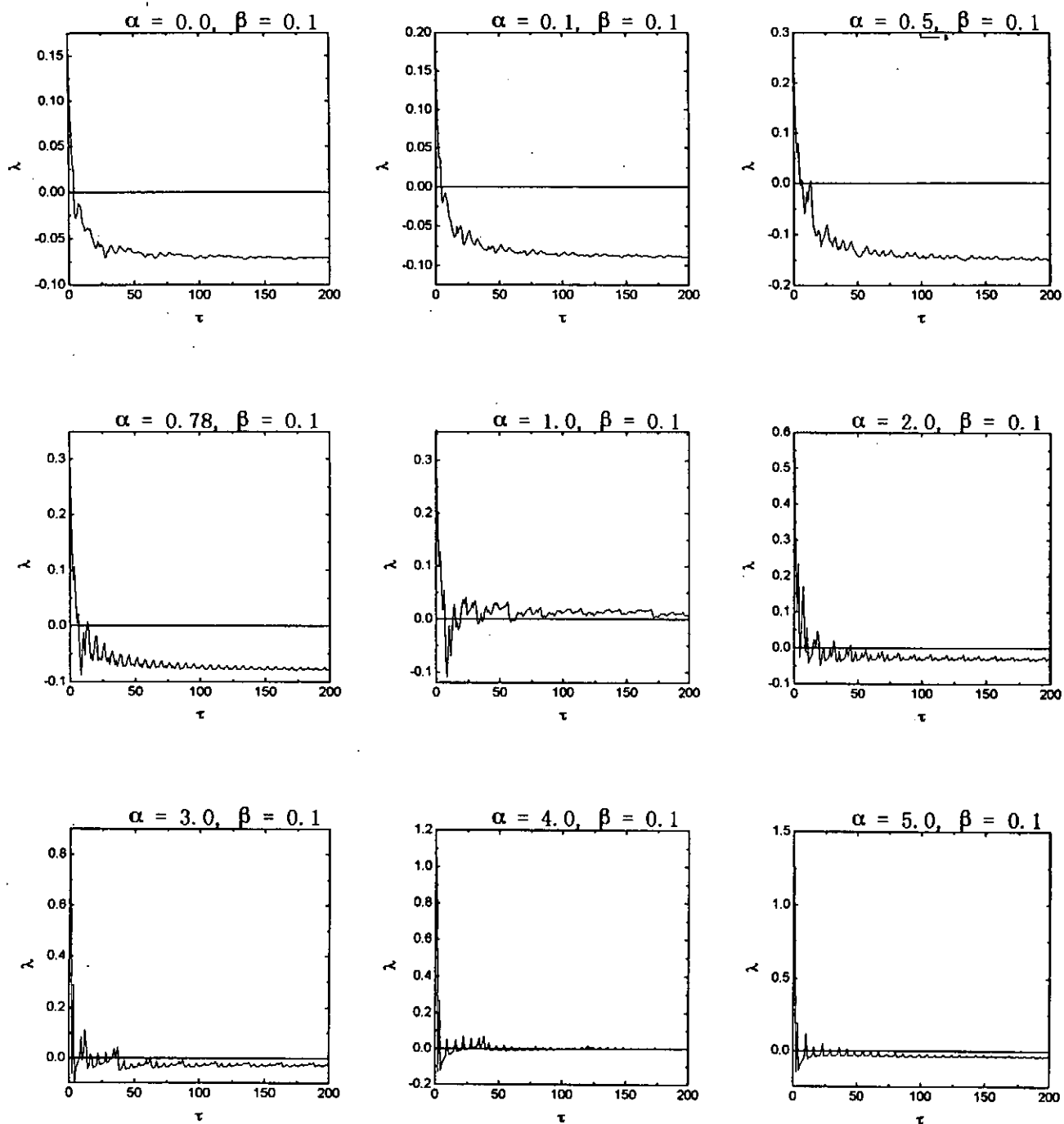


Fig. 2  $\alpha$  による Lyapunov 指数の変化. ただし  $\tau$  は時系列の長さである.

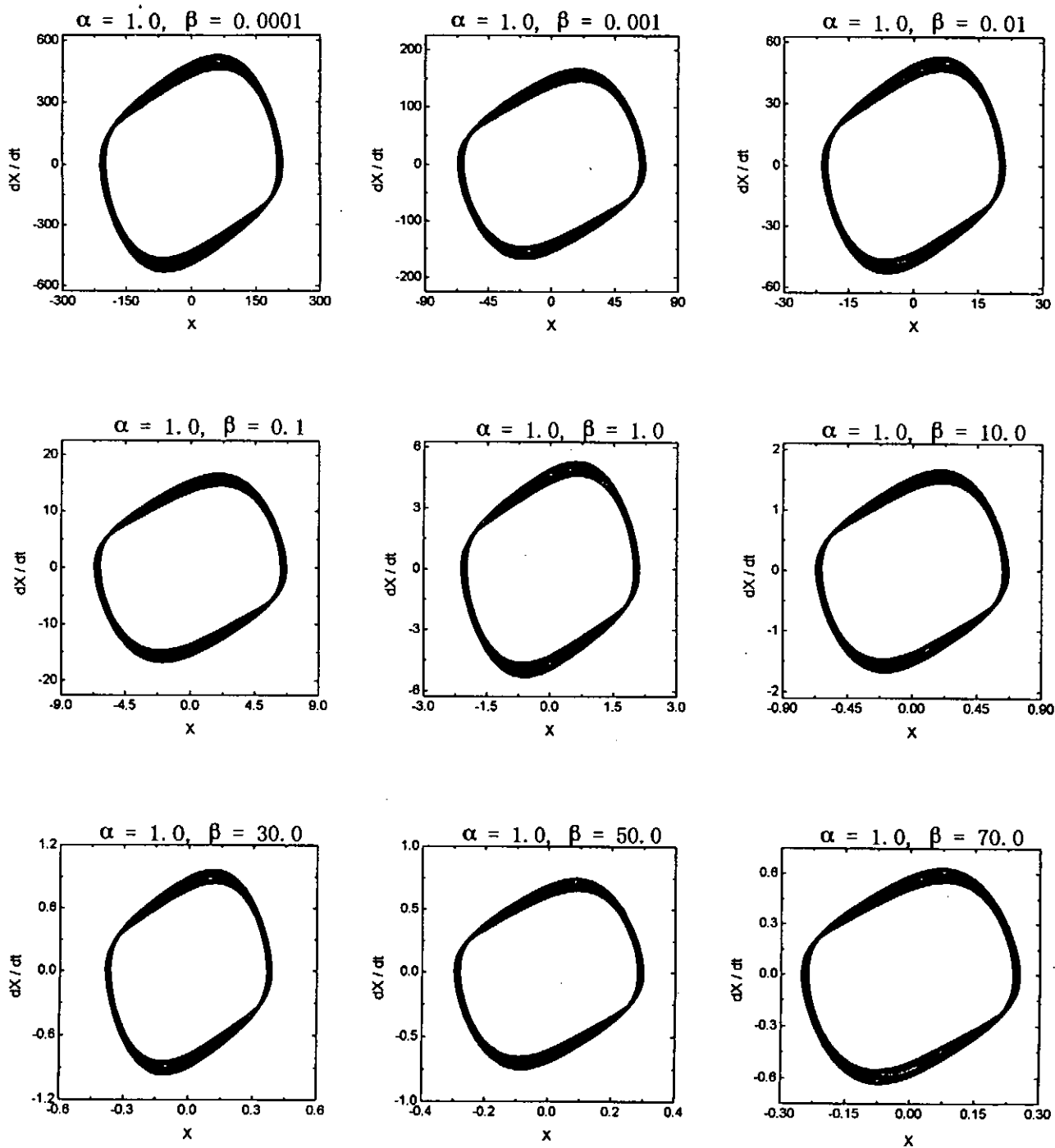


Fig. 3 Mathieu 方程式が安定な場合 ( $\delta = 5.0, \varepsilon = 1.0$ ) の場合のアトラクタ



イオン音波不安定性の間欠性カオス  
Intermittent Chaos in an Ion Acoustic Wave Instability

九大総理工 桑江裕文, 林 信哉, 河合良信

H. Kuwae, N. Hayashi and Y. Kawai

Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

## 1 はじめに

イオン音波不安定性の研究<sup>1,2)</sup>は以前より放電管プラズマにおいて行われてきた。この不安定性が励起されることにより burst 的な時系列も励起されることが知られているが、このような burst 的な時系列は、間欠性カオスに至ることが流体力学、化学反応系といった分野において研究されている。しかし、burst 的な時系列が生じるイオン音波不安定性と間欠性カオスとの関連性については研究は行われていない。

本実験では、D.P. 装置を用いイオン音波不安定性を励起することにより得られる時系列を、カオス的な観点から解析することでカオスか否かの同定を行うことを目的としている。

## 2 実験装置及び測定方法

Fig.1に実験装置の概要を示す。ダブルプラズマ (D.P.) 装置は長さ 120 cm, 直径 70 cm のステンレス製真空容器である。

真空容器内を圧力  $3.0 \times 10^{-7}$  Torr 以下に排気した後、アルゴンガスを導入して  $4.0 \sim 5.0 \times 10^{-4}$  Torr の圧力で実験を行った。真空容器の円周に 12 本のトリエテッドタングステンフィラメントが取り付けられている。このフィラメントから放出される熱電子は、フィラメントとステンレスパイプの間に印加される +30 ~ 90 V の放電電圧で加速され、中性原子と衝突する。すると中性原子は電離してイオンと電子になり、この電子が他の中性原子を電離する。このように次々と中性原子が電離してプラズマを生成する。生成されたプラズマはカスプミラーによって閉じこめられ、実験領域でプラズマ密度の一様性が保たれる。

D.P. 装置は、フローティング電位に保たれた中央のセパレーショングリッドにより、ドライバー領域とターゲット領域の 2 つの領域に分けられている。これによってドライバープラズマとターゲットプラズマがショートするのを防ぎ、プラズマパラメーターを独立に制御することができる。

本実験では通常とは異なり、ドライバー側にプラズマを生成せずに実験を行った。予め、ターゲット側のプラズマ中に直径約 10 cm, 50 mesh/inch のステンレス製電極 2 枚を約 3 cm の間隔を保ちターゲット領域のほぼ中央に置いた。セパレーショングリッド側の電極をフローティング電位にし、他方に電圧  $V_m$  を印加してイオン音波不安定性を励起した。この時の放電電圧は  $V_d = 150$  V で放電電流は  $I_d = 60$  mA である。

実験領域である電極間での電子密度は  $2 \times 10^8 \text{ cm}^{-3} \sim 5 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$ , そして電子温度は約 1 ~ 2 eV であった。

不安定性をコントロールするパラメーターは印加電圧  $V_m$  で、不安定性は電流の揺動  $I$  として測定した。

### 3 実験結果

#### 3.1 イオン音波不安定性

プラズマ中に挿入した電極に電圧を印加することによりイオンプラズマ周波数  $f_{pi}$  近傍に不安定性が励起される。印加電圧を増加させると逆 Landau damping により不安定性が成長していくことが知られている<sup>10,11)</sup>。本実験においても 600 kHz 近傍のイオンプラズマ周波数に不安定性が励起され、印加電圧  $V_m$  を増加させると不安定性が成長していくことがわかる (Fig.2)。

Fig.2からわかるようにイオン音波不安定性が励起されると周波数スペクトルが離散的になる。このような離散的なスペクトルを持つ現象としてイオン音波不安定性の他に電極間でのダブル・レイヤーの形成ということが考えられる<sup>2,3)</sup>。本実験で現れた現象とダブル・レイヤーとの区別をつけるために、 $n$  番目のピーク周波数とその波長  $L/n$  ( $L$ : 極板間隔) を用いて分散関係を求めた (Fig.3)。この Fig.3 からわかるように 600 kHz でイオン波の特徴である分散性が見られる。もしこの現象がダブル・レイヤーであるならこのような分散性は現れない。従って本実験で観測された不安定性はイオン音波不安定性であるといえる。

#### 3.2 アトラクターの再構成

本実験で観測された現象がイオン音波不安定性であることを 3.1 で述べた。この現象のもう一つの特徴は時系列がバースト状になることである (Fig.4, Fig.6, Fig.8, Fig.10, Fig.12)。このようなバースト状の時系列は、間欠性カオスとの関連性があることが知られている。そこで埋め込み法により時系列からアトラクターを構成した図が、Fig.5, Fig.7, Fig.9, Fig.11, Fig.13である。これらの図からわかるようにコントロールパラメーター  $V_m$  を増加させると徐々に系が複雑になり、 $V_m = 30$  V の時に系が最も複雑になっていることが分かる。

#### 3.3 アトラクターの次元解析

3.2 で示した時系列 (Fig.4, Fig.6, Fig.8, Fig.10, Fig.12) から相関次元<sup>4)</sup>を求めた結果が Fig.14 ~ Fig.18である。これらの図から言えることは、Fig.14では埋め込み次元を増加させても相関次元が飽和していない。すなわちこの系においてはノイズしか発生していない。このことは、Fig.5からもわかる。また、Fig.15では、埋め込み次元を上げても相関次元は一様に飽和していない。このことは、Fig.7からもわかるようにノイズの影響だと考えられる。Fig.16 ~ Fig.18は、埋め込み次元が2あたりで飽和し始めており5あたりでは完全に飽和をしている。従ってそれぞれの場合について相関次元を求めることができる。これら結果から、最もカオス的になっていると思われる状態は  $V_m = 30$  時でこの時の相関次元は約 2.3 次元である。従ってこの時のアトラクターはフラクタル構造を持っている。つまり、このアトラクターはストレンジアトラクターであることを示しており、このことから  $V_m = 30$  V 時はカオス的な振る舞いをしていると考えられる。

### 3.4 Lyapunov 指数の計算

3.2,3.3でイオン音波不安定性が励起された系はカオス的な振る舞いをしているということを述べたが、以上の結果だけでカオスであると断定するためにはまだ不十分であると考えられるので、さらに、Wolfら<sup>5,6)</sup>のアルゴリズムに従って、最もカオス的な振る舞いをしていると考えられる  $V_m = 30V$  の場合について、相関次元が完全に飽和している埋め込み次元が10 (Fig.16参照) の場合の Lyapunov 指数を求めた結果が Fig.19である。この図から Lyapunov 指数が正になっていることがわかる。すなわち、この系の軌道は不安定になっており、また軌道の引き延ばしが起こっていると考えられる。従って、 $V_m = 30V$  の系はカオスになっているといえる。

さらに、この Fig.19から Lyapunov 指数が飽和しているので、最大 Lyapunov 指数を求めることができる。よって、この時の最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$  は約 1.9 である。

### 3.5 カオスの分類

3.1 ~ 3.4より、この系がカオスに至っていることがわかったが、得られた系がどのようなカオスに分類されるのかを同定することも必要である。この系の時系列がバースト状になっていること、パワースペクトルが離散的になっていることから、この系のカオスは間欠性カオス<sup>7,8)</sup>の可能性が高い。従って間欠性カオスであることを同定するために  $V_m = 30V$  の時のパワースペクトルを  $\log - \log$  プロットしたものが Fig.20である。この図から求めた  $1/f$  ノイズの傾きは  $\delta \sim 0.5$  であった。 $\delta \sim 2$  ではないことから Type 1 の間欠性カオス<sup>9)</sup>ではないと考えられるが、別の Type の間欠性カオスの可能性もある。本実験において初期のノイズがかなり大きく S/N 比が低い為、間欠性カオスの Type の同定を行うのは困難である。

## 4 まとめ

プラズマ中に電極を挿入し電圧を印加することによってイオン音波不安定性を励起し、この系をカオスの側面から解析した結果、カオスであることがわかった。以下に本実験で得られた結果を述べる。

1. イオン音波不安定性の系では電極での波の反射が生じることが知られている<sup>1)</sup>が、この波の反射により系が複雑になりカオスに至っていると考えられる。
2. 本実験で励起された系は、約 2.3 次元の力学系である。
3. カオスの分類を行ったが間欠性カオスであることの同定には至らなかった。このことは、初期のノイズに原因があると考えられる。

## 参考文献

- 1) H. Tanaca, A. Hirose and M. Koganei, Phys. Rev., **161**, 94 (1967)
- 2) H. Fujita, S. Yagura, Y. Kawai and N. Sato, Proc. ICPIG., Düsseldorf, p732, (1983)

- 3) S. Iizuka, P. Michelsen, J. J. Rasmussen, R. Schrittwieser, R. Hatakeyama, K. Saeki and N. Sato, *Phys. Rev. Lett.*, **48**, 145 (1982)
- 4) P. Grassberger and I. Procaccia, *Phys. Rev. Lett.*, **50**, 153 (1983); *Physica* **9D**, 189 (1983)
- 5) A. Wolf and J. Swift, "Progress in Computing Lyapunov Exponents from Experimental Data" in: *Statistical Physics and Chaos in Fusion Plasmas*, C. W. Horton Jr and L. E. Reichl (Wiley, New York, 1984)
- 6) A. Wolf, J. Swift, H. L. Swinney and J. Vastano, *Physica*, **16D**, 285 (1985)
- 7) H. Okamoto, H. Mori, S. Kuroki, *Prog. Theor. Phys.*, **79**, 581 (1988)
- 8) T. Kohyama and Y. Aizawa, *Prog. Theor. Phys.*, **71**, 917 (1984)
- 9) A. Ben-Mizrachi, I. Procaccia, N. Rosenberg, A. Schmidt and H. G. Schuster, *Phys. Rev.*, **A31**, 1830 (1985)
- 10) D. B. Fenneman, M. Raether and M. Yamada, *Phys. Fluid*, **16**, 871 (1973)
- 11) M. Yamada and M. Raether, *Phy. Fluids*, **18**, 361 (1975)

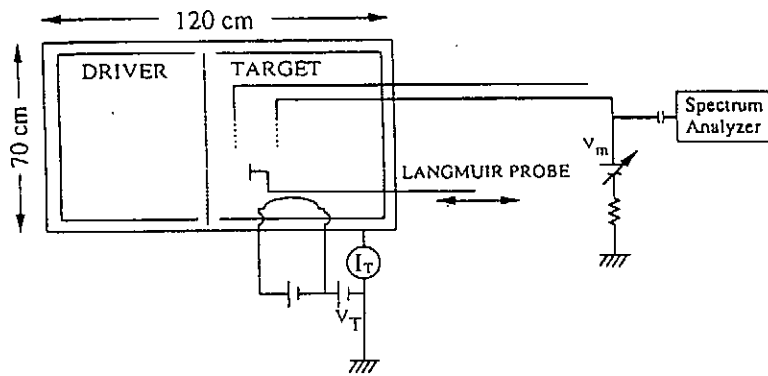


Fig.1: ダブルプラズマ (D.P.) 装置と測定系の模式図

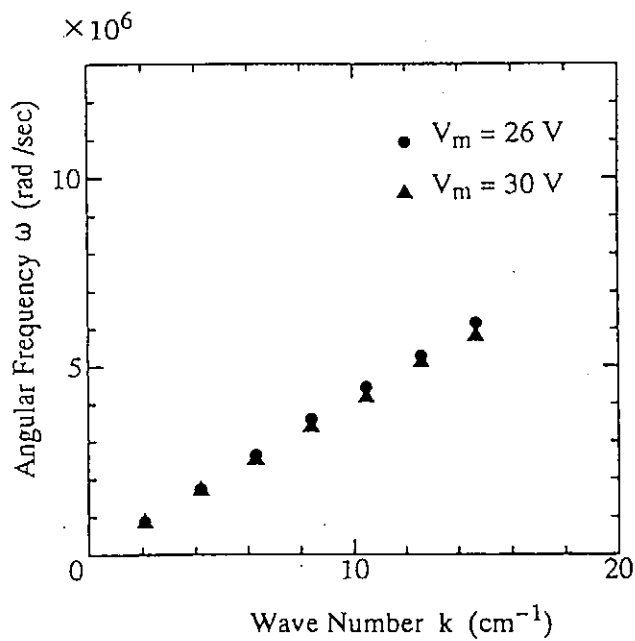


Fig.3: 分散関係

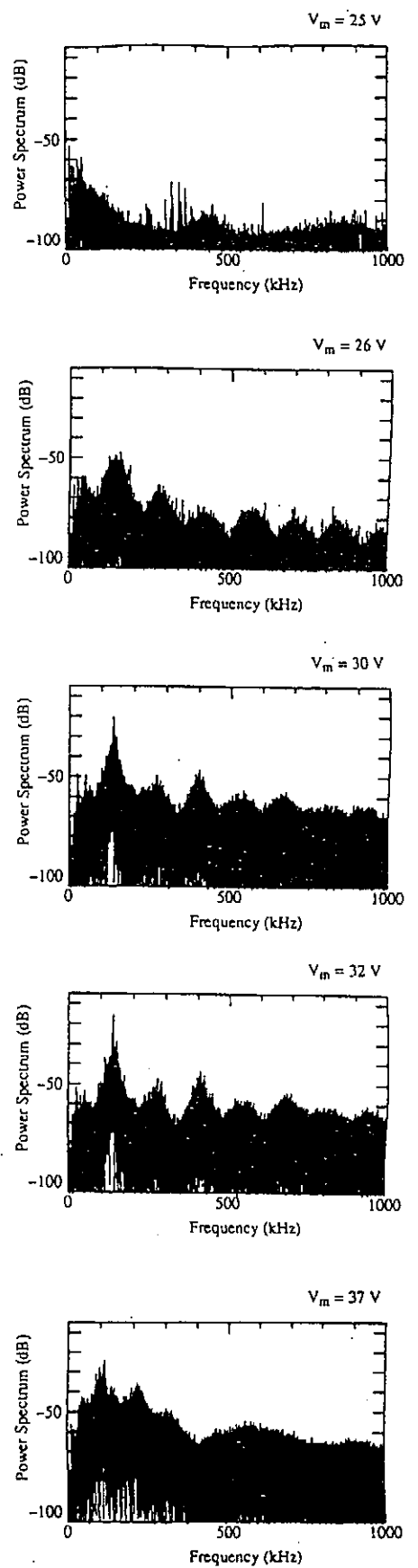


Fig.2: 印加電圧に対するスペクトルの変化

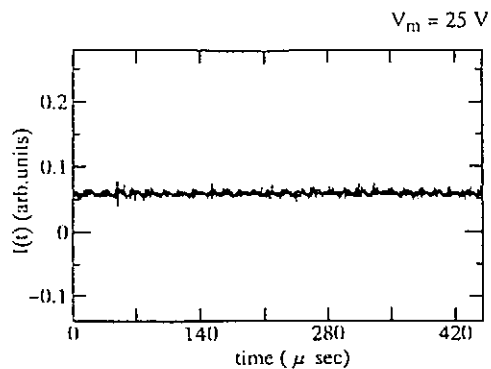


Fig.4: 時系列

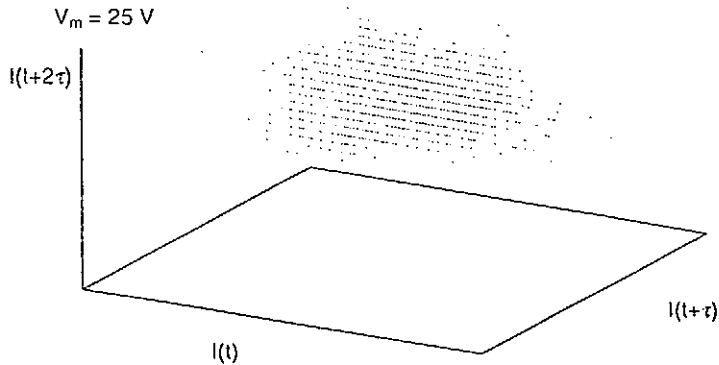


Fig.5: Fig.4 に対応したアトラクター

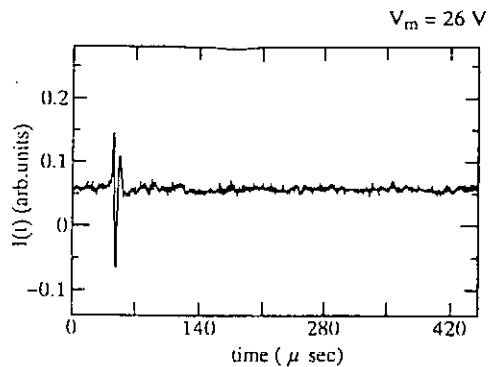


Fig.6: 時系列

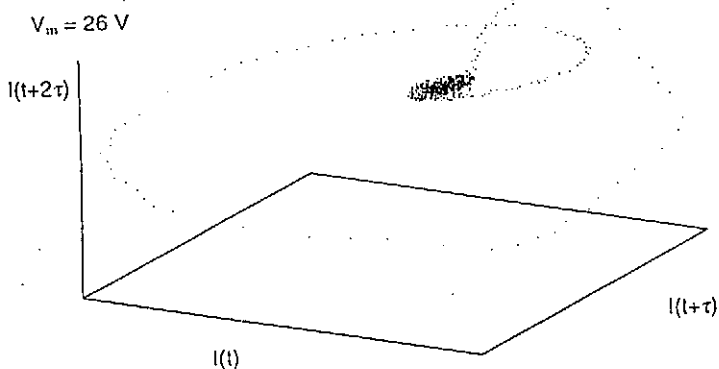


Fig.7: Fig.6 に対応したアトラクター

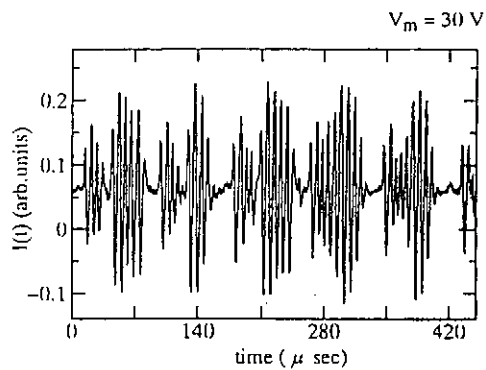


Fig.8: 時系列

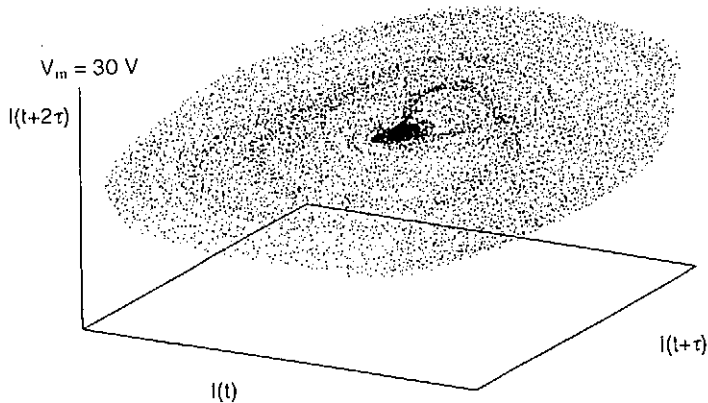


Fig.9: Fig.8 に対応したアトラクター

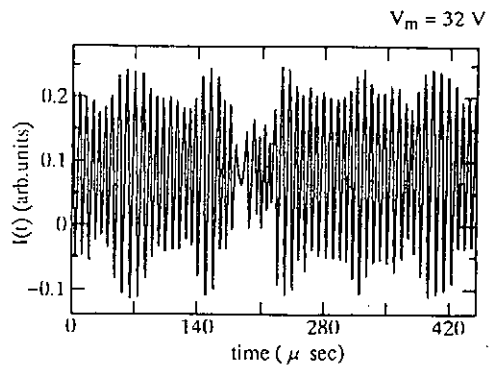


Fig.10: 時系列

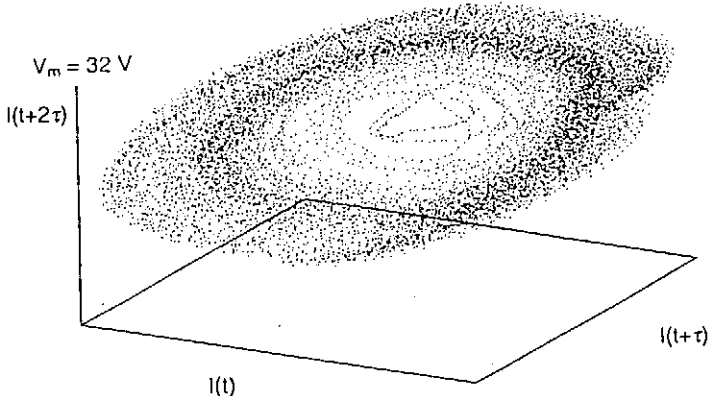


Fig.11: Fig.10 に対応したアトラクター

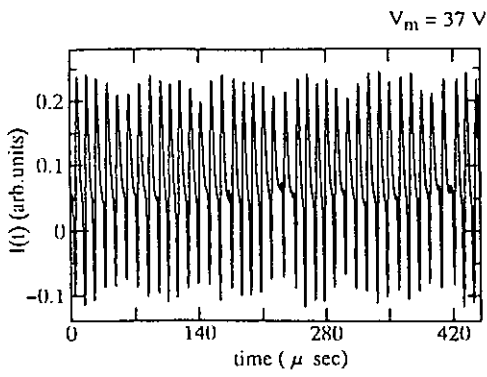


Fig.12: 時系列

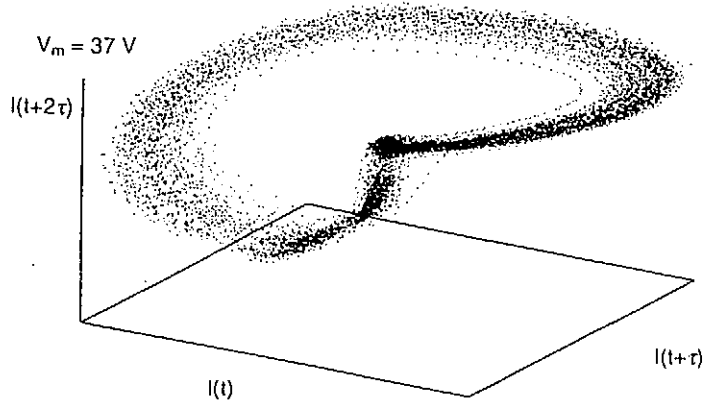


Fig.13: Fig.12 に対応したアトラクター

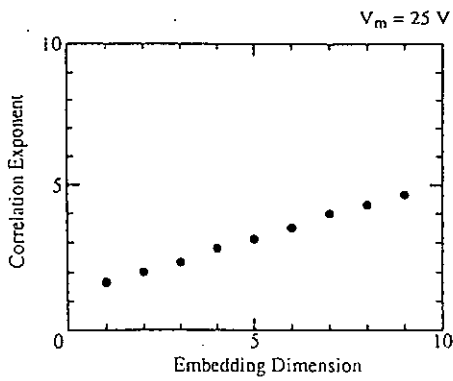


Fig.14: Fig.4 に対する相関次元

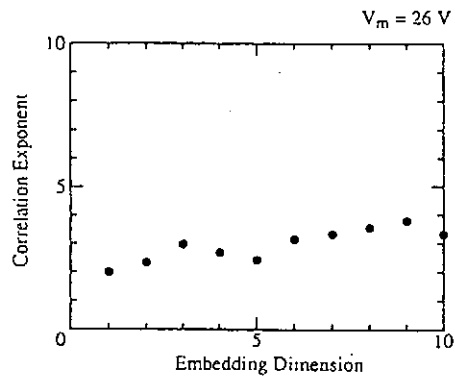


Fig.15: Fig.6 に対する相関次元

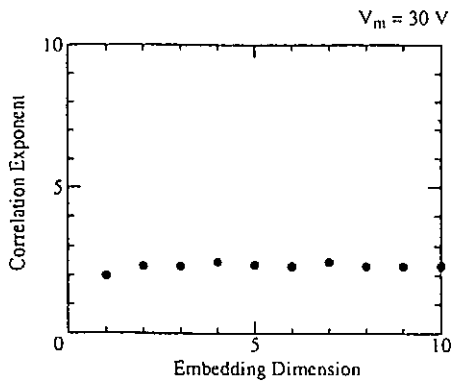


Fig.16: Fig.8 に対する相関次元

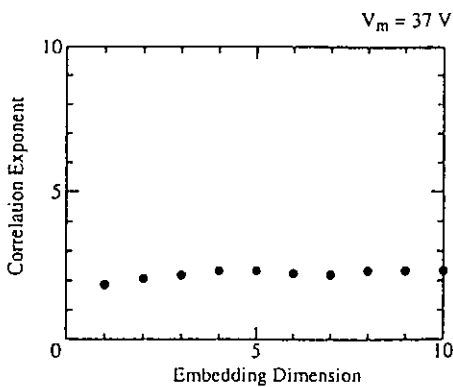


Fig.18: Fig.12 に対する相関次元

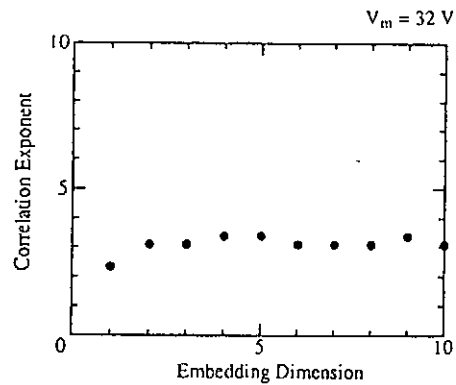


Fig.17: Fig.10 に対する相関次元

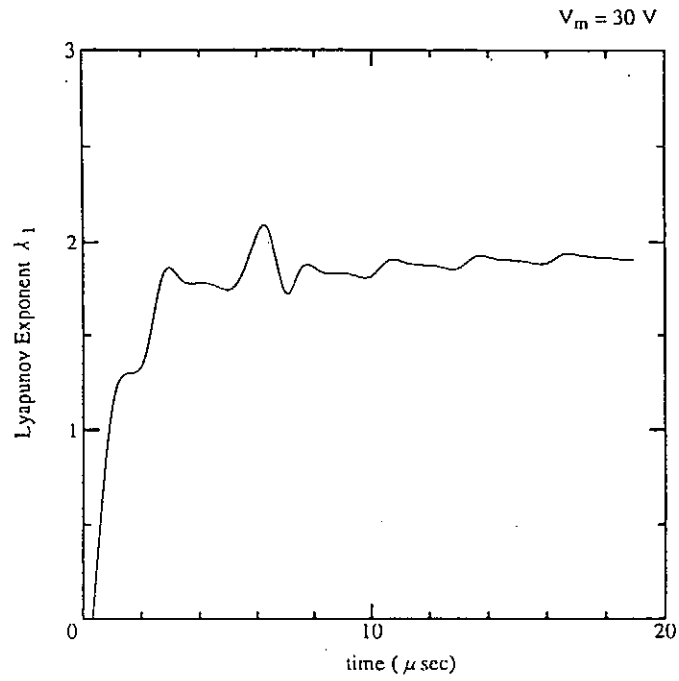


Fig.19:  $V_m = 30$  の系における埋め込み次元が 10 の時の最大 Lyapunov 指数

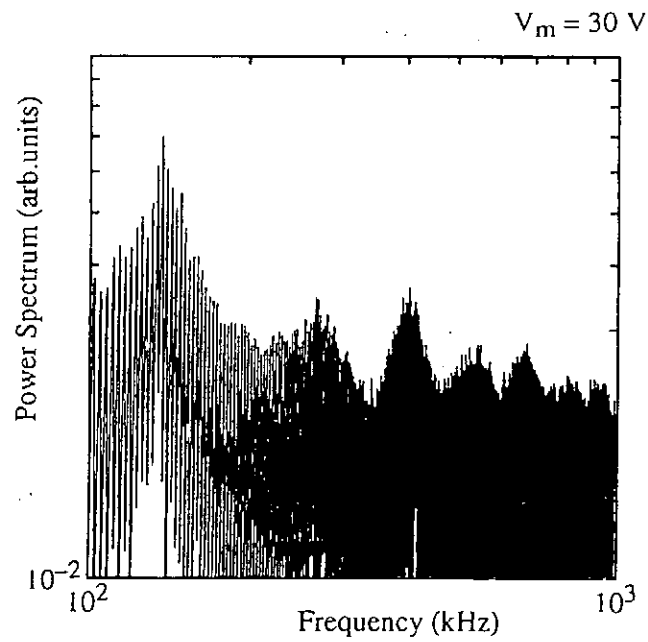


Fig.20:  $V_m = 30$  V 時の log-log プロットしたパワースペクトル



# 負イオンを含む多成分プラズマにおけるイオンシース不安定性 Ion Sheath Instability in Multi-Component Plasmas containing Negative Ions

九大総理工 古閑一憲, 林 信哉, 河合良信

K.Koga, N.Hayashi, Y.kawai

Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

## 1 はじめに

シースはプラズマと固体壁の間の相互作用を規定するため、核融合分野から、プロセスプラズマ分野まで広い分野において研究されてきた。しかし、基礎プラズマの分野において、シースの動的な振る舞い、特にシースに関連した不安定性の研究を報告した例は僅かである。

Stenzel [1, 2] は、電子シース中に観測される電子プラズマ周波数近傍の不安定性を取り扱っている。一方、イオンシース中での不安定性については、ダブルプラズマ中の負にバイアスされたグリッド近傍においてイオンプラズマ周波数近傍の不安定性が幾つか観測されている [3, 4]。その中で、大野ら [3] は、ダブルプラズマ装置中の直流電流系におけるイオンシース不安定性をカオス現象と共に観測した。大野らはイオンシース不安定性の励起機構としてバンチングモデルを提唱している。プラズマ中からダブルプラズマ装置のセパレーショングリッド前面に形成されているシースへと流れ込んだイオンがグリッドの反対側に形成されているシースのポテンシャルによって跳ね返され、もと来たプラズマ中に戻る時にイオンシース不安定性が励起される。バンチングモデルとは、イオンがシースを通過する時間の逆数が不安定性の周波数を規定するとしたものである。

スペースプラズマを始めプロセスプラズマなどにおいて、負イオンが存在することは明らかである。

負イオンを考慮したプラズマシースの研究については、定常的なシースについて研究した報告は多数存在するものの [5]、シースの動的な振る舞いについて負イオンを考慮した研究は未だに無い。

ここでは、負イオンを含む多成分プラズマにおいて、イオン波の励起による負イオン種の同定と、イオンシース不安定性の励起についての実験結果を報告する。

## 2 実験装置と測定方法

### 実験装置 (D.P. 装置)

図 1 に実験装置の概略図を示す。実験に用いられた実験装置はダブルプラズマ (D.P.) 装置で、直径 50cm、長さ 100cm のステンレス製円筒真空容器である。真空容器内を圧力  $1.0 \times 10^{-6}$  Torr 以下に排気され Ar ガスと  $SF_6$  ガスがマスフローコントローラーにより正確に

導入される。それぞれガスは、Arガスが9.0sccm( $3.0 \times 10^{-4}$ Torr),  $SF_6$ ガスが最大1.0sccm導入される。マルチダイポール型カスプミラー磁場を形成するように作成された磁石カゴが真空容器内に2つ設置されており、実験領域でプラズマを一様に閉じこめている。磁石カゴの円周に配置されたタングステンフィラメントを加熱し、真空容器とフィラメントとの間に印加される40～50Vの加速電圧が熱電子を加速し、電子と中性粒子の衝突電離によってプラズマを生成する。中央に配置されたセパレーショングリッドにより、プラズマはドライバー領域とターゲット領域に分けられ、プラズマパラメーターを独立に制御される。負イオンは $SF_6$ の電子付着によって生成され、多成分プラズマを形成する。実験における典型的なプラズマパラメーターはターゲット領域に差し込まれた直径6mmの平面Langmuirプローブにより計測され、電子温度が1.0～1.5eV、電子密度が $(1 \sim 3) \times 10^8 \text{cm}^{-3}$ であった。

## 測定方法

### 負イオン濃度の測定

負イオン濃度 $\alpha = n_n/n_p$ (添字n,pはそれぞれ負イオン, 正イオンを表し,  $n_j$ はj種粒子の密度を表す)の測定は、 $SF_6$ の導入による、プローブ特性の変化から求められた。負イオンが存在する場合、正イオンの密度は変化しないで、単に電子の一部が負イオンに置き換えられただけであると仮定する。電子電流と負イオン電流の比は、 $\frac{\alpha}{1-\alpha} \sqrt{\frac{T_n m_e}{m_n T_e}} \ll 10^{-3}$  ( $\alpha \sim 0.999$ 程度まで)であるから、十分大きく正にバイアスされたプローブに流れ込む電流は殆ど電子電流と考えてよい。

結局、負イオンが存在しない場合と存在する場合の電子飽和電流を測定することによって負イオン濃度 $\alpha$ が得られる。

### 波動の測定方法

波動の測定方法として、干渉法を用いた。干渉法の原理は、電子飽和電流によってプラズマ中の密度を測定しているプローブからの検出信号と参照信号を掛け合わせて時間平均をとり、結果として位相差を得るものである。従って、プローブを掃引する事によりプラズマ中を伝搬する波動を測定することが出来る。

### 不安定性の測定方法

イオンシース不安定性はダブルプラズマ装置のターゲット領域のプラズマ密度をドライバー領域よりも大きくし、セパレーショングリッドを負に大きくバイアスすることで励起される。セパレーショングリッドは電源と抵抗を介して接地しており、負にバイアスされたセパレーショングリッドにはプラズマから電流が流れ込む。この電流の平均値と揺動成分は抵抗の電圧降下によって計測される。

## 3 実験結果と考察

### 3.1 イオン波の励起による負イオン種の同定

#### 負イオン濃度の測定

$SF_6$ ガスを導入する事によって生ずるプローブ特性の変化の一例を図2に示す。図2よ

り、 $SF_6$ を導入する事で電子飽和電流が減少する事が分かる。一方、イオン飽和電流の変化は殆ど見られない。この事から $SF_6$ は単にプラズマ中の電子を付着させて負イオンとなるだけでプラズマパラメータには影響を与えないと考えられる。図3に $SF_6$ の流量に対する電子温度をプロットした図を示す。この図から $SF_6$ を導入しても電子温度は殆ど変わらないことが分かる。これは、 $SF_6$ が導入された結果、変化量は負イオン濃度だけであり、放電自体に変化は無く、実験を行っている領域ではプラズマパラメータにはほぼ変化がないと考えられる。

$SF_6$ のガス流量に対する負イオン濃度を図4に示す。これから、 $SF_6$ ガス流量の少ない領域でまず負イオン濃度が大きく変化し、 $SF_6$ の流量が1.0sccmで、約85%程度の負イオン濃度となる事が分かる。

### 負イオン種の同定

ダブルプラズマ装置のセパレーショングリッドに振幅0.5V( $< T_e$ )程度の正弦波電圧を印加する事によりイオン波を励起した。干渉法によって得られたイオン波の位相速度が負イオン濃度を変化させたときにどのように変化するかを調べ、どの種の負イオンがプラズマ中に主に存在するか同定を試みた。

典型的な干渉波形を図5に示す。 $SF_6$ を導入する事によって波長・伝播距離が長くなる事が分かる。このことは位相速度の増加と減衰率の減少を表し、励起されたイオン波が負イオンプラズマ中のイオン波のFastモードで伝播している事が分かる。今回の実験ではSlowモードは観測されなかった。これはSlowモードの減衰が非常に大きいためと考えられる。

$SF_6$ を導入し、イオン波の位相速度がどのように変化するかを調べた。プローブ特性から得られた負イオン濃度を用い、負イオン濃度に対する位相速度の変化を示したのが図6である。図6における曲線は、流体論から求められたもので、プラズマ中に負イオンが1種のみあると仮定して解いた理論曲線である。負イオンを含むプラズマ中のイオン波の分散関係は、

$$1 + \frac{1 - \alpha}{(k\lambda_{Dp})^2} = \frac{\omega_{pp}^2}{\omega^2 - k^2 \frac{k_B T_p}{m_p}} + \frac{\omega_{pn}^2}{\omega^2 - k^2 \frac{k_B T_n}{m_n}}$$

である。ここで、 $\lambda_{Dp} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{4\pi n_0 e^2}}$ であり、 $\omega_{pj}$ はj種粒子のプラズマ振動数である。また、各粒子の平衡時の速度を0とし、波の位相速度に比べて、電子の熱速度は非常に大きいと仮定している。

上式を無次元化するために以下の記号を導入する。

$$K = k\lambda_{Dp} \quad , \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_{pp}} \quad , \quad \mu = \frac{m_n}{m_p} \quad , \quad T = \frac{T_p}{T_e} = \frac{T_n}{T_e}$$

イオン音波の位相速度 $C_{sp} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_p}}$ で規格化された位相速度を $V_{ph}$ とすると、 $V_{ph} = \frac{\Omega}{K}$ となり、これから、負イオン濃度 $\alpha$ と位相速度の関係式を得る。

$$1 - \alpha = \frac{1}{V_{ph}^2 - T} + \frac{\alpha}{\mu V_{ph}^2 - T}$$

この関係式と実験によって得られた負イオン濃度と位相速度の関係を調べると、主な負イオンを $F^-$ とおいた場合の理論曲線とは一致せず、 $SF_6^-$ とおいた場合の理論曲線によく一致している事が分かる。これから、多成分プラズマ中の主な負イオンは $F^-$ よりもむしろ $SF_6^-$ であると考えられる。しかし、 $SF_5^-$ についての位相速度の理論曲線は $SF_6^-$ の理論曲線と非常に近い位置にあり、負イオン濃度に対する位相速度の変化からは $SF_6^-$ と $SF_5^-$ を区別する事は難しい。

また、図7に電子温度に対する $SF_6$ の衝突断面積を表した図を示す。実験は電子温度が1.0～1.5eVにおける領域で行われたものだが、その電子温度の領域では $SF_6^-$ か $SF_5^-$ が多いことが図7からも言え、位相速度による実験結果を支持している。

## 3.2 イオンシース不安定性の励起

### シース構造の変化

シース構造の重要なパラメーターの一つにシースの幅がある。シース幅の、 $SF_6$ の流量(負イオン濃度)及びセパレーショングリッドに印加する電圧に対する変化を表したのが図8である。シース幅はイオン飽和電流の軸方向分布から決定した。セパレーショングリッドに印加する電圧を負に大きくしていくと、シースの幅が大きくなっていくことが図より分かる。また、 $SF_6$ の流量が増加するとシースの幅も広がっていくことが分かる。これは、負イオン濃度の上昇による、シースに流れ込む電流の減少によるものと考えられる事の説明される。

### 不安定性の励起

セパレーショングリッドを負にバイアスし、グリッドに流れ込む電流の揺動成分をスペクトルアナライザにより観測すると、図9に表されるような非常に鋭いピークを持った不安定性が励起されている事が分かった。この不安定性の周波数はイオンプラズマ周波数の約半分ほどであり、またセカンドハーモニクスも観測された。

図10, 11は、セパレーショングリッドに印加する電圧を一定にした時、周波数スペクトルに見られるピークの周波数と振幅が、 $SF_6$ ガスの流量増加つまり負イオン濃度の上昇でどのように変化したかを示した図である。負イオン濃度の上昇により周波数、振幅の減少が見られた。周波数の変化については、 $SF_6$ の導入によってシース幅が広がり、イオンのシース通過時間の増加により、周波数が減少したと考えられる。

図12, 13は、セパレーショングリッドに印加する電圧に対する不安定性の周波数と振幅の変化を $SF_6$ 流量をパラメーターにしてプロットした図である。図14, 15は、図12, 13の印加した電圧を表す横軸をシース幅に変換した図である。 $Ar$ ガスのみの場合を見る。セパレーショングリッドに印加する電圧を負に大きくしていくつまりシース幅が広がっていくと、不安定性の周波数が減少していく現象が見られる。これは、イオンのシース通過時間の増加による、バウンス周波数の減少を示していると考えられる。これから、不安定性の励起機構が大野らが提唱したバンチングモデル [3]により励起されている不安定性であると定性的に言える。負イオン濃度の上昇により、不安定性の周波数の減少が見られると共に、図14より、 $SF_6$ ガスを導入した場合の周波数の変化がほぼ同じ曲線上にある事、振幅の変化の図から、不安定性の励起される範囲が狭まる傾向がある事が観測された。

## 4 まとめ

ダブルプラズマ装置を用い負イオンを含む多成分プラズマを生成し、イオン波の励起による主な負イオン種の同定と、イオンシース不安定性の励起に関する実験を行った。以下に本研究によって得られた結果をまとめる。

1.  $SF_6$ ガスを導入する事により、励起されたイオン波の位相速度が速くなり、伝播距離が長くなることが確認された。これは、負イオンを含むプラズマ中のイオン波の *Fast* モードであると考えられる。
2.  $SF_6$ ガスを導入したときのイオン波の位相速度を計測し、理論との比較を行った。その結果、実験領域におけるプラズマ中の主な負イオンは  $SF_6^-$  又は  $SF_5^-$  である事が分かった。
3. シース幅が負イオン濃度の上昇によって広くなることを確認した。
4. セパレーショングリッドを負にバイアスする事により、イオンプラズマ周波数近傍に不安定性が観測された。不安定性はグリッドに印加する電圧に依存する。
5. 負イオンを導入する事によって不安定性の周波数の減少及び振幅の低下が見られた。
6. 不安定性の負イオン濃度上昇による変化として、不安定性が励起される領域が狭まる事が観測された。

## 参考文献

- [1] R.L.Stenzel:Phys. Rev. Lett. **60** , 704 (1988)
- [2] R.L.Stenzel:Phys. Fluids **B1** , 2273 (1989)
- [3] 大野哲靖：九州大学総合理工学研究科高エネルギー物質科学専攻  
平成5年度学位論文
- [4] P.J.Barett and R.G.Greaves:Phys. Fluids **B1** , 1776 (1989)
- [5] H.Shindo and Y.Horiike:Jpn. J. Appl. Phys. **30** , 161 (1991)  
H.Shindo and Y.Horiike:Jpn. J. Appl. Phys. **32** , 5109 (1993)  
など

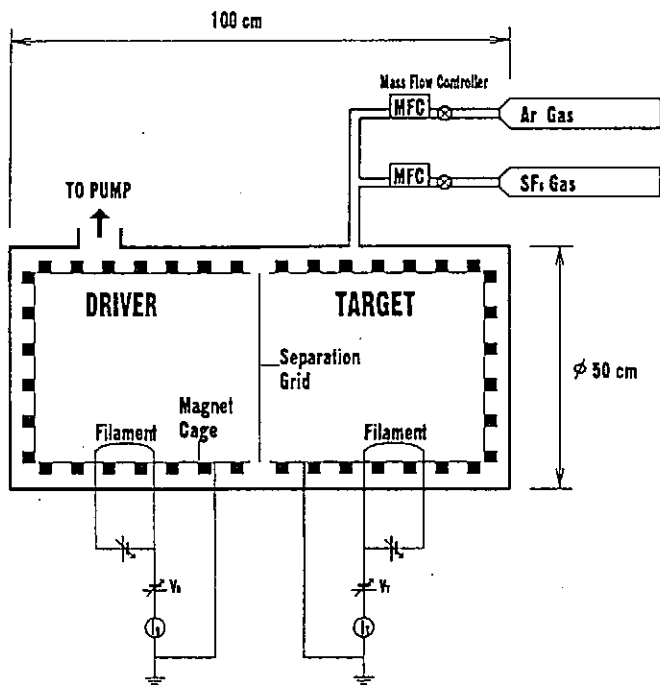


図1 実験装置概略図

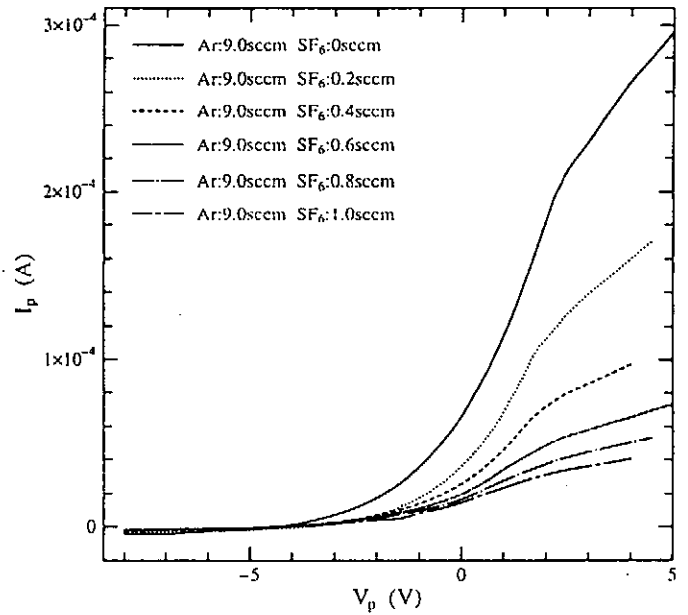


図2 SF<sub>6</sub>ガス導入によるプローブ特性の変化

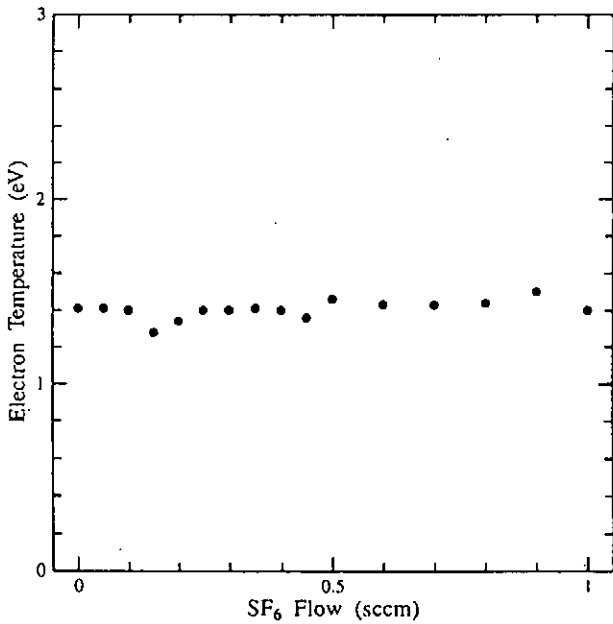


図3 電子温度対SF<sub>6</sub>ガス流量グラフ

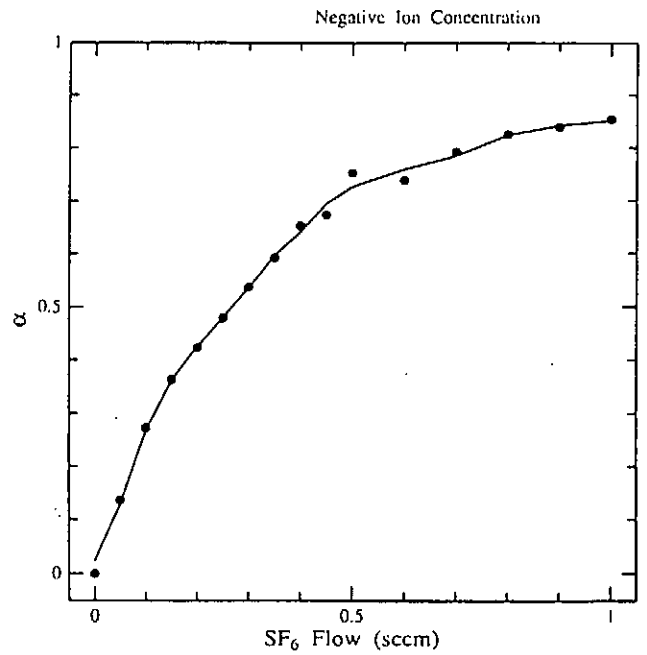


図4 負イオン濃度対SF<sub>6</sub>ガス流量グラフ

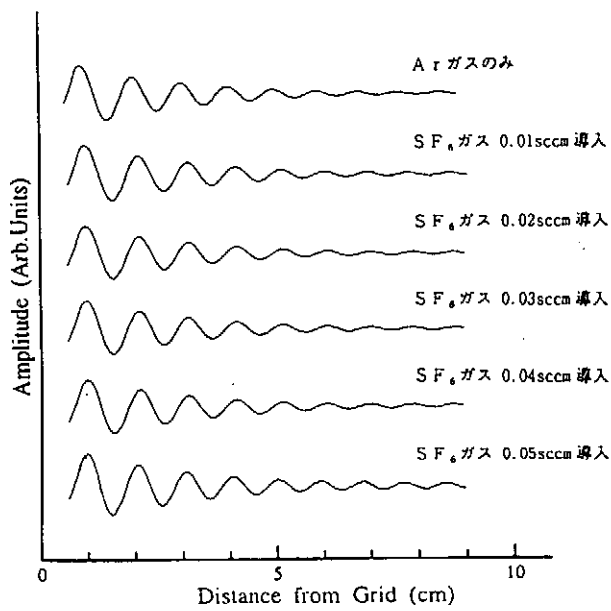


図5 典型的な干渉波形

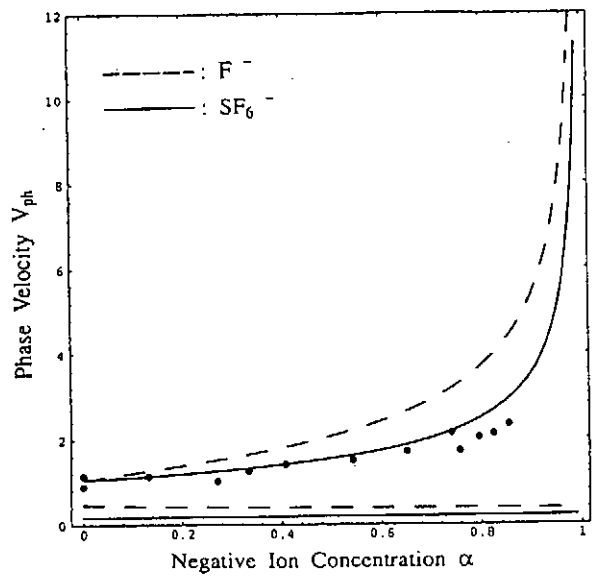


図6 位相速度対負イオン濃度グラフ

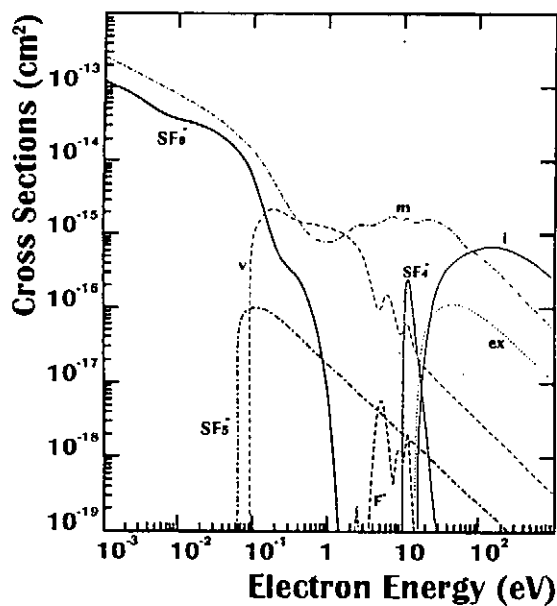


図7 SF<sub>6</sub>の衝突断面積

(m:運動量遷移, v:振動励起, i:電離, ex:電子励起)

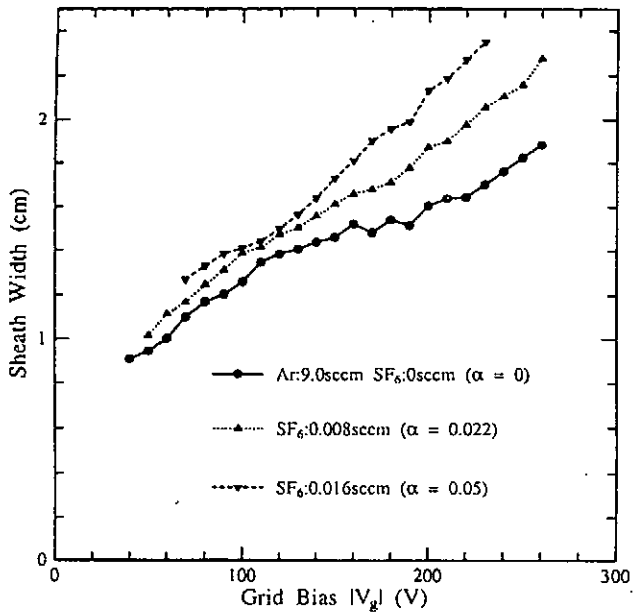


図8 シース幅対グリッドバイアスグラフ

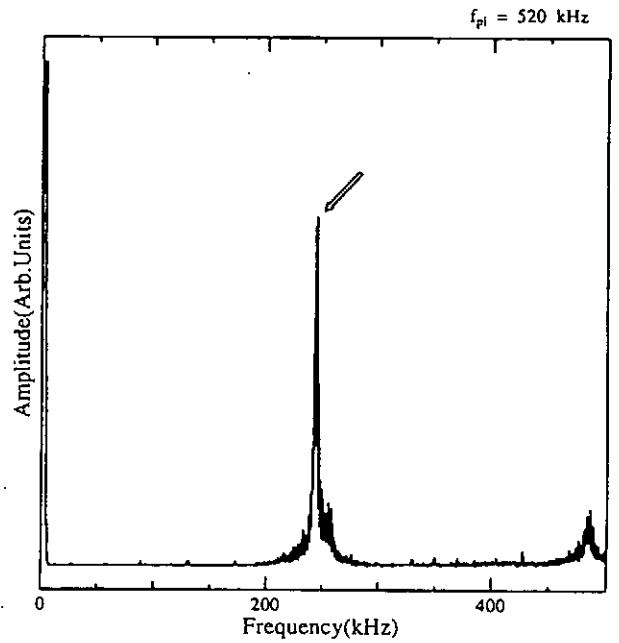


図9 典型的な周波数スペクトル

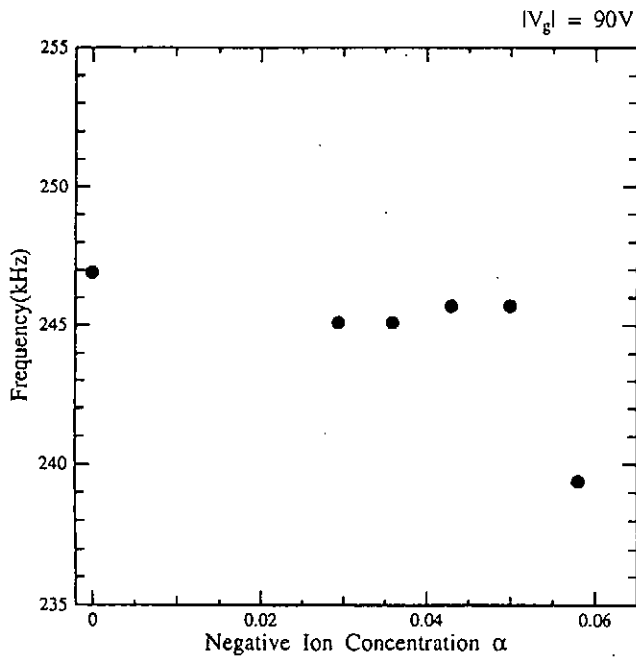


図10 不安定性周波数対負イオン濃度グラフ

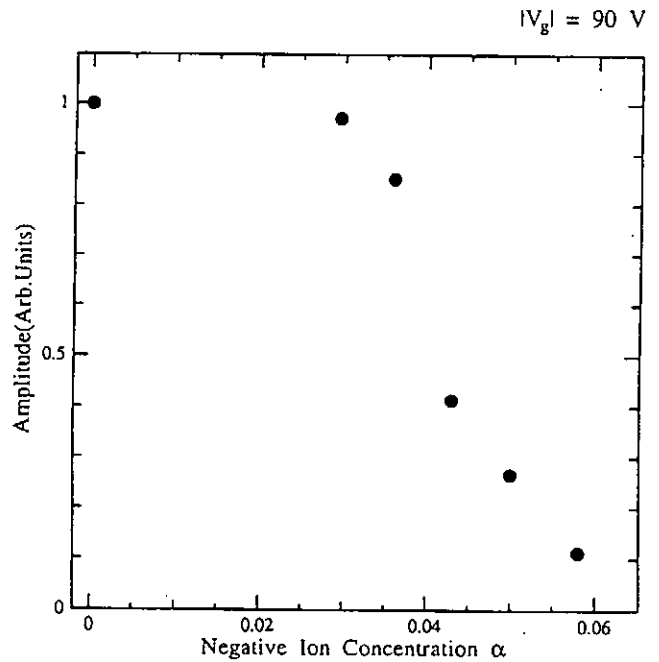


図11 不安定性振幅対負イオン濃度グラフ



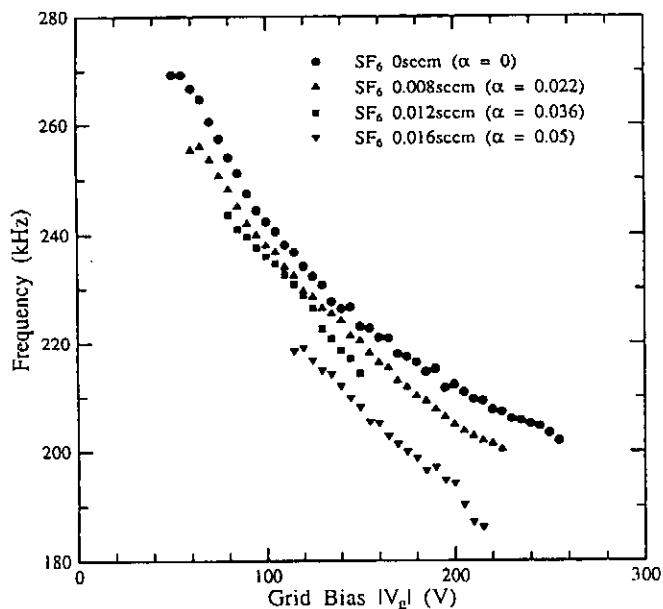


図12 不安定性周波数対グリッドバイアスグラフ

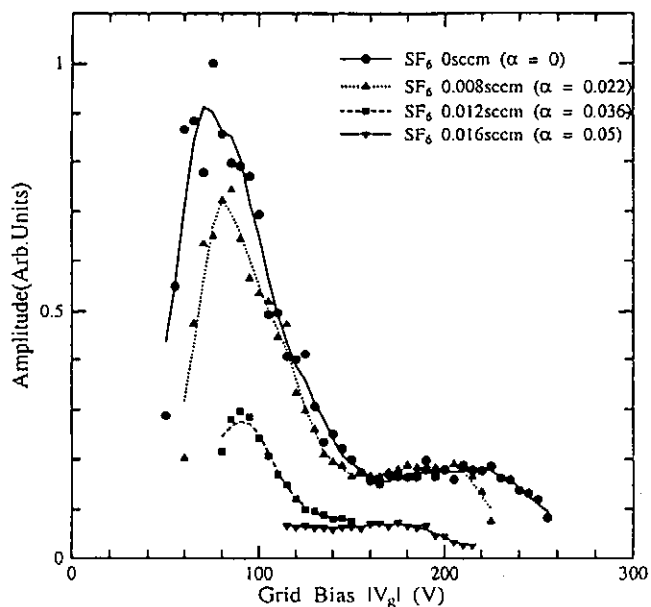


図13 不安定性振幅対グリッドバイアスグラフ

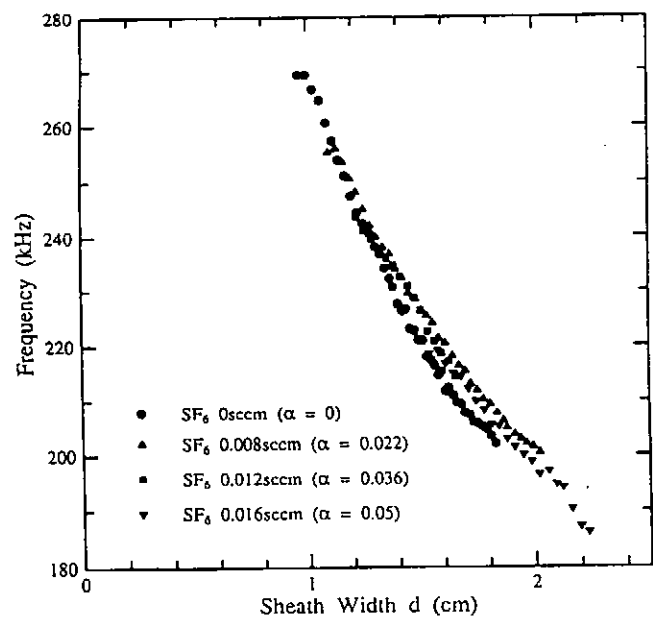


図14 不安定性周波数対シース幅グラフ

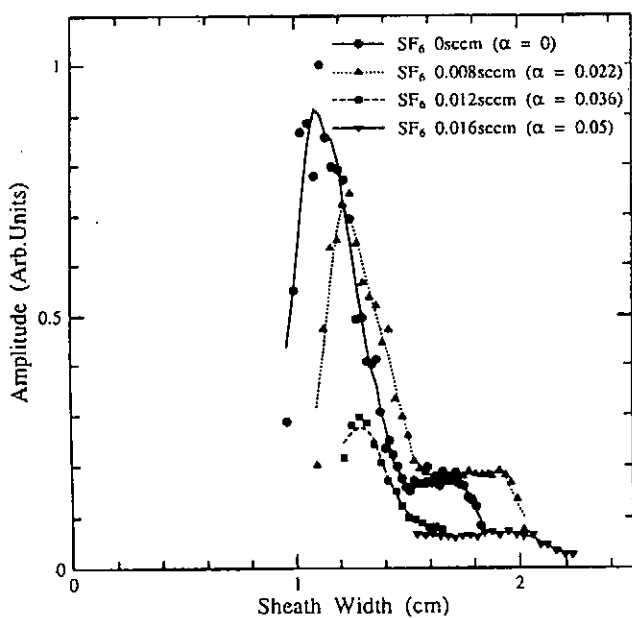


図15 不安定性振幅対シース幅グラフ

# 負バイアスグリッド近傍の低周波ノイズ

宇宙研 佐藤杉弥、中村良治

## 1. はじめに

シース領域でのプラズマ現象は現実のプラズマにおいて普遍的な問題として、波動伝播や非線形現象の見地から精力的に研究されており、シースを含むプラズマ系のカオス的な振る舞いは最近の話題となっている。例えばプラズマ・ポテンシャルに対して負にバイアスされたグリッド前面に生じるイオンシースは、イオン音波やソリトンの励起<sup>1)</sup>や反射<sup>2)</sup>に重要な役割を果たすことがわかっている。プローブ前面の電子シースは高周波数<sup>3)</sup>や低周波数<sup>4)</sup>の不安定性が観測されており、イオンシースでも最近イオンプラズマ周波数近傍の不安定性やカオス的な振る舞いが調べられている<sup>5,6)</sup>。また、イオンシースに関してもより低周波数の不安定性が存在する。プラズマ中にグリッドをおいて負バイアスした場合はその両面にイオンシースが形成されるが、我々は両側のプラズマポテンシャルが異なっている場合にイオンのバウンス運動に起因すると思われるコヒーレントでイオンプラズマ周波数にくらべて低周波数の振動がシース端部に観測されること、またこれが外場の印加によってカオス的になることを報告した<sup>7)</sup>。一方、両側のプラズマポテンシャルが釣り合っている場合には、零周波数のまわりに分布する極低周波数でノイズ様のスペクトルを持つ大振幅の揺動が励起されることを見出しており<sup>8)</sup>、本論ではこの大振幅揺動について実験的に得られた特性を中心に述べる。

## 2. 実験装置および方法

### 2.1 プラズマ生成

実験は第1図に示すようなマルチダイポール・プラズマ装置で行った。これは多数の永久磁石を封じたステンレス管を円筒の籠状に組み上げ、内部に多重カスプ磁場を形成したものである。ただし磁場は表面近傍でありプラズマ中の外部磁場はない。装置の内径(プラズマ直径)は40cm、装置長は90cmである。実際は片面が開いた2つの籠を向かい合わせた形となっており、中央に口径に合ったメッシュグリッド

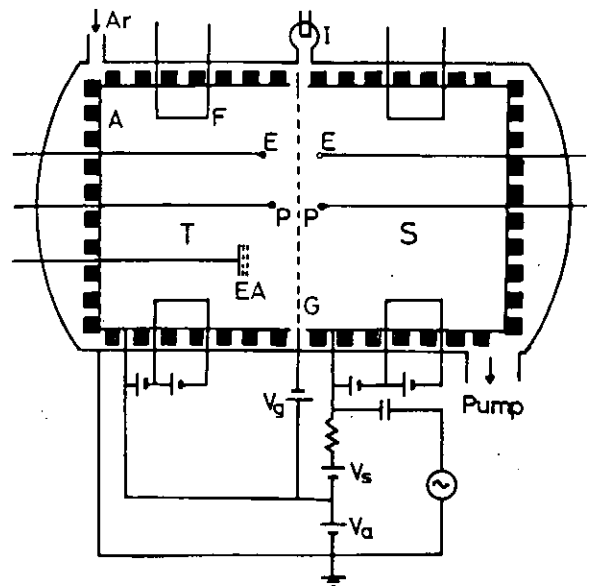


図1. マルチダイポール・プラズマ装置

を配することによりダブルプラズマ配位が可能である。プラズマ生成は熱陰極型のグロー放電で行なう。ステンレス枠を陽極とし、陽極壁から6cm離して内部に設置した24本のタングステン・フィラメント(0.1mm径)を熱陰極として用いる。これら全体をステンレス製の真空容器に納めターボ分子ポンプまたはクライオポンプによって排気する。到達真空度は $4 \times 10^{-7}$ Torr以下である。十分に排気を行ったのち連続排気の状態では放電ガスを導入し、陰極フィラメントに通電して熱電子を放出させたうえで直流放電を行いプラズマを生成する。主な放電パラメータは、導入ガス圧 $\sim 1.4 \times 10^{-4}$ Torr、放電電圧40V、放電電流10~200mAなどである。放電ガスとしてはアルゴン(Ar)を使用した。またこれ以降現れる距離に関する記述は装置軸方向に測ったグリッドからの距離である。

## 2.2 基本パラメータ

プラズマ計測には可動または固定の静電平板プローブ、エミッシブ・プローブおよびファラデー・カップを用いた。静電プローブ特性から得られた電子温度は熱陰極から加速された高速電子の成分が若干残った2成分となっており、実効温度は約1eVである。イオン温度は電子温度の1/10以下と見積もられる。プラズマ密度は放電電流でほぼ制御可能であり、典型的には $10^8 \sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$ である。プラズマ中の信号は静電プローブを用いて電子飽和電流の変化として検出した。またエミッシブ・プローブによりシースの空間電位分布を計測した。生成されたプラズマは平衡な状態では有為な信号は観測されず、密度、温度分布も径方向、軸方向にほぼ一様な静かで均一なものである。

## 2.3 実験配位

生成したプラズマ中にステンレス製メッシュグリッド(20lines/cm、透過率81%)を設置して負バイアス $V_g$ を印加する。このグリッド近傍に形成されるシース端に可動のプローブを置き密度およびその揺動を観測する。もっとも単純な場合では、直径10cmの円径グリッドを中央に配置した。このとき背景は単一の連続したプラズマとなり、グリッド両側のプラズマ電位、密度なども対称となる。実験データはとくに断らない限りこの配位の結果である。また枠の断面全体を覆う大きなグリッドを用いてダブルプラズマ配位とした実験も行った。このときはグリッド両側のプラズマはそれぞれの陽極間にバイアス $V_g$ を与えることによって独立に電位の制御が可能であり、電位バランスに対する依存性を調べた。さらに小型グリッドの片側に同サイズの可変バイアスのステンレス製円盤電極を取り付けたバイポーラ・グリッドを用い、片面だけのシースでシース内からのイオン流の反射がある場合についても実験した。ほかにグリッドの材質を変えた場合、メッシュを平板に置き換えた場合についても調べた。

### 3. 実験結果および考察

#### 3-1. 基本特性

グリッドに負バイアス $V_g$ を印加すると、シース端部に密度揺動が観測される。グリッドの両側に2本のプローブを配して同時に測定した信号の例を図2に示す。プローブは振幅が最大となる距離に配置した。グリッドに対して対称に、ただし逆位相で励起されている。揺動振幅は平衡の密度に比べて非常に大きく $\delta n/n \sim 1.0$ にも達し(図5、後出)、非線形な現象であると考えられる。周波数は低く、波形はノイズ的である。図3に信号の周波数スペクトルを示す。零周波数付近を最大振幅として100kHz程度ではほぼ完全に減衰する連続スペクトルとなっており、周波数の存在範囲はイオンプラズマ周波数(330kHz~1MHz)に比べて極めて低い領域に分布している。また振幅以外はスペクトルの形状に $V_g$ 依存はほとんどない。図4にシースの電位分布に対する特定周波数での振幅の空間分布を示す。いくつかの $V_g$ に対して示してあるが、バイアス電圧によらずほぼシースープリシース境界付近に半値幅数 $\lambda_D$ 程度の範囲で空間的に局在していることがわかる。各位置でスペクトルの概形にはあまり変化はない。また異なる周波数でもピーク位置などの空間分布の概形は変わらない。測定されたDC的なシース電位分布は、幅が数10%ほど理論値よりも狭い他はほぼChild-Langmuire則を反映しており特に異常なものではない(幅が狭いのはメッシュの透過率などの問題だと思われる

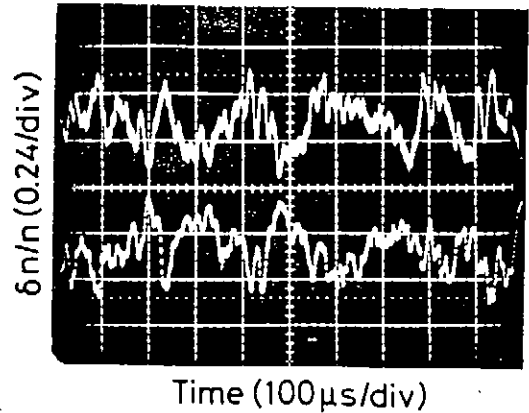


図2. 測定信号の例(電子飽和電流)

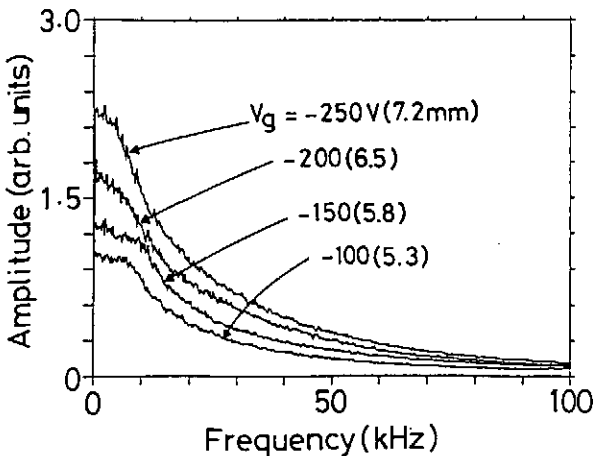


図3. 周波数スペクトル

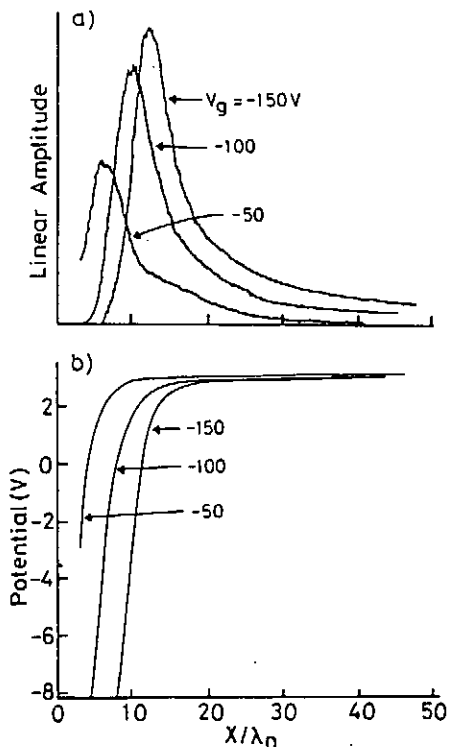


図4. 振幅強度の空間分布とシース電位分布

れる)。単純にプラズマ中に負バイアスグリッドを挿入しただけの条件で、このような大振幅の信号が励起されているのである。

### 3-2. 励起条件

このノイズ様大振幅低周波数揺動は放電条件やグリッドバイアスの広い範囲で励起される。平衡の密度に対する密度変動の最大振幅の比  $\delta n/n$  をグリッドバイアス  $V_g$  に対して調べたものを図5に示す。バイアスの深いほうはここに示した以上は調べられなかったが、-数10V程度から、-数百Vまでの広い範囲にわたって存在している。放電電流を変えた場合（プラズマ密度を変えた場合）も広い範囲に渡って励起される。

グリッドには数十V以上の負バイアスをしており空間的に局在していることから、イオン衝撃などによる放電現象などのプラズマ自体とはあまり関りのない現象であることも考えられるが、メッシュの材質をタングステンに変えた場合やステンレスメッシュに銀メッキを施したものに変わっても同様の現象が観測された。またメッシュグリッドを金属平板に置き換えた場合はこの揺動は観測されなかった。

次に小型のメッシュ・グリッドを大型のものと同じ置き換えダブルプラズマ配位にしてグリッド両側のプラズマ電位を変えた場合を調べた。両側のプラズマ電位が同じ場合は小型のグリッドの場合と同じであるが、電位差が生じるとこの揺動が現れないことがわかった。グリッドバイアスにのみ依存する現象であれば多少の電位差にはかかわらず存在するはずであるがそうではない。電位差  $V_s$  に対する最大振幅周波数での振幅強度を図6に示す。数Vの電位差の範囲でのみ存在することがわかる。

またグリッドの片側だけにシースがある場合をバイポーラ・グリッドを用いて調べた。反射板電圧  $V_c$  に対する反射板電流  $I_c$  と、グ

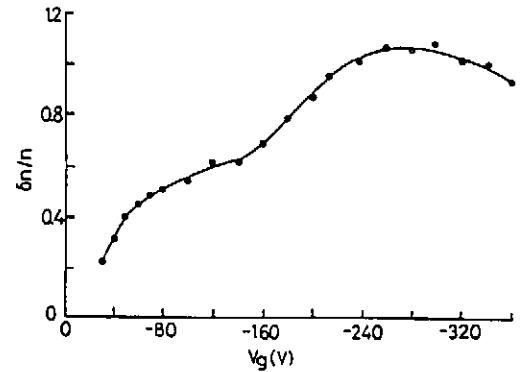


図5. グリッドバイアスと振幅強度

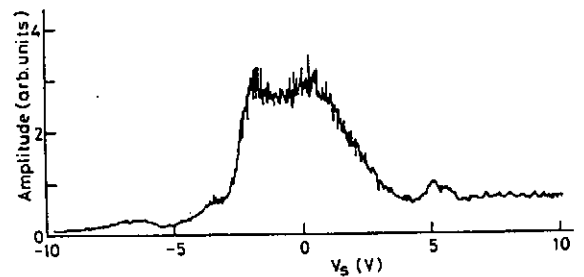


図6. 電位差  $V_s$  と振幅強度  
(ダブルプラズマ配位)

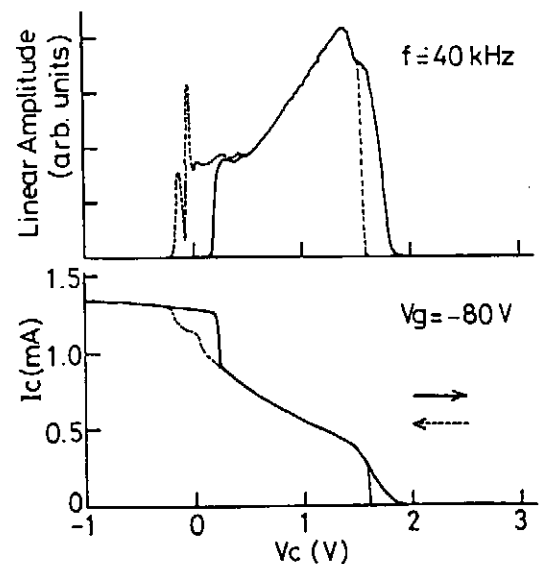


図7. 反射板電流電圧特性と振幅強度  
(バイポーラ・グリッド配位)

グリッド前面で観測した低周波揺動の強度を図7に示す。 $V_c$ の変化の向きで若干のヒステリシスがあるが、 $I_c$ の変化している範囲内でのみ低周波揺動が存在することがわかった。反射板前面のグリッドには負バイアス $V_g$ が印加されるため、単純な静電エネルギーアナライザと同様な構成になる。すなわち反射板電流はシースに流入したまま反射板に吸収されるイオン電流をみている。逆に言えば $I_c$ が飽和していない場合は反射するイオンがあることになる。

以上からこの揺動の励起にはシースを対抗して通過するイオン流が重要であることが推測される。さらにバイポーラ・グリッドの場合で全反射 ( $I_c=0$ ) では励起されないため、通過イオン流の密度比、速度差なども考慮する必要があると考えられる。また電位差 $V_g$ が大きくなりこのノイズ様揺動が消える付近から、序論に述べたイオンプラズマ周波数よりは低周波数だがこれより周波数の高いコヒーレントな振動が励起される。両者が混在して存在する場合もあるが、おおむね入れ代わるようにして現れる。コヒーレント振動の周波数はシースを通過または反射するイオンの通過時間から大体説明することができたが<sup>7)</sup>、シースの深さ $V_g$ に対してノイズ様スペクトルが消滅する電位差 $V_g$ は小さく全体のシース形状にはあまり影響を及ぼさないため、このノイズ様低周波揺動の周波数は要素的なイオンの運動では説明することはできないと思われる。

### 3-3. 波動としての特性

この揺動を波動現象として捉えて、伝播しているかどうかを調べた。2本の静電プローブを用いて一方をリファレンスとして固定し、もう一方を可動させてそれぞれの揺動信号の相互相関をとり、リファレンスの自己相関との時間差とプローブ間距離から位相速度を決定した。ノイズ的なスペクトルであることから全体の相関係数は小さくなるため、特定周波数(30kHz)のバンドパス・フィルタを通した信号を用いた。アルゴンプラズマ、電子温度1eVでのイオン音速 $C_s$ は $\sim 1.55 \times 10^5$  cm/sであり、強度ピーク近傍で位相速度 $v_{ph} \sim 0.2 C_s$ を得た。相関距離はピーク半値幅程度と短い。それより遠方では音速程度の位相速度が得られ、これは別の機構あるいはこの揺動により励起された通常のイオン音波を見ているのではないかと思われる。距離一定でグリッドに沿った方向では再現性のある相関関係は測定できなかった。

時間成長率を実験的に調べるために、ダブルプラズマ配位でまず $V_s$ を励起されない状態におき、その後に励起される電位差を階段状に変化させてその立ち上がりの時間での揺動信号を観測した。揺動の1周期内に十分振幅が大きくなっているために実験的に成長率を得ることはできなかったが、平均的な周波数と同等かそれ以上の値であると思われる。

### 3-4. 対向イオンビーム不安定性との比較

実験結果から、この揺動の励起には対向するイオン流の存在が重要であり、波動

としての特性もある程度みとめられた。このことから対向イオンビーム不安定性との比較を行った。実際には大振幅でノイズ状スペクトルになっており、要素的な比較に留まるが、大きな成長率が実験的に妥当な範囲で存在するかどうかを調べた。計算には次の運動論的分散関係を用いた。

$$\frac{2k^2}{k_e^2} = Z'\left(\frac{\omega}{ka_e}\right) + \frac{T_e}{T_b} \left[ \alpha Z'\left(\frac{\omega - kV_b}{ka_b}\right) + (1-\alpha) Z'\left(\frac{\omega + kV_b}{ka_b}\right) \right]$$

ここで

- $k_e$  : デバイ波数 ( $k_e^2 = ne^2 / \epsilon T_e$ )
- $a_j$  : 熱速度 ( $a_j^2 = 2T_j / m_j$ ,  $j=b, e$ )
- $\alpha$  : ビーム密度比 ( $n_{b-} = \alpha n_e$ ,  $n_{b+} = (1-\alpha)n_e$ )
- $Z'$  : プラズマ分散関数の微分
- $V_b$  : ビーム速度

などである。これを波数kを実数として解いた例を図8に示す。デバイ波数 $k_e$ に対して $(k/k_e)^2=0.1$ とし、プラズマ密度nに対して反射イオン流の密度比を0.2n, 流入イオン流の密度比を0.8とし、イオン温度 $T_i$ と電子温度 $T_e$ との比を $T_e/T_i=10$ とした。図の横軸はイオン音速で規格化したビーム速度をとり、位相速度の実数部、虚数部（それぞれ実周波数、成長率に対応）を示した。丸数字は解の実数部と虚数部の対応を示す。③の解にビーム速度 $V_b=0.5\sim 1.0C_s$ の範囲で正の成長率が存在し、そのときの位相速度は $0.1\sim 0.3C_s$ 程度、虚数部も同程度である。実際の $C_s$ と $k_e$ を用いると波長が1cm程度で実周波数が100~300kHz程度になって周波数が高くなるが、kを小さく設定すれば波長は伸びるが周波数は下がる。シース付近では電子密度なども変化するためこのモデルを直接用いるのには問題もあるが、実験パラメタと近い条件で大きな成長率をもった波が存在しえることから、これをもとに現象を説明できる可能性がある。また最近ガス種を水素(H<sub>2</sub>)、およびキセノン(Xe)に変えて比較を行った。ガス種が変わってもほぼ同様の現象が観測されるが、スペクトルの広がりや相違が見られるため、現在質量依存性などについても検討中である。

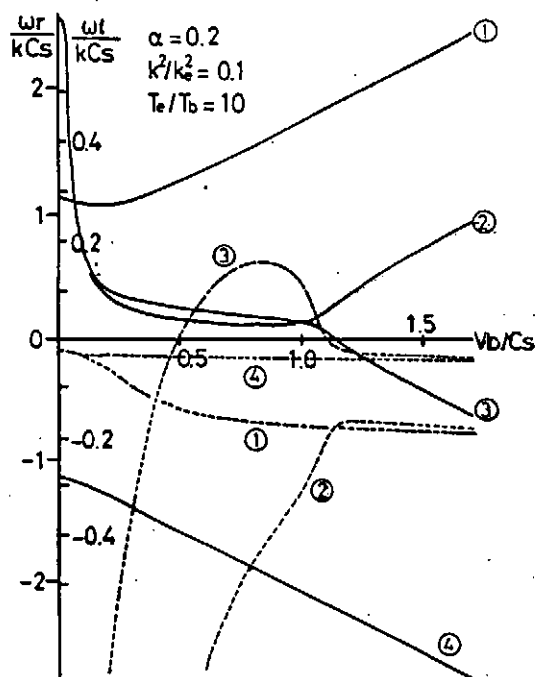


図8. 対抗ビーム不安定性の分散式の解

#### 4. まとめ

プラズマ中に置いた負バイアスグリッドの前面に形成されるイオンシース端部に、大振幅で低周波数のノイズ様スペクトルをもった不安定性を見出した。その性質について調べた結果、励起のためには対向イオン流の存在が重要であり、対向イオンビーム不安定性の分散式との比較から特性を説明できる結果を示した。まだ大振幅でノイズ的なスペクトルになる機構、グリッド両側で反位相になる理由などはわかっておらず、波動として捉えてよいかどうかという点も曖昧であるが、非常に単純な条件の下での大きな非線形性をもった現象として興味深く、より詳細に調べていきたい。また前述したコヒーレントな振動の場合は外場の印加によってカオス特性を示すことが分かっており、この揺動に関してもカオス的な面が見出せるかどうか今後興味のあるところである。

#### 参考文献

- 1) T. Honzawa, *Phys. Fluids*, **27**, 1013 (1984); E. F. Gabl and K. E. Lonngren, *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **26**, 799 (1984).
- 2) L. Schott, *Phys. Fluids*, **29**, 846 (1986); Y. Nakamura and J. Chutia, *J. Plasma Phys.*, **41**, 243 (1989).
- 3) R. L. Stenzel, *Phys. Fluids*, **B1**, 2273 (1989).
- 4) J. Glanz and N. Hershkowitz, *Plasma Phys.*, **23**, 325 (1981).
- 5) P. J. Barrett and R. G. Greaves, *Phys. Fluids*, **B1**, 1776 (1989).
- 6) N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai, *J. Phys. Soc. Jpn*, **58**, 28 (1989).
- 7) J. Chutia, S. Sato, H. Kubo and Y. Nakamura, *J. Plasma Phys.*, **46**, 463 (1991).
- 8) Y. Nakamura, J. Chutia and S. Sato, *Proc. Int. Conf. Plasma Phys. (New Delhi)*, **3**, 949 (1989).



# 超短パルス反射法とカオス計測

北條仁士, 本多元, 桂川直己

(筑波大学プラズマ研究センター)

## 1. はじめに

最近プラズマ中の密度分布及び密度や磁場の揺動計測に関連して, マイクロ波を用いた反射法が注目されている[1]。現在タンデムミラーガンマ10を含め多くの磁場閉じ込め装置に適用されて成功を収めているが, 極最近ではハーフサイクルの電磁パルスを利用した超短パルス反射法も考え出されている[2,3]。この方法は現状ではまだまだ原理実験段階であると云えるが, いろいろ開発改良が進めば次世代の計測方法として期待されるものである。

本論文ではこの超短パルス反射法について簡単に解説するとともに, カオスや乱流状態にあるプラズマ中の揺動計測との関わりについて論じることとする。

## 2. 超短パルス反射法について

この節では超短パルス反射法について簡単に論じる。ここではマイクロ波のOモードを考え, また簡単のため垂直入射の1次元問題に限定する。外磁場がz方向にあるとすると, Oモードに対する波動方程式は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_{pe}^2 [n]\right) E_z(x, t) = 0 \quad (1)$$

で与えられる。ここで,  $\omega_{pe}$ は電子のプラズマ振動数で, プラズマ密度 $n(x, t)$ の平方根に比例する。プラズマ中の密度揺動の情報は一般に $n(x, t)$ の中に含まれるが, 揺動の周波数がマイクロ波の周波数 (~GHz帯) より十分に低いイオンサイクロトロン周波数近傍或いはそれ以下の場合には, 揺動は静的であるとして取り扱える。

プラズマ密度分布 $n(x, t)$ がガウス分布で与えられる場合のOモードパルスの伝播と反射の様子を図1に示す。パルスは異なる周波数の多くの平面単色波の重ね合わせであり, 各周波数の平面単色波は相異なるカットオフ層 ( $\omega = \omega_{pe}$ ) で跳ね返されるので, 図のような反射波の波形が得られる。即ち低い周波数の平面単色波は低い密度領域で跳ね返されるので早く帰り, 周波数が高くなるに従ってカットオフ層が奥の高密度領域に移っていくので, 高い周波数の平面単色波ほど遅れて帰ってくる。勿論, 非常に高い周波数 ( $\omega > \omega_{pe}$ ) の平面単色波は透過してしまい帰って来ない。このとき各平面単色波が入

射位置から出て元に帰ってくるまでの飛行時間  $\tau(\omega)$  は、カットオフ層の位置を  $x_r$  とし、また波が群速度  $v_g$  で伝播するとすると、Oモードの分散式を用いて

$$\tau(\omega) = \int_0^{x_r} \frac{2}{v_g} dx = \int_0^{x_r} \frac{2}{c} \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_{pe}^2(x)}} dx \quad (2)$$

で与えられる。アーベル変換を用いると、カットオフ層の位置  $x_r$  が飛行時間  $\tau(\omega)$  の関数として

$$x_r(\omega_{pe}) = \int_0^{\omega_{pe}} \frac{c\tau(\omega)}{\pi\sqrt{\omega_{pe}^2 - \omega^2}} d\omega \quad (3)$$

で求められる。飛行時間  $\tau(\omega)$  を測定する幾つかの方法が考え出されているが、簡単な方法として zero-crossing 法[3]がある。これは観測位置で反射波の信号がゼロを横切る時間を  $t_j$  ( $j=1,2,\dots$ ) として、

$$\omega_j = \pi / (t_{j+1} - t_j) \quad , \quad \tau_j = (t_{j+1} + t_j) / 2 \quad (4)$$

によって、周波数  $\omega$  と飛行時間  $\tau$  を決定する方法である。この zero-crossing 法で求めた原型のガウス型密度分布の再構成結果を図 2 に示す。計算結果は原型の密度分布に比較的良く一致していると云える。

### 3. カオス計測について

次に密度  $n(x,t)$  に揺動がある場合について考える。揺動を  $\delta n(x,t)$  とすると、Oモードの反射波は揺動  $\delta n(x,t)$  を含んだ全密度  $n(x,t) = n_0(x) + \delta n(x,t)$  の情報を持って帰ってくる（厳密に云うと、そう単純ではない）。従って平衡密度  $n_0(x)$  がこの反射法或いは別の方法で分かれば、この超短パルス反射法によって  $\delta n(x,t) = n(x,t) - n_0(x)$  から密度揺動  $\delta n(x,t)$  を決定することができる。そしてOモードパルスを揺動の時間スケールで繰り返し入射し計測することができれば、密度揺動  $\delta n(x,t)$  の時間・空間に関するデータセット  $\{\delta n(x,t_j), j=1,2,\dots\}$  が得られることになる。このようなデータセットは密度揺動を有するプラズマがカオス状態或いは乱流状態にあるか否かを解析する上での重要な解析データとなり得る。また、例えば乱流状態等の時間発展を解析する重要な研究手段となり得る。

しかし図 3 に示すように密度揺動  $\delta n(x,t)$  が大きくて密度分布  $n(x,t)$  が  $x$  の単調な関数にならないような場合には、物理的に明らかであるが、この超短パルス反射法で密度揺動  $\delta n(x,t)$  の全域における空間構造を知ることはできない。即ち、反射波は前方の高い

密度領域によって隠された後方の低い密度領域の情報を持ち帰ることはできないで、ここに反射法による密度分布計測の限界がある。このような場合一般に反射法は破綻してしまうが、幾つかの工夫により密度分布の再構成結果をより原型に近づけていくことはある程度可能である。図3において、波線は先のzero-crossing法による密度分布の再構成の結果であり、一方実線は我々の考案した反射波の信号のピーク値から周波数 $\omega$ と飛行時間 $\tau$ を決定するpeak-counting法[4,5]による密度分布の再構成の結果である。zero-crossing法よりもpeak-counting法の再構成結果の方がより密度分布の原型に近いことが分かる。

将来的には、異なる位置から幾つかのパルスと同時に入射することによって、揺動に関する空間多次元のデータセット  $\{\delta n(x, y, t_j), j=1, 2, \dots\}$  を得ることも可能になると考えられる。

#### 4. おわりに

本論文ではOモードパルスによる超短パルス反射法について述べたが、Oモードの代わりにXモードを用いることにより、静磁場分布や低周波の磁場揺動を計測できる。またOとXの両モードを用いることにより、密度揺動と磁場揺動を同時に計測できることが分かる。従来の連続波を用いた反射法計測では、このOとXの両モードを利用してガンマ10におけるアルベンイオンサイクロトロン (AIC) 不安定性に伴う密度及び磁場揺動が同時計測され[6]、また実験結果と理論解析との良い一致が得られた[7]。

しかしながら、揺動の時間・空間構造を詳細に解析するには現状の連続波を用いた反射法よりもここで述べた超短パルスを用いた反射法の方がより有効と考えられる。この超短パルス反射法は現在の所UC-Davisのグループ[2]によって原理実験がなされているだけであるが、今後ガンマ10においても実験が実施される予定である。

#### 参考文献

1. A. Mase *et al.*: J. Plasma Fusion Res. **71** (1995) 532.
2. C. W. Domier *et al.*: Rev. Sci. Instrum. **66** (1995) 398.
3. B. I. Cohen *et al.*: Plasma Phys. Control. Fusion **37** (1995) 329.
4. N. Katsuragawa *et al.*: Proc. 7th Int. Symp. Laser-Aided Plasma Diagnostics (Fukuoka, Dec. 1995) 345.
5. H. Hojo *et al.*: to be published in Fusion Engineering and Design.
6. A. Mase *et al.*: Phys. Fluids **B5** (1993) 1677.
7. H. Hojo *et al.*: J. Plasma Fusion Res. **69** (1993) 1043.

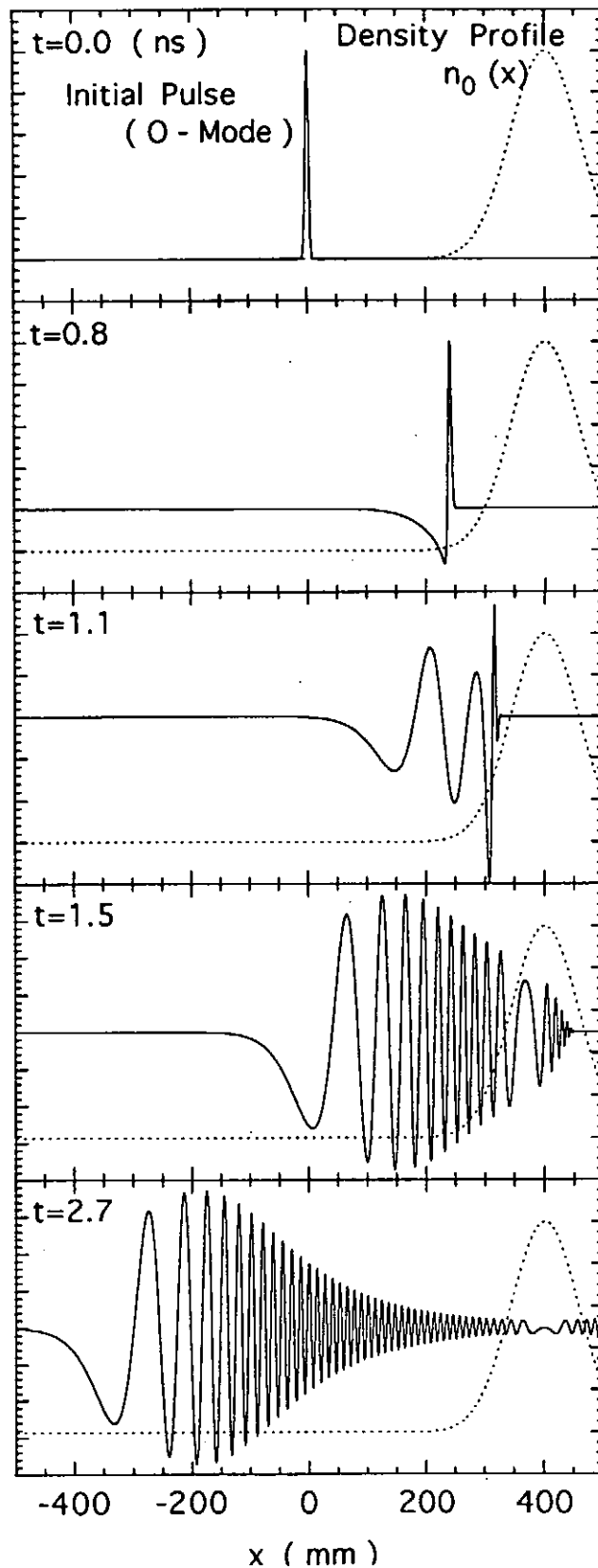


図1. ガウス型密度分布のプラズマ中におけるOモードパルスの伝播に関する数値計算結果（実線はOモード電場で，波線は密度分布である）

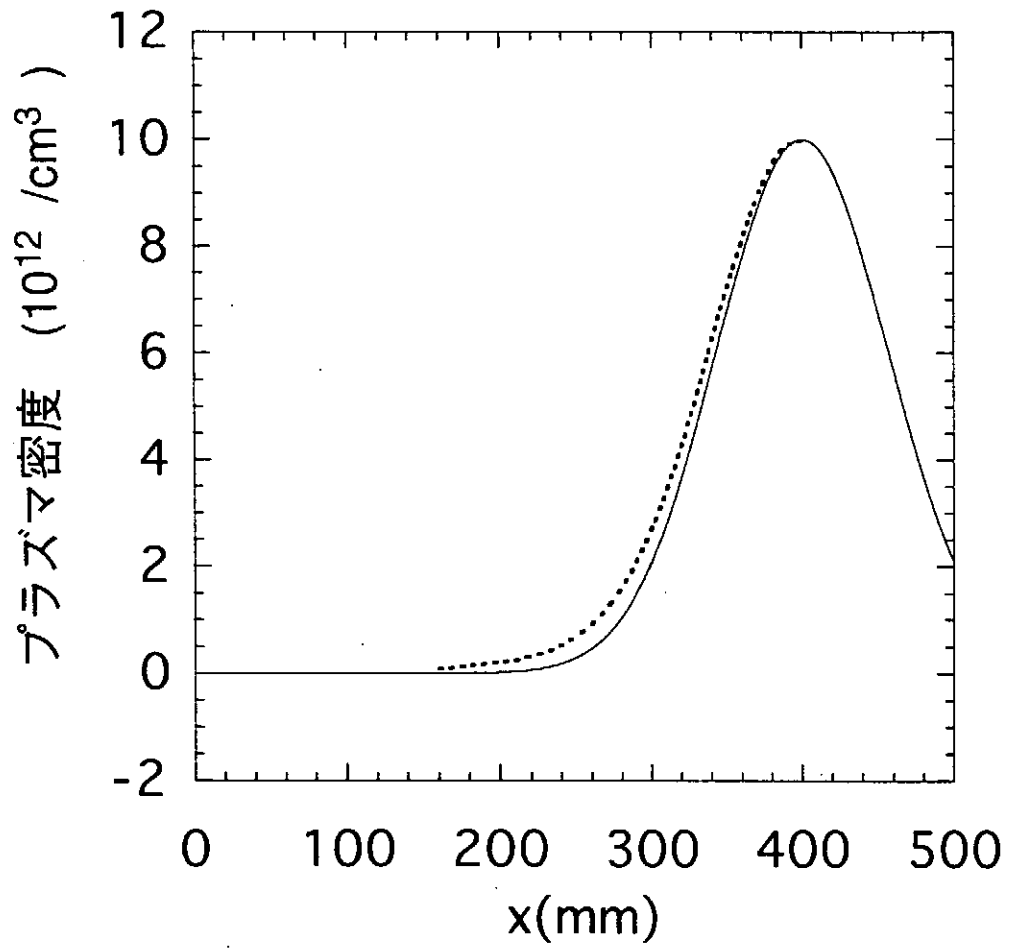


図2. 超短パルス反射法による密度分布の再構成に関する数値計算結果  
(実線は密度分布の原型で、波線は再構成結果である)

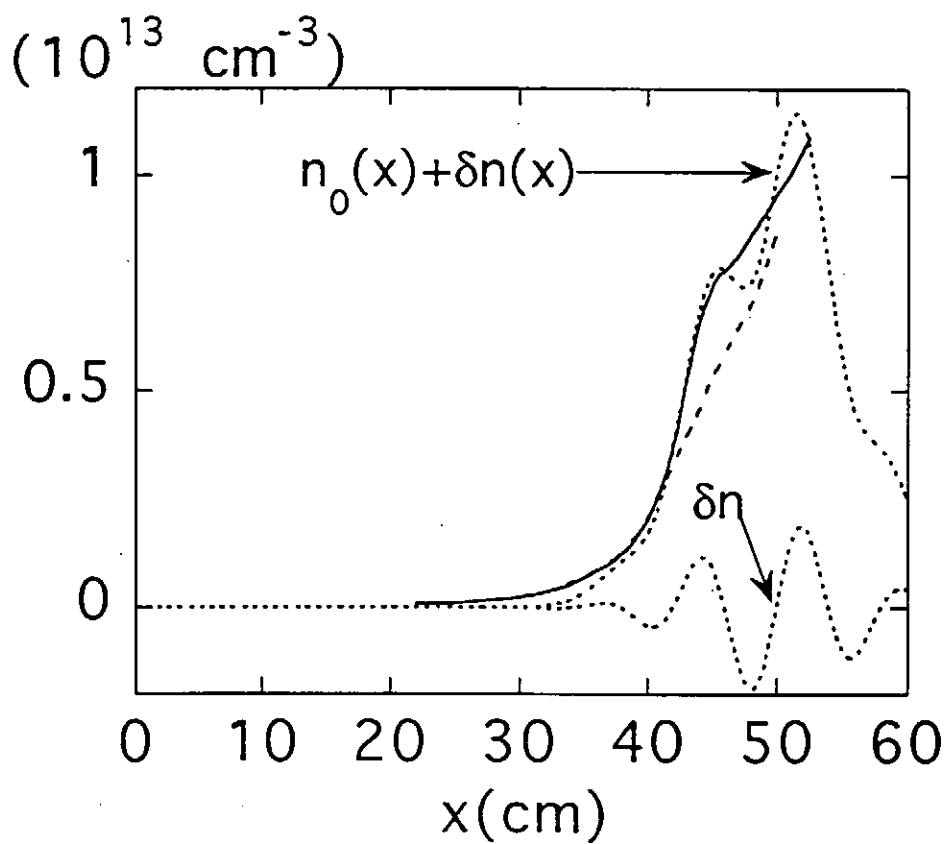


図3. 密度揺動がある場合の超短パルス反射法による密度分布の再構成に関する数値計算結果（実線はpeak-counting法による結果で、波線はzero-crossing法による結果である。ドット線は密度分布を表す。）

# 散逸を含む非線形Mathieu方程式に現れるカオス

横浜国立大学工学部 江原純一、渡辺慎介

## はじめに

本報告では、Mathieu方程式を非線形化した方程式の数値計算について述べる。この方程式は、物理的には、支点が上下に振動する振り子の運動を記述する方程式である。比較的単純な形の方程式ではあるが、振り子の特徴的な運動に対応したカオスが方程式に含まれるパラメータ空間中の2箇所に現れる興味深い性質を持つことがわかった。

## 非線形Mathieu方程式

次の形の方程式を考える。

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + k \frac{d\theta}{dt} + (1 - 4\alpha \sin 2t) \sin \theta = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\theta$ は振り子の振れの角度、 $k$ は速度に比例する摩擦力を表す摩擦係数、 $\alpha$ は支点が鉛直方向に上下振動するときの振幅を表す。重力加速度、振り子の棒の長さ、おもりの質量は、すべて1に規格化されている。したがって、微小振動の角振動数は1になる。また、支点の上下運動を表す $-4\alpha \sin 2t$ の項が示すように、支点の上下振動の角振動数は振り子の微小振動の角振動数の2倍に選んだ。以上のような条件のもとで左辺第3項の $\sin \theta$ を $\theta$ に置き換える線形化の操作により、(1)は時間に依存する係数を持つ通常のMathieu方程式に帰着する。つまり、線形化をすると(1)は典型的なパラメトリック共鳴の方程式となる。左辺第3項が非線形であるという意味で、(1)を非線形Mathieuと呼ぶことにする。

この方程式で、 $-4\alpha \sin 2t \cdot \sin \theta$ の項は支点の上下により外力が振り子に対して仕事を行う効果を表し、 $\sin \theta$ は非線形効果によるモード結合の役割を果たす。

数値計算には4次のRunge-Kutta法を用いた。支点の振動振幅 $\alpha$ を固定し、摩擦による減衰定数 $k$ を変化させて数値計算を行った。

### 数値計算結果

図1に、支点の振動振幅 $\alpha$ を0.5に選んだときの分岐図を減衰定数の関数として示す。分岐図はポアンカレ断面をもとに描かれた。方程式(1)の対称性から、振り子の振れの角度の絶対値 $|\theta|$ を縦軸に選んでいる。振り子が支点の真上を通過する( $|\theta|=\pi$ )か否かの判断から、 $k>0.49$ の領域では振り子は回転しないことがわかる。詳しい観察から、摩擦が小さいとき( $k=0\sim 0.42$ )は回転運動が振動運動より卓越しており、摩擦が大ききとき( $k=0.42\sim 0.95$ )は振動が支配的であることがわかる。 $k>0.95$ では振り子は最終的に静止する。

$k=0\sim 0.18$ および $0.42\sim 0.52$ に現れる不規則的運動は、最大リアプノフ指数の計算によりカオスであることが証明された(図2)。なお、図2で最大リアプノフ指数 $\lambda_{\max}$ の下限界が $\lambda_{\max}=-k/2$ であることが読みとれるが、この下限界は元の運動方程式に由来するものである(支点の振幅 $\alpha$ とは無関係である)。

周期的状態から減衰係数 $k$ を徐々に小さくすると周期倍分岐を繰り返してカオスに至る。この振り子の系では”回転主体”モード( $k=0\sim 0.42$ )と”振動主体”モード( $k=0.42\sim 0.95$ )の両方で周期倍分岐が起こり、それぞれのカオス領域へと向かう。これらの周期倍分岐の分岐点を表1に示す。分岐点の間隔比は、いずれの運動モードでもファイゲンバウム定数に近い値をとる。したがって、この系におけるカオスへの道筋は、各モード共にファイゲンバウム則に従う通常の周期倍分岐ルートである。なお、 $k=0.42$ 付近でカオス的運動(振動主体)と周期的(回転)運動が交代しているが、その境界は曖昧であり確定できない。



表1 カオスへの移行時における周期倍分岐点

(a) 回転の分岐 (k=0~0.42)

n	周期の増加	分岐点 $a_n$	間隔比 $\delta_n$
1	1 → 2	0.32070	5.52
2	2 → 4	0.20642	5.13
3	4 → 8	0.1857	4.70
4	8 → 16	0.18166	4.60
5	16 → 32	0.18080	4.68
6	32 → 64	0.180613	
7	64 → 128	0.180573	

ただし, 
$$\delta_n = \frac{a_{n+1} - a_n}{a_{n+2} - a_{n+1}}$$

(b) 振動の分岐 (k=0.42~0.95)

n	周期の増加	分岐点 $a_n$	間隔比 $\delta_n$
1	1 → 2	0.58520	4.862
2	2 → 4	0.5394	4.71
3	4 → 8	0.52998	4.69
4	8 → 16	0.52798	4.58
5	16 → 32	0.527554	4.65
6	32 → 64	0.527461	5.0
7	64 → 128	0.527441	
8	128 → 256	0.527437	

周期的振動が分岐して周期倍加を起こすと、振動に新たな分数調波成分が加わる。図3にその様子を”振動主体”のモードに対して示す。1周期運動の場合、振り子の振動成分は角周波数が1, 3, 5、…である。これらの奇数次の高調波は $\sin \theta$ の

非線形性に由来する。2周期運動では、上述の角周波数に偶数次の高調波が加わり、さらに、4周期運動には1/2の整数倍の分調波が、8周期運動には1/4の整数倍の分調波が加わる。このように、周期倍加現象は偶数次高調波と分数調波成分の出現と密接に関係している。減衰係数  $k$  および支点の振幅  $\alpha$  が分数調波成分の出現とどのような関係を持つのか、すなわち  $k$  と  $\alpha$  から分岐点が理論的に導かれるかについては、現在研究を行なっている。

支点が最上点にあるときをポアンカレ断面としたポアンカレ写像を図4に示す。減衰係数  $k$  が小さいときの”回転主体”のカオス領域と、 $k$  がやや大きいときの”振動主体”のカオス領域（図1参照）は異なるタイプのストレンジアトラクタをもつことがわかる。これらのストレンジアトラクタは自己相似的な構造を持つ。また、各ポアンカレ写像の相関次元  $\nu$  は

$$k=0.1 \text{ のとき } \nu=1.67 \pm 0.07,$$

$$k=0.5 \text{ のとき } \nu=1.21 \pm 0.06,$$

である。したがって、これらのストレンジアトラクタはフラクタルである。

支点の振幅  $\alpha$  を変えた場合の、カオス領域の変化を図5に示す。この図では、 $\alpha$  を0.05刻み（ただし  $\alpha < 0.3$  では0.1刻み）にして  $\alpha = 0.1 \sim 1.0$  の範囲で最大リアプノフ数が正となる点  $(k, \alpha)$  をプロットしている。 $\alpha$  が0.5に近いときは、カオスとなる  $k$  の範囲は  $\alpha = 0.5$  のものと類似している。このとき、分岐のパターンやストレンジアトラクタなども  $\alpha = 0.5$  と同様の形になる。しかし、 $\alpha \leq 0.3$  では  $k > 0$  でカオスを起こさず、 $\alpha \geq 0.8$  では  $k$  が小さいときのカオスが現れない。このような場合には分岐形態および運動のパターンが  $\alpha = 0.5$  のときとは異なる。たとえば、 $\alpha = 1.0$ 、 $k = 1.0$  のとき、振り子は頂点  $(\theta = \pm \pi)$  を中心とする”逆立ち振り子”の状態で安定に振動する。

## まとめ

支点が鉛直方向に振動する振り子の運動を記述する非線形Mathieu方程式の数値計

算を行い、振動運動と回転運動に対応する二つのパラメータ領域で周期倍分岐とそれに伴うカオスを観測した。一つの運動方程式に二つのカオス領域が含まれる例は、筆者らの知る限り報告がなく、興味深い性質と思われる。振動運動に対応する周期倍分岐は理論的に解析が可能であり、現在研究が進行中である。

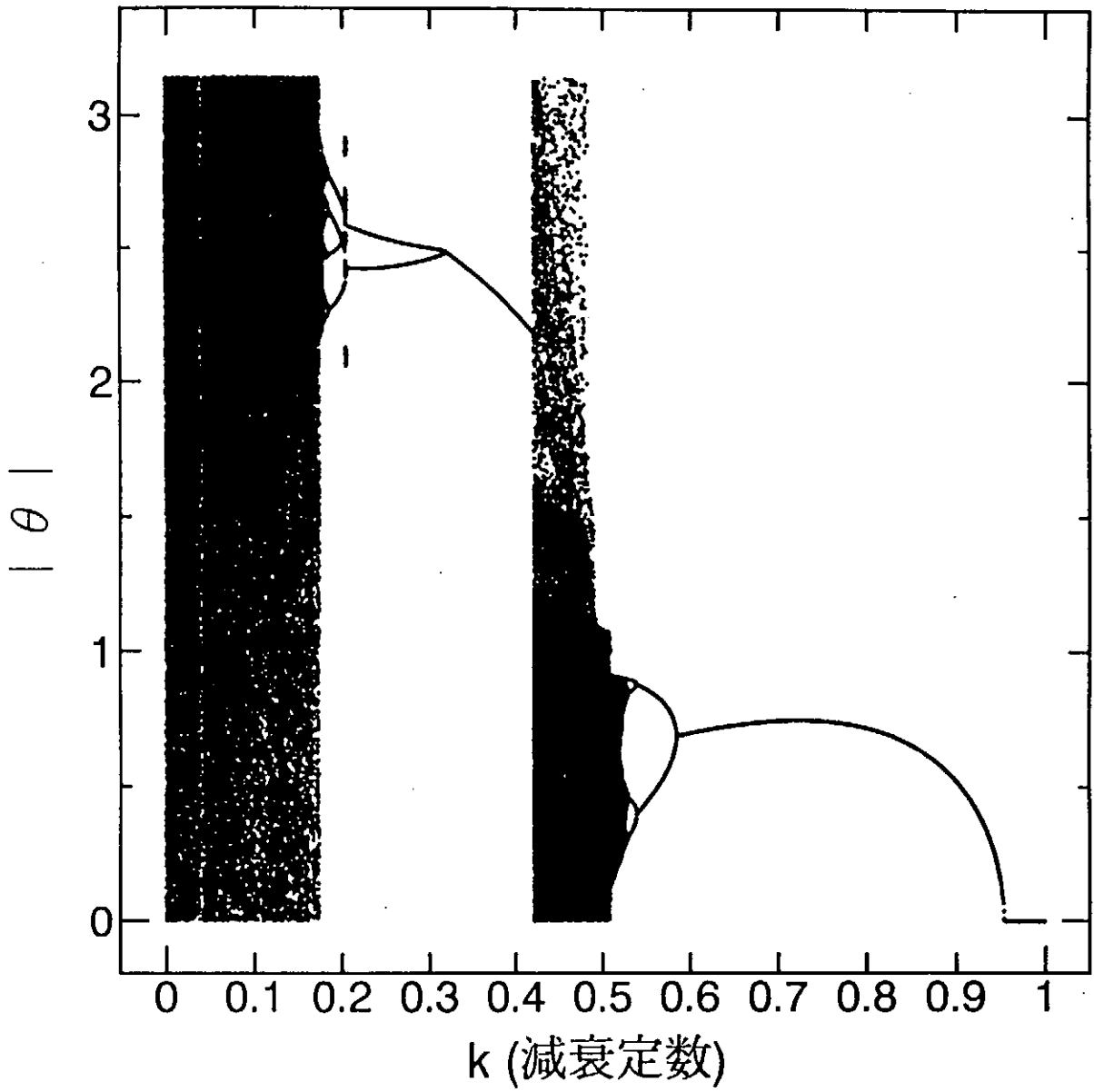


図1 支点の振幅  $\alpha = 0.5$  における分岐図

$\Delta t=0.00393$   $\tau=0.157$   $n=120000$   $\alpha=0.5$

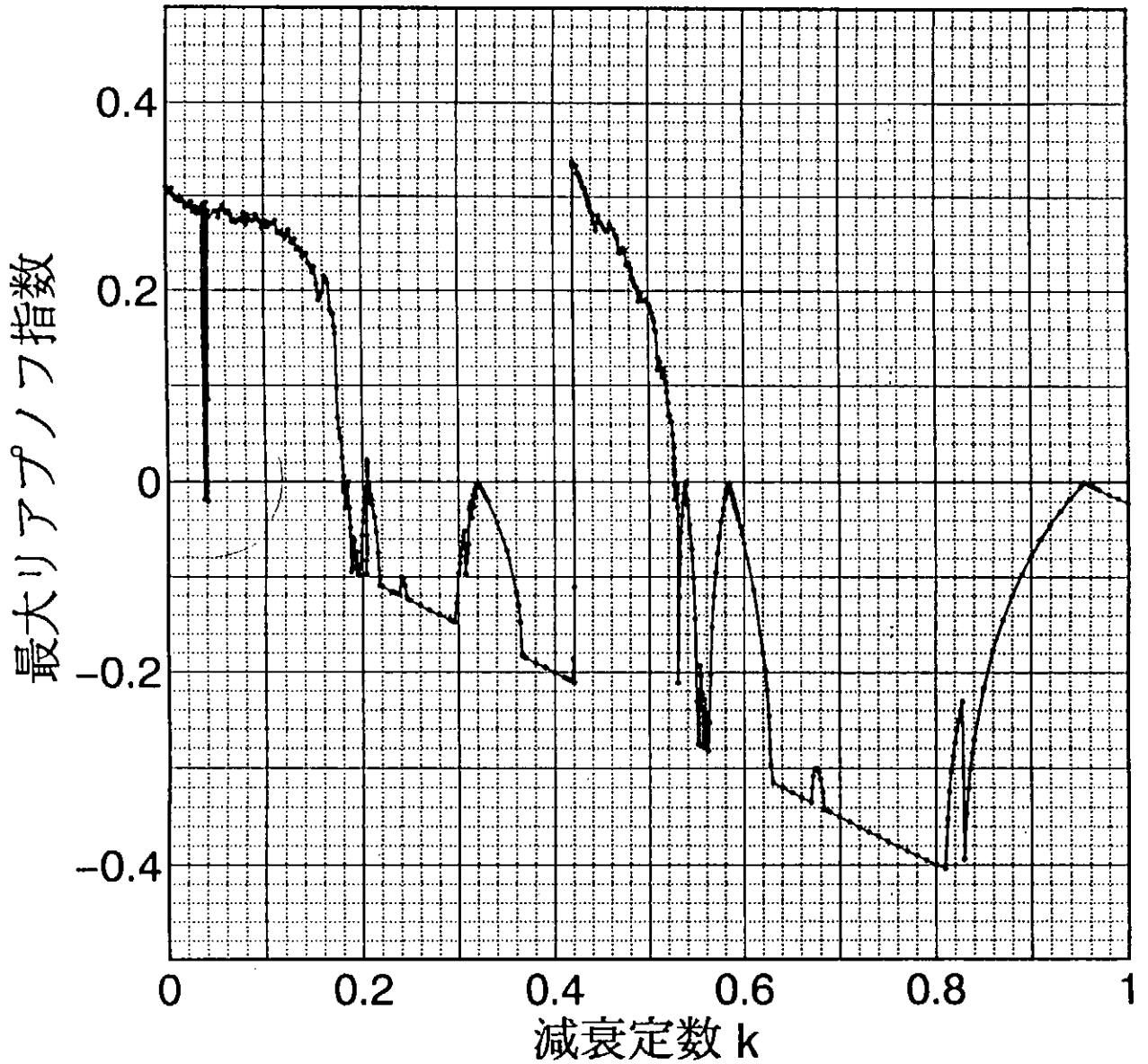
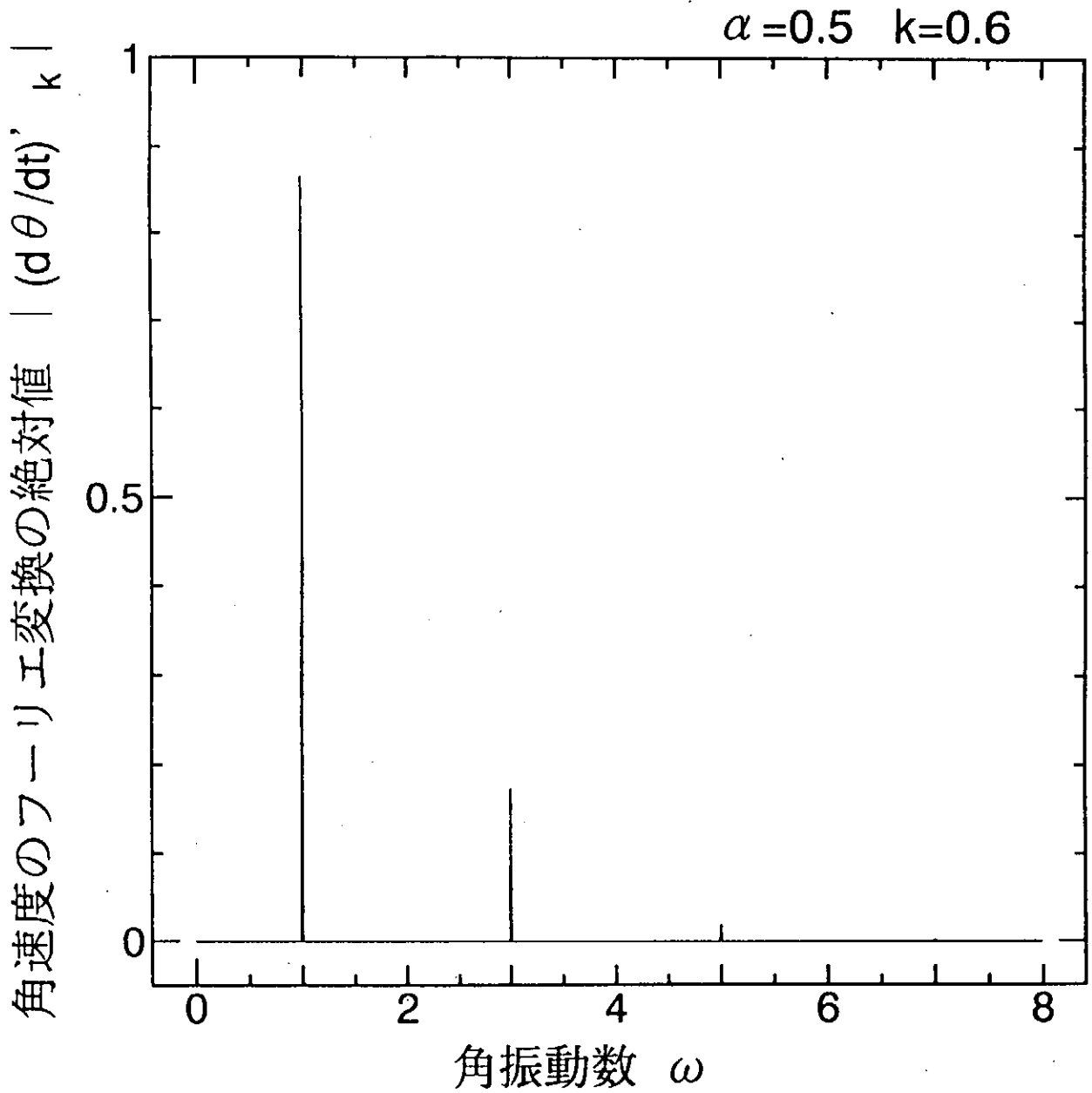


図2 減衰定数 $k$ に対する最大リアプノフ指数の変化  
(初期の過渡現象を十分除去した場合)



(1) 1周期振動

図3 分岐による振動成分の増加

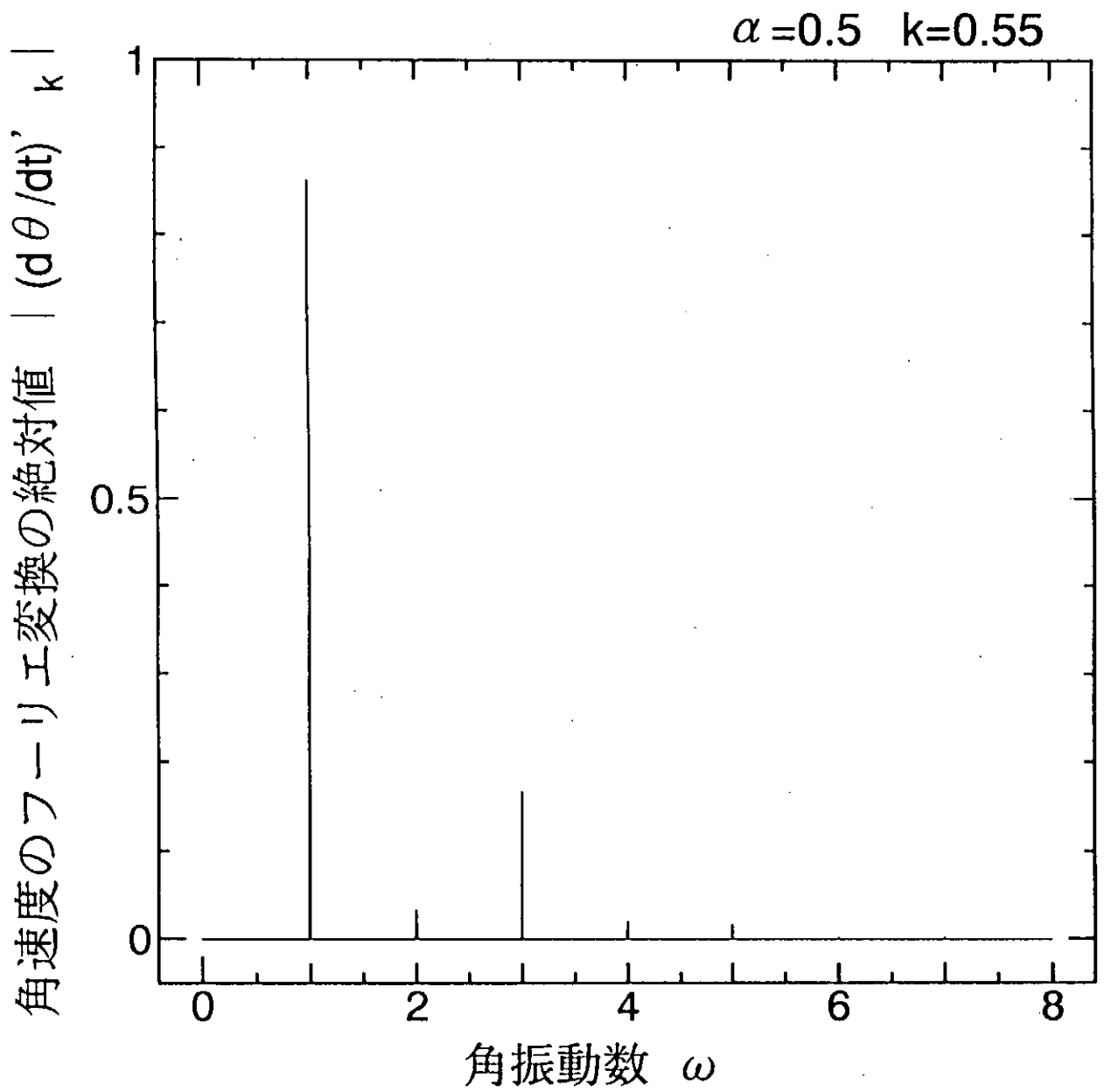


図3 (2) 2周期振動

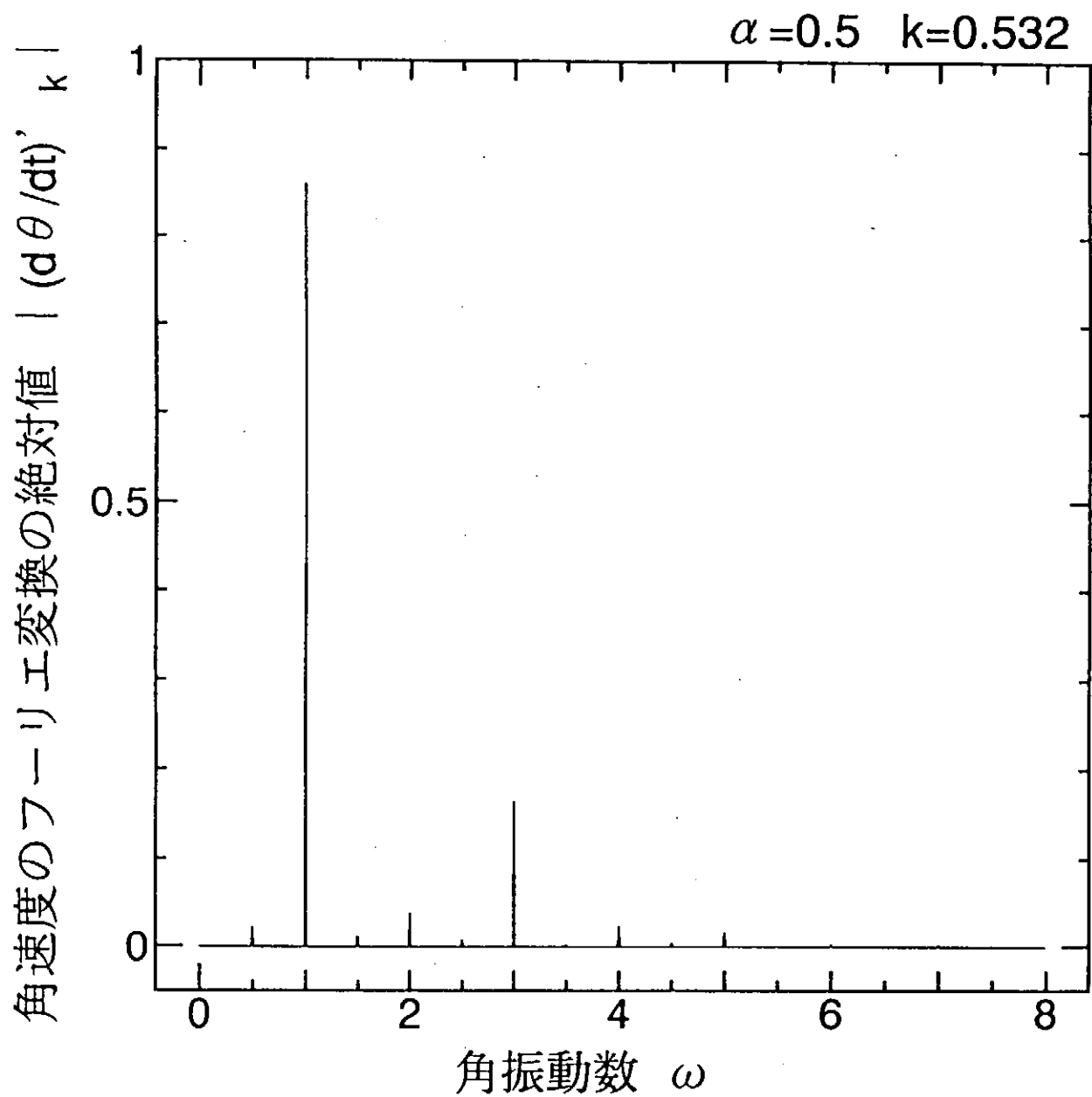
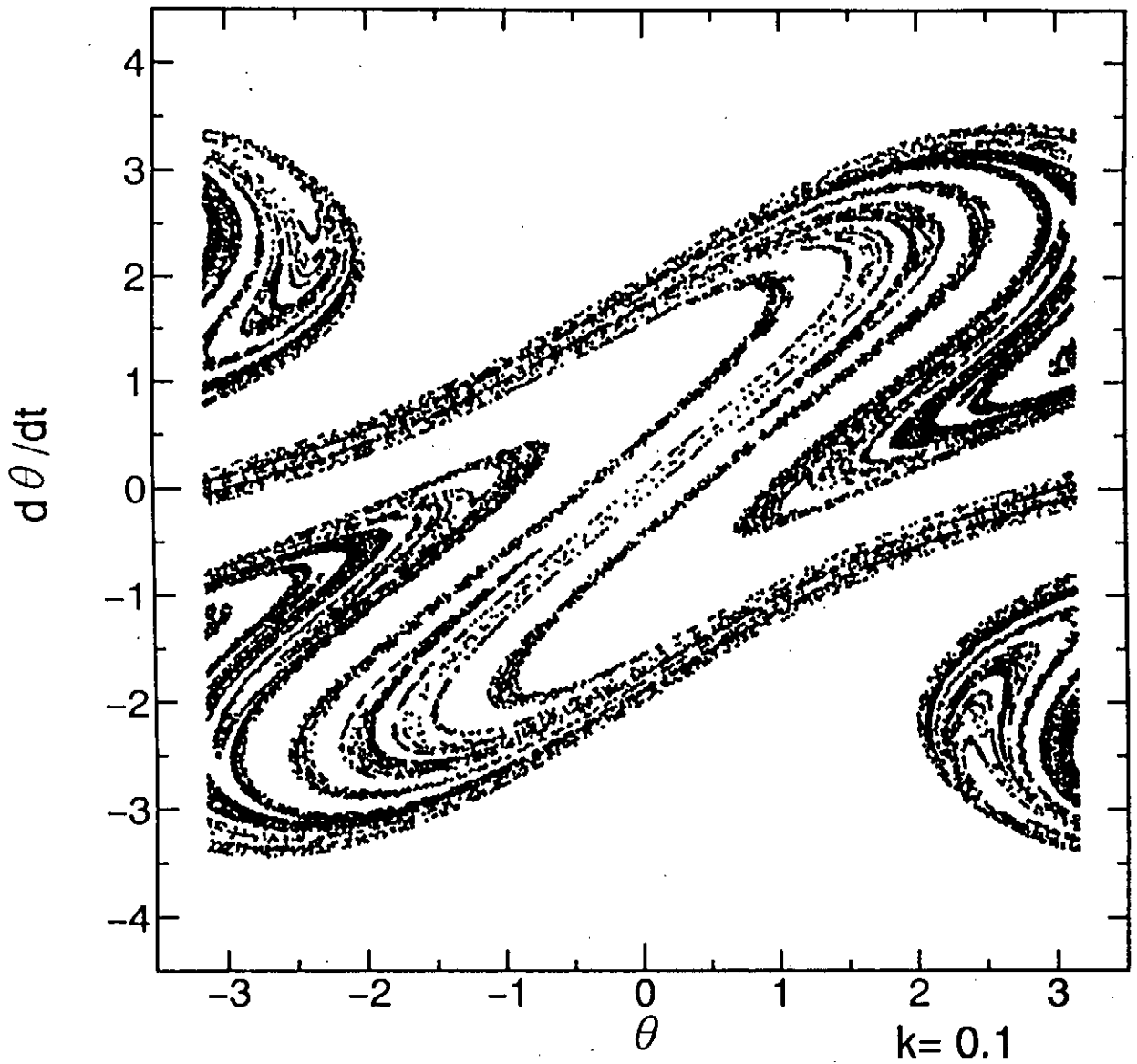


図3 (3) 4周期振動





(1)  $k=0.1$  (回転主体のカオス)

図4 ポアンカレ写像

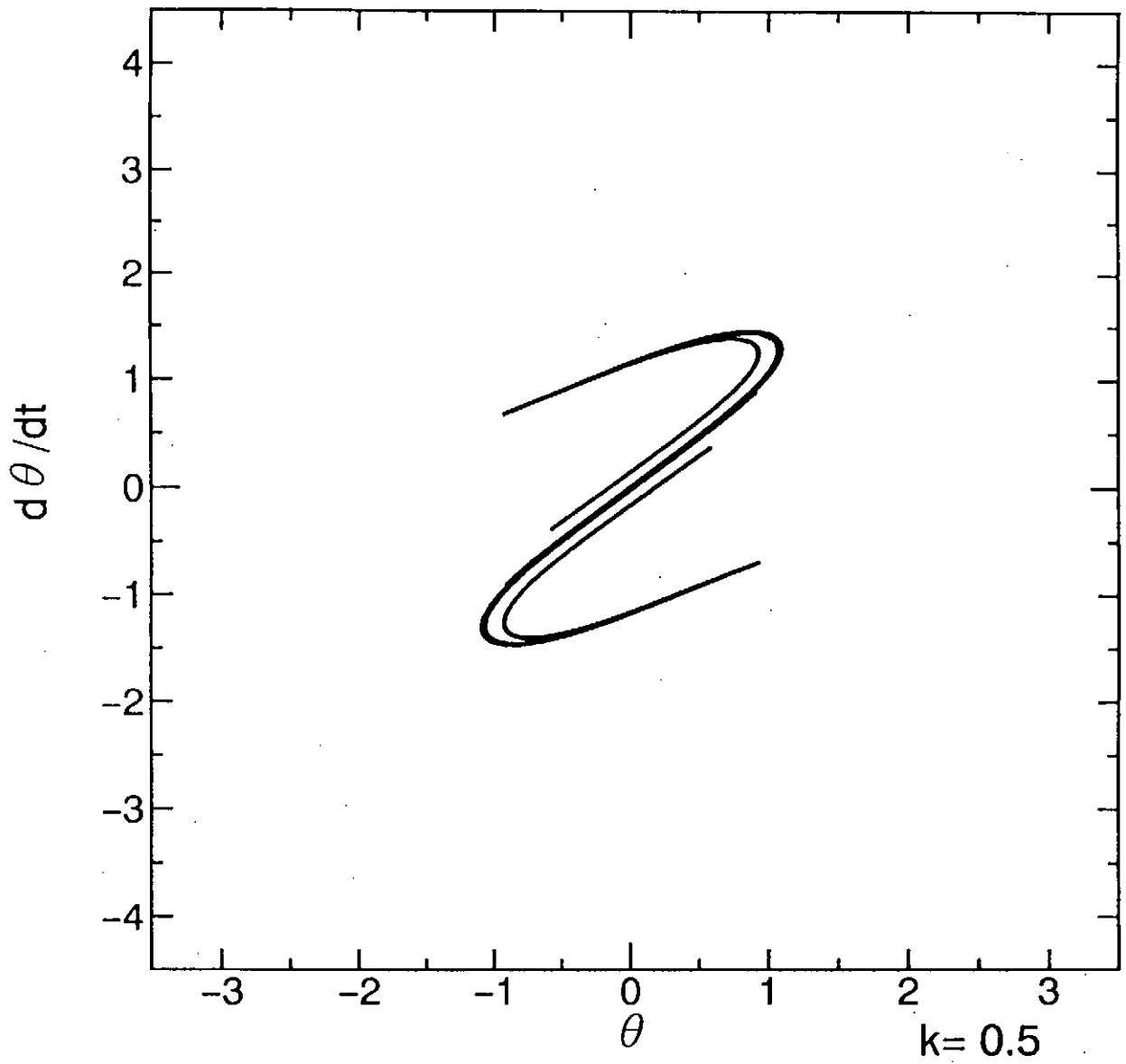


図4 (2)  $k=0.5$  (振動主体のカオス)

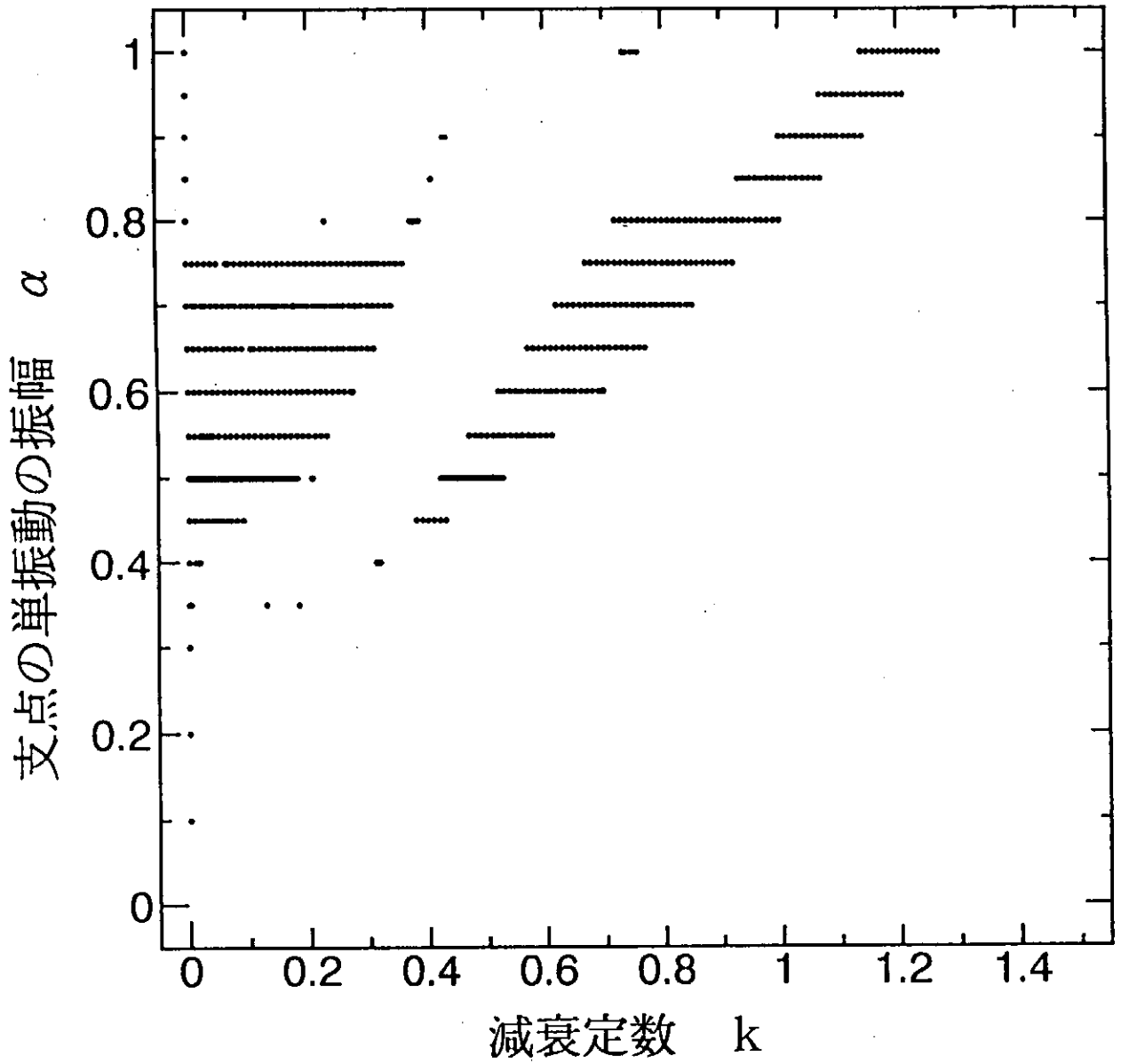


図5 運動がカオス的になるパラメータ領域

# 放電プラズマのヒステリシス特性の解析

## Analysis of Hysteresis Characteristics in Gas Discharge Plasma

松永康 加藤鞆一

Yasushi Matsunaga and Tomokazu Kato

早大理工

*School of Science and Engineering Waseda University, Tokyo, 169-50*

The current-voltage characteristics of Ar plasma with thermoionic cathode exhibit hysteresis, and the system shows low frequency chaotic oscillation. We had summarized the low frequency oscillation in ref. 1. First, we discussed the hysteresis phenomenon by using the rate equations with source terms and discussed multiple stationary states. However, the stationary solutions do not exist in a reasonable range of the thermodynamic-parameter such as the electron density etc., even if we consider three-body recombination. We also discussed the phenomenon in the case by using reaction coefficients depend on the density thorough the temperature. However, the problem also remains. It is the reason that we do not explicitly consider the energy balance of the system. Therefore, we try to describe the system by the thermodynamics, and examine the instability in the ionization system. Then, we show that the dependence of the temperature on the electric field has the discontinuous points. Next, we expand this procedure and discuss the entropy production. However, by this formula, we can treat the stability condition for the density, but cannot describe the difference or gap of hysteresis. In last section, we consider the connection between the rate equation with temperature dependence and the energy equation with loss term through the surface of plasma and find the clue to explain the multiple stationary states.

### §1. はじめに

熱電子放出型陰極を用いたプラズマの電流電圧特性は、ヒステリシスを描き、低周波のカオスが観測される。典型的な放電特性を図1に示す。図1のモードが遷移する前の低密度状態で1 kHz程度の低周波の交流を印加し、その振幅を変化させると、低周期倍化をおこし

カオスの振動が観測される。この振動のモデルとして、低密度状態での非線形ポテンシャル中のイオンの運動に注目して解析を行い、カオスの現象を説明した<sup>1)</sup>。

今回はその後継続して行っているヒステリシス特性の解析結果を中心に報告する。まず、電離及び再結合を記述する粒子数変化の式に基づき、多重定常状態を検討した。しかし、たとえ三体再結合を考慮しても、観測しうる低密度の範囲に三つの解が存在しないなど、難点があった。そもそも低圧力 ( $10^{-3}$ Torr) では三体の反応はほとんどないと考えてよい<sup>4)</sup>。この難点は、エネルギー変化に粒子数変化が、結びついていないためと推測された。従って、扱いが簡単な熱力学を用いて、系を記述することを考え、電気熱量効果による温度と電場変化の比を計算し、不連続性を示すことを確認した。これがモードの遷移に対応すると考えられる。次に、この扱いを発展させるため、不可逆過程の熱力学の立場にたつてエントロピーを熱力学変数で展開し、エントロピー生成を計算し、粒子数変化を中心に電離系の安定性を調べた。しかしながら、遷移あるいはヒステリシスを特徴づける量がなく、問題が残ることがわかった。これは、我々が考えた熱力学の形式では、エネルギーの変化が密度、あるいは空間勾配の変化にうまく還元されていないためと考えている。

最後に、研究会では発表しなかったが、反応とエネルギー方程式より導出される多重定常状態の考察を展望として述べる。

## §2. 熱力学を使った不連続性の考察

実験では、状態遷移の際、陰極の温度及び電子の温度変化が観測されている。この点に注目して電離状態を熱力学を使って特徴づけた。簡単のためプラズマ中の電子のみの記述とする。プラズマを理想気体で近似し、電気熱量効果の取り扱いと類似の記述をし、遷移の部分に注目し、温度変化の不連続性を考察する。熱力学第一法則から出発する<sup>3)</sup>。

$$\begin{aligned} dU^* &= TdS + \mu dN - DdE \\ &= \left(\frac{\partial U^*}{\partial T}\right) dT + \left(\frac{\partial U^*}{\partial E}\right) dE + \left(\frac{\partial U^*}{\partial N}\right) dN \\ &= C_E dT + \left(\frac{\partial U^*}{\partial E}\right) dE + \left(\frac{\partial U^*}{\partial N}\right) dN. \end{aligned} \quad (2.1)$$

\*は  $d(DE)$  ルジャンドル変換した熱力学量を表す。状態遷移の直前で断熱過程と近似すれば、

$$\left(D + \left(\frac{\partial U^*}{\partial E}\right)\right) dE = -C_E dT + \left(\mu - \left(\frac{\partial U^*}{\partial N}\right)\right) dN. \quad (2.2)$$

一方、ヘルムホルツの自由エネルギーの表式より、

$$dF^* = -SdT + \mu dN - DdE. \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{\partial F^*}{\partial E}\right) = -D = \left(\frac{\partial U^*}{\partial E}\right) - T \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right). \quad (2.4)$$

マックスウエルの関係式と誘電体の状態方程式は、

$$\left(\frac{\partial D}{\partial T}\right) = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right), \quad D = \epsilon(T, N)E. \quad (2.5)$$

よって、式 (2.2) は

$$T \left(\frac{\partial D}{\partial T}\right) dE = -C_E dT + \left(\mu - \left(\frac{\partial U^*}{\partial N}\right)\right) dN. \quad (2.6)$$

となる。密度が、温度に依存するとして、 $dN$ の項を書き換える。これは独立変数を  $T$  と  $E$  にとることになる。

$$dN = (dN/dT)dT. \quad (2.7)$$

結局、温度変化と電場変化の比は次のようにまとめられる。

$$\frac{dT}{dE} = \frac{T \left(\frac{\partial D}{\partial T}\right)}{-C_E + \left(\mu - \left(\frac{\partial U^*}{\partial N}\right)\right) \frac{dN}{dT}}. \quad (2.8)$$

右辺が正なら、温度上昇、負なら温度下降、ゼロなら等温変化を示すことになる。通常の電気熱量効果は、分母が比熱に対応する  $C_E$  だけであるが、ここでは粒子数が変化する開放系を考えているので化学ポテンシャルによる寄与と内部エネルギーの寄与がある。更に、比熱  $C_E$  自身も電束密度  $D$  に依存しているの、分母がゼロとなり、温度の飛びを示す可能性がある。この式の右辺を評価するため、化学ポテンシャルなどの熱力学量を計算し、プラズマを理想気体で近似すると、次のようになる。

$$\frac{dT}{dE} = \frac{T \left(\frac{\partial D}{\partial T}\right)}{-\frac{3}{2}Nk_B - T\frac{E}{2} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial T^2}\right) + \left(k_B T \log(\lambda^3 N) - \frac{3}{2}k_B T - T\frac{E}{2} \left(\frac{\partial^2 D}{\partial T \partial N}\right)\right) \frac{dN}{dT}}. \quad (2.9)$$

問題は  $(\partial D/\partial T)$ 、 $(\partial^2 D/\partial T^2)$ 、 $(\partial^2 D/\partial T \partial N)$ 、 $dN/dT$  の項である。

まず、電子密度の温度依存性は、簡単のためサハの式で近似する。

$$N = N_n \lambda^{-3/2} \exp(-\epsilon_i/2k_B T). \quad (2.10)$$

$$\lambda = \sqrt{h^2/(2\pi m k_B T)}. \quad (2.11)$$

電束密度については、文献1で求めたポテンシャルの表式から、デバイ長を介して、温度、密度の依存性を導入することにした。

$$D = -\epsilon_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} = A_1 \sinh(x/\lambda_D) + A_2 \cosh(x/\lambda_D) + A_3 \exp(-\sigma x). \quad (2.12)$$

$$A_1 = -e\lambda_D \left(N_e - N_i + \frac{N_b}{1 - \sigma^2 \lambda_D^2} + \frac{1}{\lambda_D^2} \frac{\epsilon_0 \phi_0}{e}\right). \quad (2.13)$$

$$A_2 = -e\lambda_D \left((N_e - N_i)(1 - \cosh(L/\lambda_D)) \operatorname{cosech}(L/\lambda_D) + \frac{N_b}{1 - \sigma^2 \lambda_D^2} (\operatorname{cosech}(L/\lambda_D) \exp(-\sigma L) - \coth(L/\lambda_D)) - \frac{\epsilon_0 \phi_0}{e\lambda_D^2} \coth(L/\lambda_D)\right). \quad (2.14)$$

$$A_3 = -e\sigma \lambda_D^2 \frac{N_b}{1 - \sigma^2 \lambda_D^2}. \quad (2.15)$$

ここで  $N_e$ ,  $N_i$ ,  $N_b$  は、それぞれ、電子、イオン、ビームの密度である。ここでは、電子とイオンの密度を等しいとおき ( $N_e = N_i$ )、余ったビームのみで電場をつくるとする近似を用いている。従って、上式は単純化されて次のようになる。また、外場は  $\phi_0/L$  である。

$$A_1 = -e\lambda_D \left( \frac{N_b}{1 - \sigma^2 \lambda_D^2} + \frac{e\epsilon_0 \phi_0}{\lambda_D^2} \right). \quad (2.16)$$

$$A_2 = -e\lambda_D \left( \frac{N_b}{1 - \sigma^2 \lambda_D^2} (\operatorname{cosech}(L/\lambda_D) \exp(-\sigma L) - \coth(L/\lambda_D)) - \frac{\epsilon_0 \phi_0}{e\lambda_D^2} \coth(L/\lambda_D) \right). \quad (2.17)$$

$$A_3 = -e\sigma \lambda_D^2 \frac{N_b}{1 - \sigma^2 \lambda_D^2}. \quad (2.18)$$

式 (2.12) より、 $(\partial D/\partial T)$ 、 $(\partial^2 D/\partial T^2)$ 、 $(\partial^2 D/\partial T \partial N)$ 、を計算し、 $\phi_0/L = 1[\text{V/cm}]$  程度の外場の値を入れ式 (2.9) を数値的に計算すると、 $T = 3000[\text{K}]$  あたりで発散することがわかった (図2)。温度が低めになっているのは完全電離のサハの式で近似したためである。式 (2.9) の分母は電場を含めた系の比熱に対応しており、この値が正から負になるところで発散し、温度変化の飛びにつながると考えられる。しかし、電束密度のどの項の非線形性が大きく関与しているかは、我々が選んだ関数形によるものであり、ここでは定性的な議論にとどめた。なお、デバイの双極子近似による電束密度の関数形  $\epsilon = \epsilon_0 + e^2 N / (k^2 k_B T)$  を使っても、同様の発散がおこることも確認した。

### §3. エントロピー生成

#### 3.1 はじめに

不可逆過程の熱力学によると、エントロピー生成は、<sup>5,6)</sup>

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dU}{dt} - \frac{\mu}{T} \frac{dN}{dt} - \frac{E}{T} \frac{dD}{dt}. \quad (3.1)$$

我々が考えている反応方程式は、

$$\frac{dN}{dt} = \alpha + \nu_i N - \rho N^2. \quad (3.2)$$

$\nu_i$ ,  $\rho$  は各々電離係数、再結合係数である。低密度状態と高密度状態では、温度 (密度) が異なるので方程式は同じでも反応係数の大きさが異なると考えられる。反応方程式は、自己の合成を促進する自己触媒型 (ロジステック型) と同じなので、エントロピー生成がある条件で負になり、不安定性を導くことがわかっている<sup>1)</sup>。これを基礎として系を考えたい。

#### 3.2 拡張

エントロピーをある基準状態 (通常は平衡状態) のまわりで2次の項まで展開し、安定性を調べる。

$$S = S_0 + \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right) \delta T + \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right) \delta N + \left( \frac{\partial S}{\partial D} \right) \delta D$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T^2} \right) \delta T^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 S}{\partial N^2} \right) \delta N^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 S}{\partial D^2} \right) \delta D^2 \\
& + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial N} \right) \delta T \delta N + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial D} \right) \delta T \delta D + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial N \partial D} \right) \delta N \delta D
\end{aligned} \quad (3.3)$$

エントロピー生成は、密度の変化に注目して書くと次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta S}{dt} &= \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right) \frac{d\delta T}{dt} + \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right) \frac{d\delta N}{dt} + \left( \frac{\partial S}{\partial D} \right) \frac{d\delta D}{dt} \\
&+ \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T^2} \right) \delta T \frac{d\delta T}{dt} + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial N^2} \right) \delta N \frac{d\delta N}{dt} + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial D^2} \right) \delta D \frac{d\delta D}{dt} \\
&+ \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial N} \right) \left( \delta N \frac{d\delta T}{dt} + \delta T \frac{d\delta N}{dt} \right) + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial D} \right) \left( \delta T \frac{d\delta D}{dt} + \delta D \frac{d\delta T}{dt} \right) \\
&+ \left( \frac{\partial^2 S}{\partial N \partial D} \right) \left( \delta N \frac{d\delta D}{dt} + \delta D \frac{d\delta N}{dt} \right).
\end{aligned} \quad (3.4)$$

まとめると、

$$\frac{d\Delta S}{dt} = \left( \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right) + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial N^2} \right) \delta N + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial N} \right) \delta T + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial N \partial D} \right) \delta D \right) \frac{d\delta N}{dt} + \dots \quad (3.5)$$

理想気体の場合、密度の変化による項は次の様になる。

$$\frac{d\Delta S}{dt} = \left( - \left. \frac{\mu}{T} \right|_0 - \left. \frac{k}{N} \right|_0 \delta N + \left. \frac{3k}{2T} \right|_0 \delta T + \left. \frac{1}{\epsilon T} \frac{\partial D}{\partial T} \right|_0 \delta D \right) \frac{d\delta N}{dt}. \quad (3.6)$$

基準状態を、反応の定常状態（式 (3.2) で簡単のため  $\alpha = 0$  とした二次方程式の解  $\nu_i/\rho$ ）にとり、温度変化、電束密度の変化を無視すれば密度の変化に対して、エントロピー生成は、必ず正になり、系は安定であることがわかった。

ここで

$$\frac{d\delta N}{dt} = (\nu_i - 2\rho N_0) \delta N \quad (3.7)$$

と近似すれば、密度についての二次の変化の項は、以下のようにある範囲で負になることもあり、系は不安定となる。

$$\frac{d\delta^2 S}{dt} = - \frac{k}{N_0} (\nu_i - 2\rho N_0) (\delta N)^2 \geq 0. \quad (3.8)$$

ここでは、密度変化のみに注目したが、実際には温度変化、電束密度の変化の要因があり、モードが変化（ジャンプ）するはずである。

この表式で言えたことは、基準状態と、反応の定常状態が異なる場合にエントロピー生成が負になることで、

1. どの状態に遷移するのか
2. 直接の原因は何か



3. 遷移を特徴づける量があるのかという問いに関しては答えることができない。結局、温度（内部エネルギー）の依存性（非線形性）が密度の変化にフィードバックされなかったということになる。

また、この表式では密度、温度、電束密度の勾配を考慮しているわけではないので、先に我々が計算した電位等の空間依存性と結びつけることは困難である。熱力学では、温度と密度は独立変数として扱われる。しかし、電離（反応）を考えた場合は密度と温度はもはや独立ではない。この点を前節で導入したように考慮しなければならない。次節では、その可能性について述べる。

#### §4. 反応とエネルギー散逸による多重定常状態の考察

この節では、以前検討した反応方程式とエネルギー方程式の結合を再考し、それによって導き出される多重定常状態について考察した結果を述べる。

##### 4.1 導出

エネルギー保存則を次のように書く<sup>7)</sup>。

$$\frac{3}{2}k_B N \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla_r T \right) + \frac{3}{2}k_B T G + \nabla_r \cdot N k_B T \mathbf{u} + \nabla_r \cdot \mathbf{H} + e N \mathbf{u} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{R} + Q. \quad (4.1)$$

$G$ 、 $Q$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{R}$ は各々、粒子数の変化、エネルギーの変化、熱伝導、運動量変化を表す項である。簡単のため空間依存性、運動量変化項を無視し、粒子数変化、温度変化を次の様に書く。

$$G = \frac{dN}{dt} = \alpha + \nu_i N - \rho N^2. \quad (4.2)$$

$$\frac{3}{2}k_B N \frac{dT}{dt} = -\frac{3}{2}k_B T \frac{dN}{dt} - e N \mathbf{u} \cdot \mathbf{E} - \frac{3}{2}\nu_n N k_B (T - T_0) - \nu_i \epsilon_i N - \eta k_B (T - T_1). \quad (4.3)$$

ここで、 $\nu_n$ は中性ガスとの衝突頻度、 $\eta$ はプラズマの表面を通して面積的に散逸するエネルギーの係数、 $T_1$ はプラズマ表面の有効温度である。この密度に依存しない散逸項がないと密度方程式とエネルギー方程式がうまく結合しない。次に、温度変化、粒子数変化ともに定常であるとする。

$$0 = \alpha + \nu_i N - \rho N^2. \quad (4.4)$$

$$0 = -e N \mathbf{u} \cdot \mathbf{E} - \frac{3}{2}\nu_n N k_B (T - T_0) - \nu_i \epsilon_i N - \eta k_B (T - T_1). \quad (4.5)$$

電離係数 $\nu_i$ を次のようなアレニウス型に仮定する。ここでは平衡系の反応の理論をそのまま借用した形とする。

$$\nu_i = \nu_{i0} \exp(-\epsilon_i/k_B T). \quad (4.6)$$

ここで、 $\epsilon_i$ は電離ポテンシャルである。再結合定数は、温度によらず一定と仮定する。式(4.4)より、反応の定常解は、

$$\alpha + \nu_{i0} \exp(-\epsilon_i/k_B T) N - \rho N^2 = 0 \quad (4.7)$$

より、

$$k_B T = -\frac{\epsilon_i}{\log\left(\frac{N}{\nu_{i0}/\rho} - \frac{\alpha}{\nu_{i0}N}\right)} \quad (4.8)$$

となる。 $N_0$ を次のように定義する。

$$N_0 \equiv \frac{\nu_{i0}}{\rho}. \quad (4.9)$$

温度を消去し、密度で表すことを考える。式 (4.5) を  $f(N)$  とおく。よって、

$$\begin{aligned} f(N) = & -e\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}N \\ & - \frac{3}{2}\nu_n N \left( -\frac{\epsilon_i}{\log\left(\frac{N}{\nu_{i0}/\rho} - \frac{\alpha}{\nu_{i0}N}\right)} - k_B T_0 \right) \\ & - (\rho N - \alpha/N)\epsilon_i N - c \left( -\frac{\epsilon_i}{\log\left(\frac{N}{\nu_{i0}/\rho} - \frac{\alpha}{\nu_{i0}N}\right)} - k_B T_1 \right). \end{aligned}$$

$N_0$ 、 $\epsilon_i$ を使って無次元化する。

$$x = N/N_0, \quad (4.10)$$

$$\theta = k_B T / \epsilon_i. \quad (4.11)$$

従って、

$$f(x) = -\frac{e\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}}{\nu_n \epsilon_i} x - \frac{3}{2}x(\theta(x) - \theta_0) - \frac{\nu_{i0}}{\nu_n} \left( x^2 - \frac{\alpha}{N_0 \nu_{i0}} \right) - \frac{\eta}{N_0 \nu_n} (\theta(x) - \theta_1), \quad (4.12)$$

$$\theta = -1 / \log\left(x - \frac{\alpha}{N_0 \nu_{i0} x}\right) \quad (4.13)$$

となる。また、逆に  $x$  を  $\theta$  で表せば、

$$x = \frac{\exp(-1/\theta) + \sqrt{\exp(-2/\theta) + 4 \frac{\alpha}{N_0 \nu_{i0}}}}{2} \quad (4.14)$$

である。

反応係数は、およそ<sup>1)</sup>

$$K = K_0 \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{k_B T}\right) \quad (4.15)$$

$$K_0 = 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{s} \quad (4.16)$$

となるので、 $10^{-3}$  Torr 程度の中性ガスの密度をかけて、 $\nu_{i0} \sim 10^3$  Hz、 $\nu_n$  は圧力と 1 eV 程度の温度を想定して、 $\nu_n \sim 10^7 \cdot \delta$  Hz となる。ここで、 $\delta$  は損失係数で、大体  $10^{-3}$  から  $10^{-2}$  の値をとるものとする。従って  $\nu_n \sim 10^4 \sim 10^5$  Hz となる。ただし、弾性衝突の場合の運動量保存則とエネルギー保存則より導かれる損失係数の値は、アルゴンの場合  $3m/M = 3/1837/40 \sim 4 \cdot 10^{-5}$  と非常に小さい。ここでは、非弾性衝突による効果も重要であるとして、 $\delta$  の値を大きく見積もっている。再結合定数は、まずは温度によらないとして、 $\rho \sim 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$  とした。

## 4.2 式 (4.12) の評価

式 (4.12) のおよその振る舞いを決めているのは、第一項と第四項である。実際、密度に依存しない第四項がないと、定常根は1つしかないことがわかっている。なぜなら、式 (4.12) でこの項がないと、定常解を評価する場合、両辺にはすべて密度がかかっているため、密度方程式と温度方程式が完全に独立になってしまうからである。

まず、式 (4.12) を扱いが簡単な温度 $\theta$ の関数とみて評価した。密度変化の式のソース $a$ をゼロと近似し、係数を適当に取り直して、新たに $f$ を次の様に定義する。ここで、 $a$ は第一項の熱の発生と、第四項のエネルギーの散逸の比に対応する。

$$f(\theta) = a \exp(-1/\theta) - (\theta - \theta_1). \quad (4.17)$$

$$a = \frac{-e\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}}{\epsilon_i} / \frac{\eta}{N_0}. \quad (4.18)$$

$\theta$ についての微分は、

$$f'(\theta) = a \frac{\exp(-1/\theta)}{\theta^2} - 1, \quad f''(\theta) = a \exp(-1/\theta) \left( \frac{1}{\theta^4} - \frac{2}{\theta^3} \right). \quad (4.19)$$

二階の微分がゼロより変曲点は、係数に依存せず、

$$\frac{1}{\theta^4} - \frac{2}{\theta^3} = 0, \quad \theta = 0.5, \quad (4.20)$$

と決まる。これが、大体の関数形を決めている。変曲点が $\theta = 0.5$ であるということは、 $f(\theta) = 0$ の根が存在するとして、一根は $\theta < 0.5$ に存在し、一根は $\theta > 0.5$ に存在することになる。

$f(\theta) = 0$ の根が三つ存在するためには、極大極小が存在することが必要条件であるから、1階微分を調べればよい。変曲点の値 $\theta = 0.5$ を $f'$ に代入し、この値が正ならば、極大極小が存在することになる。

$$f'(0.5) = a \frac{1}{0.5^2} \exp(-1/0.5) - 1 > 0. \quad (4.21)$$

これより $a$ の値の下限が決まる。

$$a > 0.5^2 \exp(1/0.5) \sim 1.85. \quad (4.22)$$

この時、 $f$ は、 $f(0.5) = -0.24963 + \theta_1$ となるので、この値がほぼ0になるような $\theta_1$ をとれば、三根存在することになる。 $f(\theta) = 0$ の根が三つある条件は、熱の発生とロス比 $a$ と $\theta_1$ の値によって決まることがわかった。しかし、 $a$ に関する下限の条件は押さえられるが、 $\theta_1$ はかなりの任意性が残っている。

横軸を規格化した密度に換算した $f$ の関数系を図3に示す。ここでは、密度変化のソースを入れた形で示した。即ち、式 (4.12) の第一項と第四項を残し、 $\theta$ を $x$ で表した図を示している。このように係数を取れば、三つの定常解が存在することがわかった。

## §5. まとめ

熱力学を用いた系の安定性の解析と、エネルギーの散逸による多重定常状態の可能性を示した。反応係数の温度依存性は以前にも検討したのだが、その時は、温度  $T$  と密度  $N$  の関係を、単純に比例関係にしていた。今回はこの部分を再度考察したが、関数形を決めている重要な部分は、やはり同じとなることがわかった。 $\eta$  の解釈等の各項の数値的評価の詳細は他の機会にゆずる。

- 
- 1) Y. Matsunaga and T. Kato : J. Phys. Soc. Jpn. **63** (1994) 4396.
  - 2) P. Grandsorff, G. Nicols, and I. Prigogine: *Proc. Nat. Acad. Sci.(U.S.A.)* **71** (1974) 197.
  - 3) Y. Matsunaga and T. Kato : *NIFS-PROC-22* (1995) 39 [in Japanese].
  - 4) M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg: *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing* (John Wiley and Sons Inc., New York, 1994) Chap. 3.
  - 5) S. R. de Groot and P. Mazur: *Non-Equilibrium Thermodynamics* (North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1962) Chap. 3.
  - 6) G. Nicolis and I. Prigogine: *Self-Organization in Nonequilibrium Systems – From Dissipative Structures to Order through Fluctuations* (John Wiley and Sons Inc., New York, 1977) Chap. 4.
  - 7) Kenro Miyamoto: *Plasma Physics for Nuclear Fusion* (The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1989) Revised edition Chap. 6.

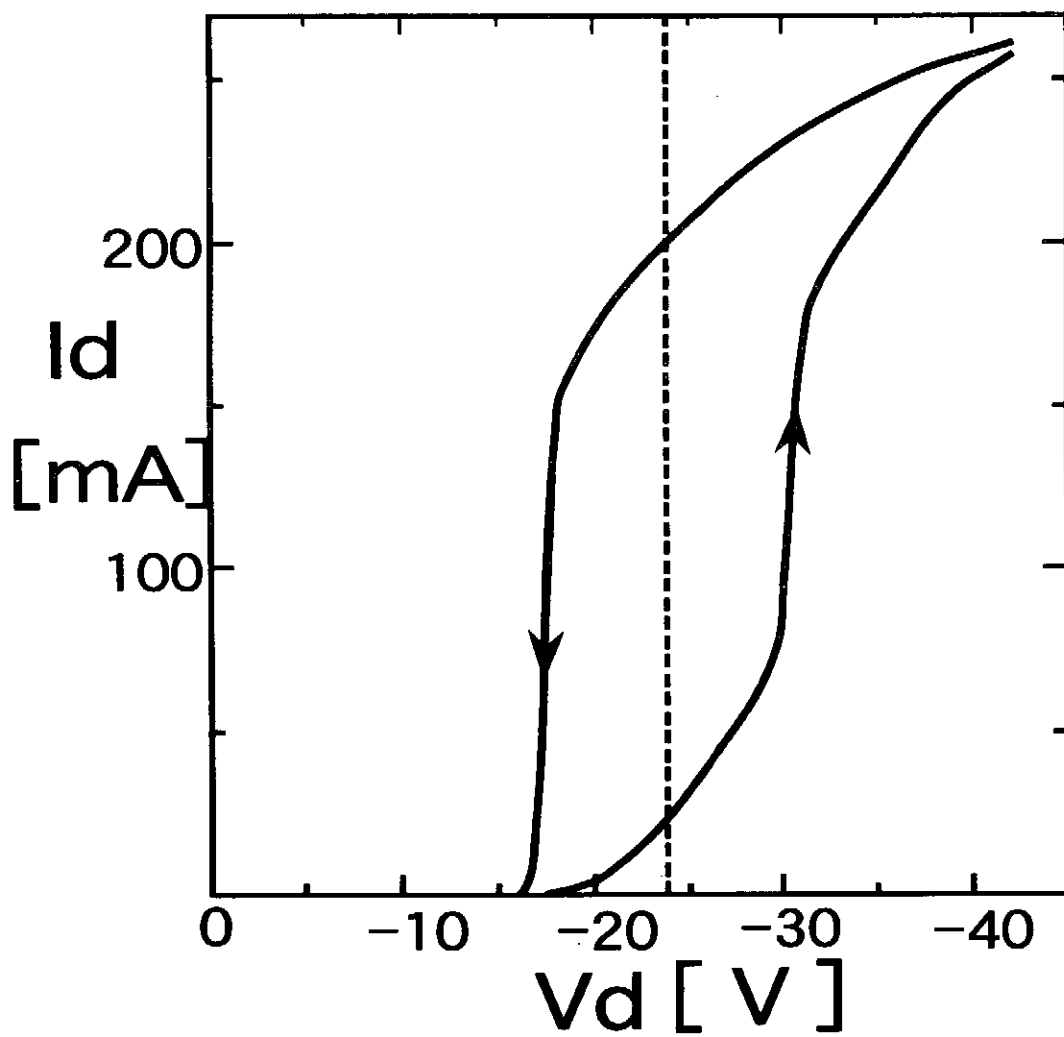
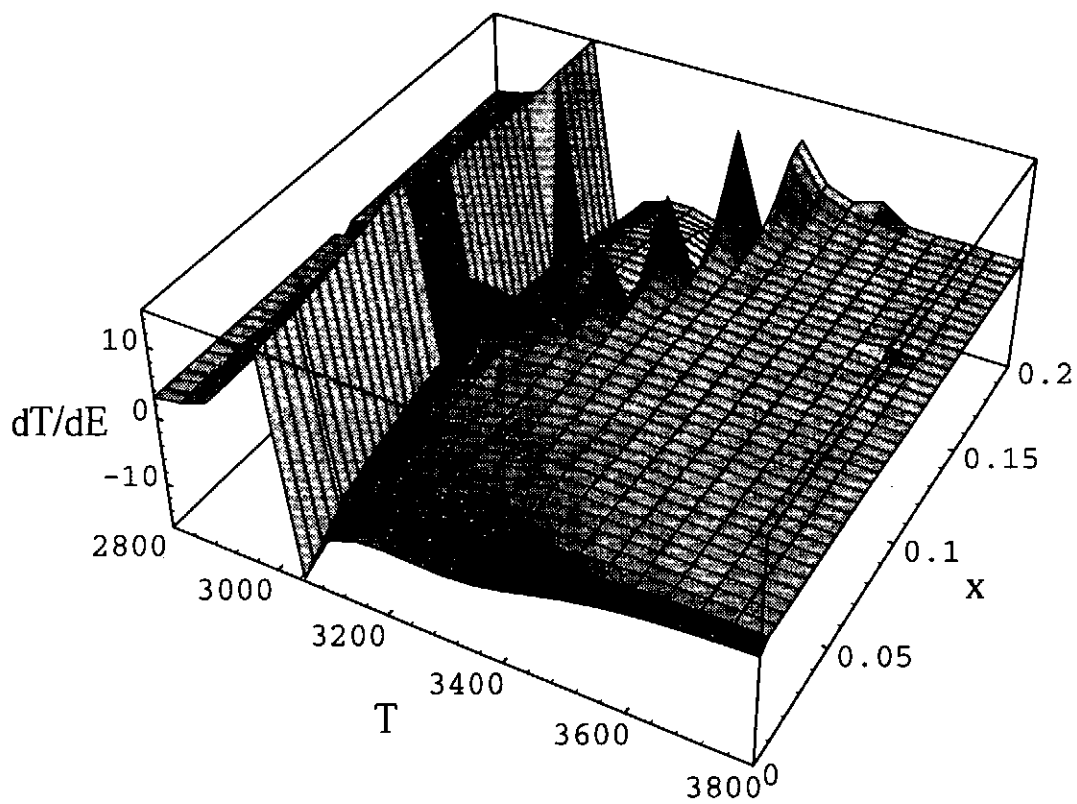
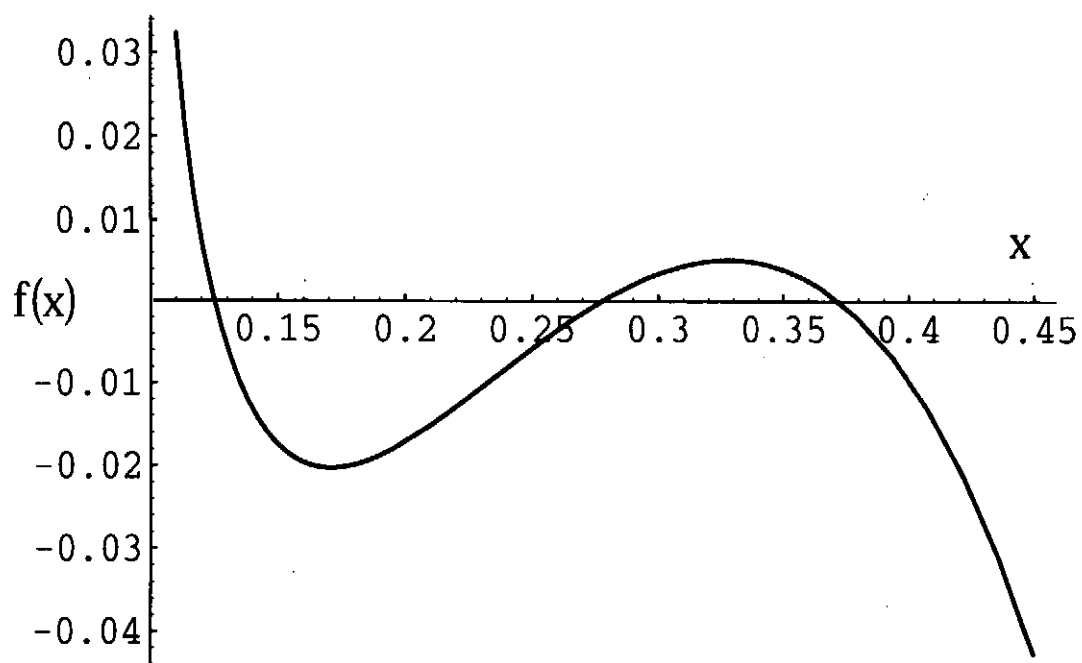


Fig. 1. 放電特性



(a)  $\phi_0 = -15$  として  $x$  と  $T$  を変数と見た場合

Fig. 2. 温度変化と電場変化の比



(a)  $a = 2.5$ ,  $\alpha = 0.01$ 、三つの根があることがわかる

Fig. 3.  $f$ の規格化された密度依存性

# グロー放電中で観測される不規則振動現象

筑波大物理 林 剛、 河辺隆也

## 1. はじめに

直流グロー放電において、適当な圧力、放電電流のもとで、電流、電圧、及び発光等の振動現象が観測されることが知られている。この現象については、放電管の研究として過去多くの報告がなされてきた。しかしこの振動現象は時に非常に不規則、かつ大振幅となり非線形効果が強く現れるが、このことについて言及している報告はほとんどない。80年代に入りカオスの研究が盛んに行われるようになると、放電の振動現象についてもカオス解析を用いた研究がおこなわれはじめ、現在に至っている[1-3]。ところがこれらの研究は、振動がカオスであるかどうかの同定を行ったもの、あるいは観測されたカオスへの遷移過程を示したものがほとんどであり、その発生原因について詳しく調べられた例はまだないといつてよい。我々はカオス解析の手法を用いて、直流グロー放電中で観測される不規則振動のカオスであるかどうかの検証、及びその発生機構を明らかにすることを目的として研究を行っている。

今回は放電ガスとしてヘリウム、及び窒素を用いたグロー放電中で観測された不規則振動への遷移過程について報告する。

## 2. 実験方法

図 1 に実験に用いた放電管、及び放電回路の模式図を示す。放電管は管径 25mm、極板間距離 200mm で、電極の材質はアノード、カソードともにニッケルコーティングの鉄である。さらに放電管内には振動計測用のプローブが挿入してある。放電管は通常真空容器に接続されていて、 $10^{-7}$  Torr に保たれている。放電は管内にアルゴン、あるいは窒素を一定の圧力で封入して行った。アノードに接続された抵抗により放電電流の振動を検出し、フローティングポテンシャルの振動をハイパスフィルターが接続されたプローブから検出した。実験は、放電電流（の直流成分）、及び圧力をパラメータとして変化させ、そのときの放電電流、及びフローティングポテンシャルの振動をオシロスコープで観測し、さらにコンピュータに取り込んでスペクトル解析、次元解析を行った。

## 3. 結果及び考察

グロー放電中に振動が励起されない状態を安定、励起される状態を不安定とする。放電パラメータである放電電流、及び圧力を変化させたとき安定、不安



定状態がどのように分布するかを示したのが図 2 である。ヘリウム (図 2.a)、窒素 (図 2.b) とともに放電電流が小さい時、圧力が高い時ほど不安定な状態となり振動が励起されることが判る。そこで一方のパラメータを固定し、他方を変化させて安定状態から不安定状態への遷移過程を詳しく調べた。

ヘリウムグロー放電においては、放電電流を 0.3mA に固定し、圧力を徐々に増加させ、そのときのフローティングポテンシャルの振動の様子を調べた。図 3 にそのパワースペクトルを示す。圧力の増加とともに安定な状態から振動数  $f_1$  で振動するようになり (図 3.a)、次に  $f_1$  とは独立と考えられる振動数  $f_2$  のピークが加わり準周期状態へと遷移する (図 3.b)。さらに圧力を増加させるとスペクトルは離散的なスペクトルから連続スペクトルへと変化し、カオティックな状態となる (図 3.c)。我々は圧力 20Torr まで実験を行ったが、カオティックな状態へと遷移した後は 20Torr までずっと同じ状態が続いた。以上からヘリウムグロー放電において観測された不規則振動は準周期カオスであると考えられる。窒素グロー放電においては圧力を 0.6Torr に固定し、放電電流を徐々に小さくして遷移過程を調べた (図 3)。ヘリウムの場合と同様に窒素グロー放電において観測される不規則振動も準周期ルートを通してカオティックな状態へと遷移することがわかった。

最後にヘリウムグロー放電における図 2 の遷移過程での相関次元を計算した。相関次元は Grassberger と Procaccia によって提案されたもので、系の自由度を測る目安を与える [4]。更に彼らは実験データを扱うのに適した形で相関次元の式を与えたので、多くの実験的研究で、用いられている [5]。我々は 2000 点のデータを用い、軌道上での平均は 1000 点に間引いて計算を行った。図 4 にそれを示す。圧力の増加とともに相関次元は増大するが、どれも 2 から 3 程度と小さな値であり、少数自由度のカオスと考えてよい。したがって 4 個程度の変数を用いてのモデル化が可能となると思われる。このモデル化に際し、グロー放電プラズマ中で観測される振動現象の発生機構についての考察が必要である。我々は電離バランスの不安定性によってこの振動が引き起こされると考えている。電離周波数が電子密度に比例するため、ある場所で電子密度の増大が起こると電離周波数が増加し、それによってさらに密度が増加する。密度は指数関数的に増加し、この線形的な成長と、大振幅時の非線形効果により定常的な不規則振動が発生すると考えられる。

#### 4. まとめ

ヘリウム、及び窒素を放電ガスとして用いた直流グロー放電中に励起される不規則振動は少数自由度のカオスであり、その遷移過程は準周期ルートである可能性が高い。また今後はリアプノフ数の計算による軌道不安定性の評価を行

い、カオスの同定をさらに進める必要がある。さらには、振動の時間変化を調べるだけでなく、光計測、あるいは可動プローブによる空間依存性の測定をおこなない不規則振動の発生機構を調べていきたい。特に波長測定、そこから得られる分散関係を使つての、準周期ルートで出現した  $f_1$ ,  $f_2$  モードの解明は本研究にとって必要不可欠である。

#### 参考文献

- [1] C.Wilke, R.W.Leven and H.Deutsch, Phys.Lett. 27, 114 (1989)
- [2] B.Albrecht, H.Deutsch, R.W.Leven and C.Wilke, Physica Scripta. 47, 196 (1993)
- [3] T.Braun, J.A.Lisboa, R.E. Francke, and J.A.C.Gallas , Phys. Rev. Lett. 10,613 (1987)
- [4] P. Grassberger and I. Procaccia, Phys. Rev. Lett. 50, 346 (1983)
- [5] K.Ohe and H.Tanaka, J. Phys. D: Appl. Phys.21, 1391 (1988)

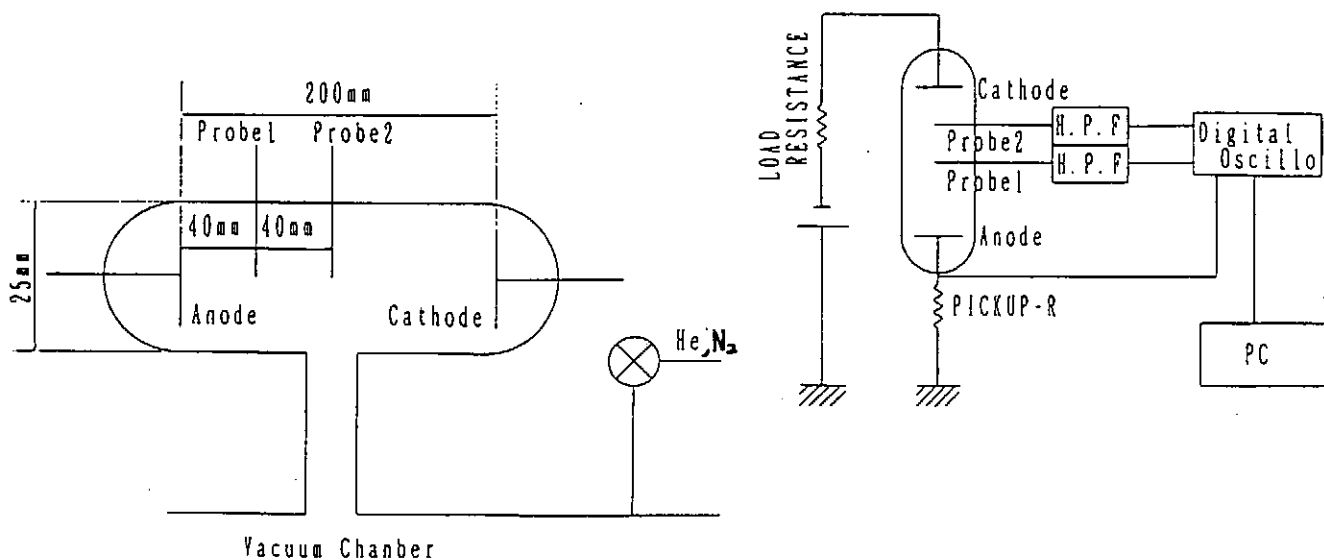


図1 放電管および放電回路

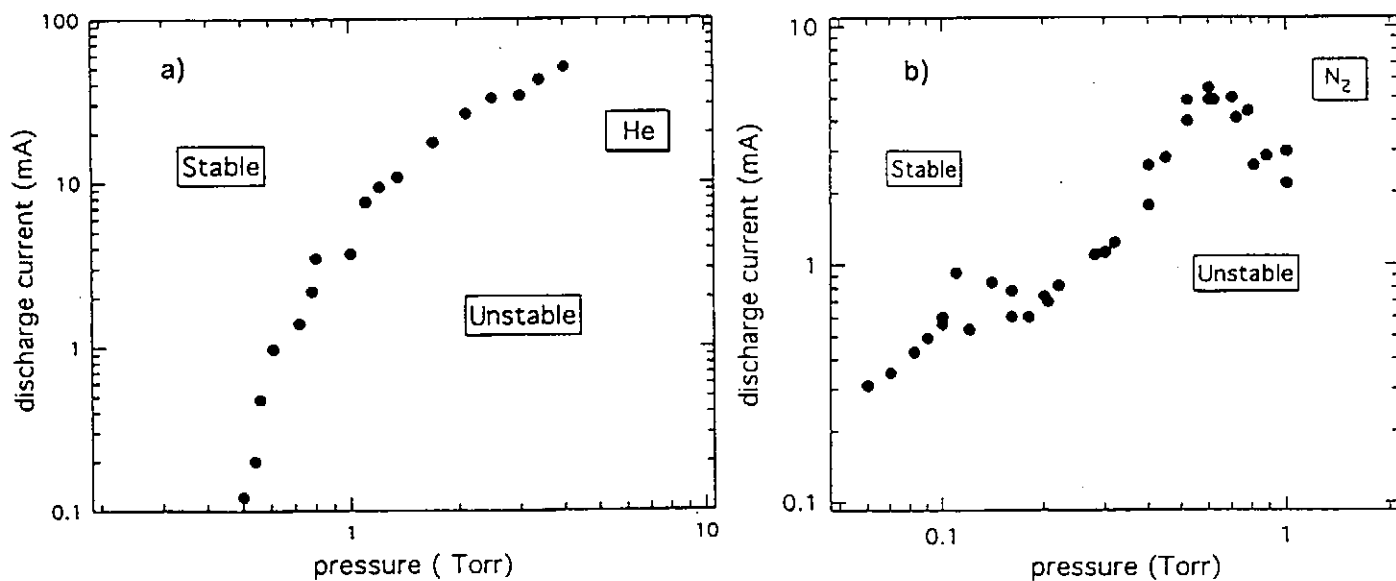


図2 安定、不安定領域のパラメータ平面（放電電流、放電圧力）における分布  
a) 放電ガスに He を用いた時、b) N<sub>2</sub> を用いた時

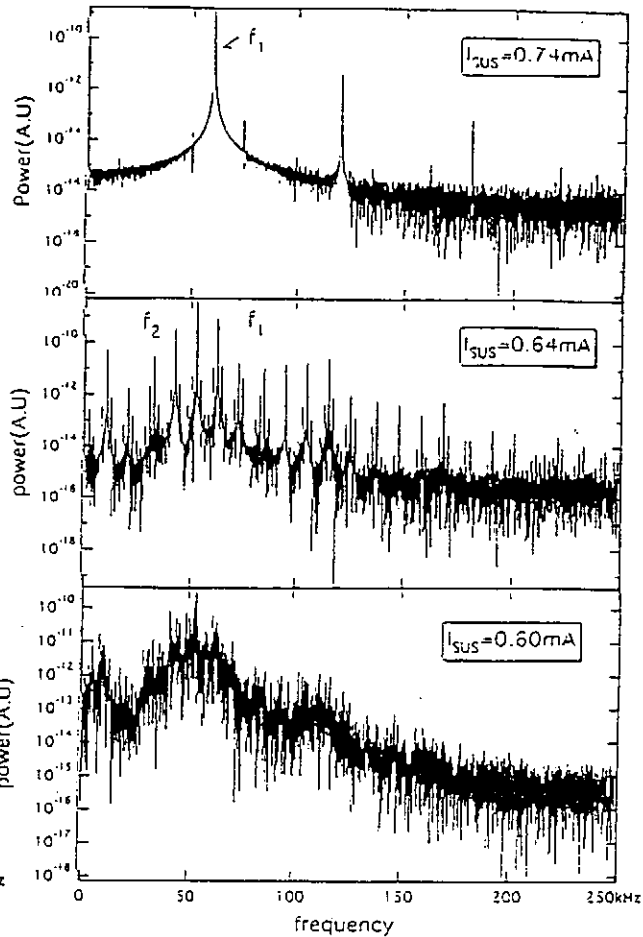
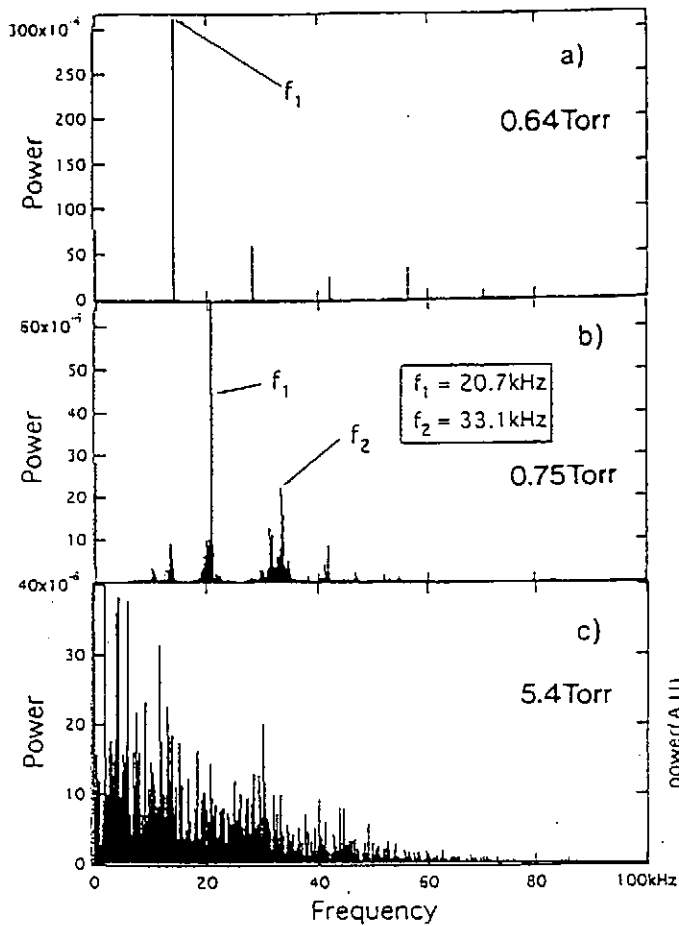


図3 準周期ルートによって発生したカオス  
放電電流0.3mAに固定、He圧力を変化させた

図4 準周期ルートによって発生したカオス  
N<sub>2</sub>圧力0.6Torrに固定、放電電流を変化させた

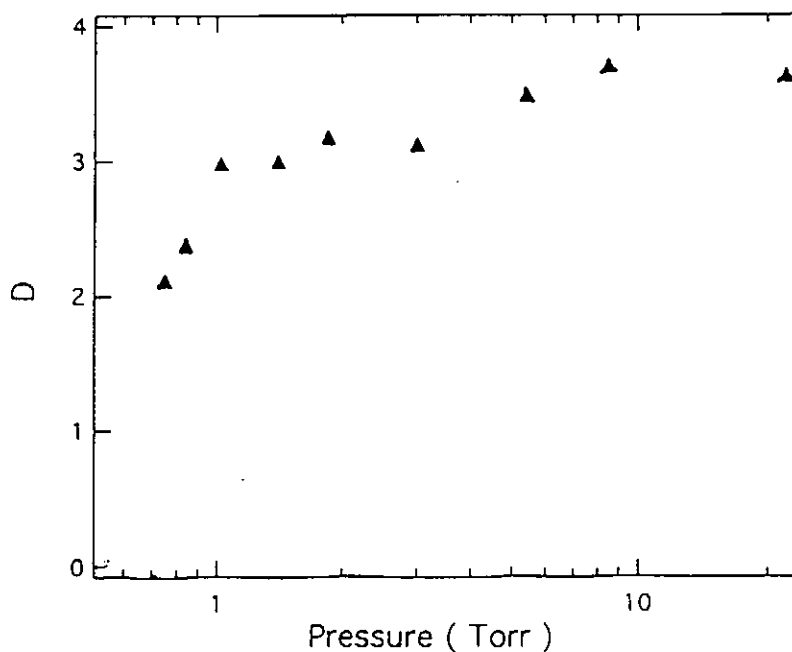


図5 図3の遷移過程における相関次元DのHe圧力依存性

# 電子ビーム・プラズマ系における非線形低周波振動

粕谷俊郎, 上関栄, 和田元

同志社大学 工学部電子工学科

## 1. はじめに

カオス現象は自然界の様々な状況において現れることが知られており、プラズマの分野においても数多くの報告がある。グロー放電系は一種の電子ビーム・プラズマ系であるが、この系でも周期倍分岐現象が松永ら<sup>1)</sup>やKlingerら<sup>2),3)</sup>によって報告されている。グロー放電系ではポテンシャル構造の振動現象や電離波動などの非線形現象が数多く存在し、古くから数多くの研究が行われてきた<sup>4),5),6)</sup>。最近ではこれらの振動現象をカオス的な振舞いとして理解しようとする試みが行われている<sup>1),2),3)</sup>。この系の実験による研究では、周期倍分岐によってカオスに至る現象が観測されている。一方、南部ら<sup>7)</sup>はこのような系では電離波動が励起し、間欠カオス現象起こることを理論予測している。しかし、実際にはこの系では間欠カオス現象の実験結果は報告されていない。

我々は南部らの理論モデルに一致するように改良したグロー放電系を作り、この系で現れるカオス現象を調べることを目的として実験を行い、この系では周期倍分岐のみならず間欠カオス現象も観測した。

## 2. 実験装置

グロー放電系の放電電圧に正弦変調を加えた場合の物理現象の研究は古くから行われてきた。放電電圧に変調を加えることは、電子ビームそのものに変調を加えることを意味する。この方法では電子ビームに密度変調と速度変調の両方が加わった系になると考えられる。しかし、現象のモデル化を行う際に電子ビームの密度と速度が同時に変調を受ける系では物理現象が複雑となり、現象を解析することを困難にしている。そこで本実験系では系を単純化し、電子ビームの密度のみに正弦波の変調が加えられる装置を作成した。実験装置全体の概念図をFig.1に示す。

この装置では実験領域と電子銃部分を分離している。プラズマは電子ビームを実験領域中の中性ガスに入射して電離によって生成した。実験領域にはビーム軸に沿って弱い磁場が印加されており、ビームの拡散を防いでいる。また、電子銃部分のプラズマと接した面とターゲットの間には、グロー放電系の放電電圧に相当する電圧が印加されているが、放電電圧は固定し変調は加えなかった。

電子銃部分は実験領域とは分離しフィラメント放電によってプラズマを生成して電子を引き出して電子ビームを作る。この電子ビームの直径は 10mm である。電子ビーム密度に正弦波の変調を加える装置の概念図を Fig.2 に示す。直径 1.5mm の穴を 10mm の円周上にあけたステンレス製の同型の板 3 枚を軸を合わせて設置してある。電子ビーム生成用プラズマと接触した 1 枚目の板とプラズマ生成用フィラメントとの間に電圧をかけて電子を引き出す。1 枚目の板と 3 枚目の板の間には一定電圧  $V_{ext}$  が印加され、3 枚目の板を通過する電子の速度は 2 枚目の板の電位  $V_{mod}$  に依存せず一定である。2 枚目の板は発振器がアンプを介して接続されており、 $V_{mod} = V_0 \sin \omega t$  の変調を加えることができる。

この装置で電子ビームに密度変調のみが加えられていることを確認した。実際に実験を行う場合に電子

ビームに加える変調は、 $V_{\text{mod}}=V_0\sin\omega t$ のAC変調で行うが、測定が困難であるためDCで変調を加えて確認を行った。また、この実験では電子ビームの状態のみが知りたいので、ガス圧力を調節して実験領域でプラズマが生成しない状態にし、電子ビームのエネルギーとビーム電流を測定した。この実験結果をFig.3に示す。変調の振幅を大きくするとビーム電流が増加するが、ビームのエネルギーは変わらないことが分かる。つまり、ビーム密度は変化するがビーム速度は変わらないことが確認できた。

### 3. 実験結果

#### 3.1 放電特性

本実験系はグロー放電と類似した系となっているが、グロー放電では方電圧・放電電流特性にヒステリシスが現れることが知られている<sup>3)</sup>。本実験系でもこのようなヒステリシスが現れるかどうかを調べた。電子銃・ターゲット間の放電電圧 $V_d$ を変化させ、この間の放電電流 $I_d$ の変化について調べた。結果を Fig.4 に示す。 $V_d$ の増加時と減少時とは、 $I_d$ の変化にヒステリシスが生じることが分かる。

グロー放電では二つの異なる放電のモードが作られることが分かっている<sup>1)2)</sup>。これらはモードは放電電流の値によって、ヒステリシスが生じる前の低電流モードとヒステリシスが生じる後の高電流モードに分けられる。本実験系では、 $V_d$ が20V以下では $I_d \leq 20\text{mA}$ の低電流モードであり、 $V_d$ が25V以上では $I_d \geq 60\text{mA}$ の高電流モードである。

一般に、低電流モードはAGM ( Anode Glow Mode )、高電流モードはTLM ( Temperature Limited Mode )あるいはラングミュアモードと呼ばれる。それぞれのポテンシャル構造は、AGMではカソードからアノードに向かう広い領域でわずかに負の電位になっており、アノードであるターゲットの直前で電位は急激に上昇する。このモードでのプラズマの生成はアノード直前の急激にポテンシャルが上昇している部分で加速された電子が起こしている。一方TLMではカソードのすぐそばで急激に電位が上昇し、ほとんどの領域でアノードとはほぼ等しい電位になっている。放電電圧・電流特性にヒステリシスが現れるのは、イオンの生成・消滅のバランスが変わることによって2つのモードの間でポテンシャルの遷移が起こることが原因と考えられる。

本実験系でもグロー放電系と同様なポテンシャル構造が形成されているかどうかを調べるため、低電流の状態の場合として $V_d=10\text{V}$ 、高電流の状態の場合として $V_d=30\text{V}$ でポテンシャル分布をエミッシブプローブにより測定した。Fig.5 に示すように本実験系でも低電流モードではAGMのポテンシャル構造になっており、高電流モードではTLMのポテンシャル構造となっていることが確認された。

TLMは安定にプラズマが生成している状態であると考えられており<sup>2)</sup>、実際プラズマは安定していて自励振動などは観測できなかった。しかし、AGMはビーム電子の支配的なモードであり、系のパラメータに依存してイオンプラズマ周波数よりも低い振動数の自励振動が観測された。以下に示す実験はすべてAGMの状態において行った。

#### 3.2 周期倍分岐現象

円写像の力学系の理論<sup>8)</sup>によると、自励周波数 $f_i$ と外部変調周波数 $f_0$ の間に $p f_0 = q f_i$  ( $p, q$ 整数)の関係

が成り立つように、 $f_0$ の変化に伴い $f_1$ も変化する位相同期が起きる。イオン密度揺動の測定では Fig.6(a) に示す8.8kHzの自励振動 $f_1$ に対して $f_0$ を変化させ、ある振幅においてワインディングナンバー  $W=p/q$  が一定に保たれる周波数の幅を調べた。結果をFig.6(b)に示す。横軸が $W$ で、縦軸は外部変調の振幅の大きさである。縦軸は円写像の理論における外部変調の振幅と自励振動の振幅の比 $K$ に相当する。斜線部分が同期した範囲であり、この範囲からはずれると複数の周波数の振動が生じて準周期状態になる。振幅を大きくするほど同期の幅が広くなり、自励振動が外部変調により制御されやすくなることが分かる。また、 $W$ が $1 \rightarrow 1/2 \rightarrow 1/4$ となるにつれ同期の幅が狭くなり、 $f_0$ と同期することが困難になることが分かる。円写像の理論では、 $K$ が1より大きくなると、 $K$ が大きくなるにつれて周期倍分岐現象が起こってカオスに至ることが示されている。そこで、外部励振の振幅を大きくした場合の現象について調べた。

外部励振を自励振動と同じ周波数に固定して $V_{mod}$ を変化させた場合の周波数スペクトルの変化をFig.7に示す。自励振動の周波数はFig.7(a)より7.76kHzである。 $V_{mod}=4.0V$ では自励振動のちょうど $1/2$ の周波数のサブハーモニクスが励起されて周期倍化が起こり始める。続いて $V_{mod}=8.0V$ では $f_0/4$ 、 $3f_0/4$ も励起される。しかし、さらに振幅を大きくしてもこれ以上の分岐は見られず、カオス状態には至らなかった。

分岐が $1/4$ まで観測されたことで、円写像の理論で記述される系となっている可能性が強いと考えられる。カオスに至らなかった理由として、制御パラメータである変調の振幅 $V_{mod}$ が大きい場合には電子ビーム密度の変調に比例していない可能性や、ビーム電子によってプラズマを電離生成しているために、大振幅の変調の場合にはバルクプラズマが大きく変動してしまった可能性があると考えられる。

系にフラクタル性があることを確認するため、最大の密度変調を加えた状態の相関次元を求めると非整数値2.2となり、フラクタル性を示した。この結果は従来のグロー放電系で観測される周期倍分岐のルートによってカオスに至る実験結果と一致している。

### 3.3 間欠カオス現象

自励振動が見られない状態で電子ビームに密度変調を加えた場合の $V_{mod}$ の変化に伴うイオン密度揺動の変化をFig.8に、その周波数スペクトルをFig.9示す。Fig.8のイオン密度揺動の変化では、 $V_{mod}$ を大きくしていくと間欠的なバーストが発生するイオン密度揺動へと変化していく過程を見ることができる。一方、周波数スペクトルに関しては間欠カオスで特徴的な $1/f$ の傾向は得られず、むしろ励振周波数の $1/4$ まで確認でき周波数分岐の様相を示す。

ビーム密度の変調が最大で最も大きなバーストが発生している e) の状態に対して、系のフラクタル性を調べるために相関次元の計算を行うと、2.8でこの系がフラクタル性を持つことを示している。周期倍分岐と間欠的バーストが共存している理由は、間欠的バースト現象が周期倍分岐現象とは異なる非線形性によって起こると考えることができる。これを確認するために自励振動がほとんど励起しない周波数帯で間欠的バースト現象の励起を試みた。

低周波の自励振動の影響を避けるため、自励振動の存在しない高い周波数領域を選び、他の条件は同じ設定として電子ビームに密度変調を加える。変調の周波数は100kHzである。イオン密度揺動の $V_{mod}$ 依存性を

Fig.10に示す。波形には $V_{mod}$ の増加とともにバーストが生じ、最終的に間欠カオスの状態となる。間欠カオスであることを示す低周波成分でのスペクトルの特徴である $1/f$ の傾向を確認するために、最も乱れの大きい場合の周波数スペクトルを両対数でFig.11に示す。この周波数スペクトルでは低周波で $1/f$ の傾向が見られる。周波数スペクトルには、100kHzの変調を加えたにもかかわらずそのピークはほとんど見られず、スペクトル強度が全体に上がっている。

最後の状態e)について相関次元を計算を行った結果をFig.3-12に示す。相関次元は4.2次元であり、系がフラクタル性を持つことが分かる。自励振動がある場合のフラクタル次元とは異なる値となっているが、自励振動がある場合には系全体が自励振動の影響を強く受けていることによると考えられる。従って、南部らが予言したように、電子ビーム・プラズマ系でビーム密度に変調を加えると間欠カオス現象が起こることが確認できた。

#### 4. まとめ

電子ビーム・プラズマ系において電子ビーム密度に変調を加えると、周期倍分岐現象と間欠カオス現象が同時に観測され、共存していることが確認された。間欠カオス現象は南部らによって理論的に予言されていたものである可能性が強いと考えられる。南部らのモデルでは電離による非線形性を仮定しており、連続の式に生成項として密度揺動の $n_1^3$ の項を仮定しており、非線形性の本質的な部分となっている。この項が存在するためには、3体反応もしくはイオンの励起状態を考えることが必要となる。しかし、この反応の断面積は他の反応と比較してかなり小さいことが予想される。今後、この点についてはより具体的な検討が必要となるものと考えられる。

本研究の1部は平成7年度同志社学術奨励（一般研究B）による成果である。

#### 5. 参考文献

- 1) Y. Matsunaga, T. Kato, Journal Phys. Soc. Japan, 63(1994)4396.
- 2) F. Grginer, T. Klinger, and A. Piel, Phys. Plasma, 2(1995)1810.
- 3) F. Grginer, T. Klinger, and A. Piel, Phys. Plasma, 2(1995)1824.
- 4) K. Ohe and S. Takeda, Japan J. Appl. Phys., 11(1973)627.
- 5) K. Ohe and S. Takeda, Beitr. Plasma Phys., 14(1974)55.
- 6) K. Ohe and S. Takeda, Japan J. Appl. Phys., 14(1975)1765.
- 7) R. L. Devaney, An introduction to chaotic dynamical systems, Benjamin/Cummings Publishing, Manlo park, 1986.
- 8) M. H. Jensen, P. Bak, and T. Bohr, Phy. Rev. 30(1984)1960.



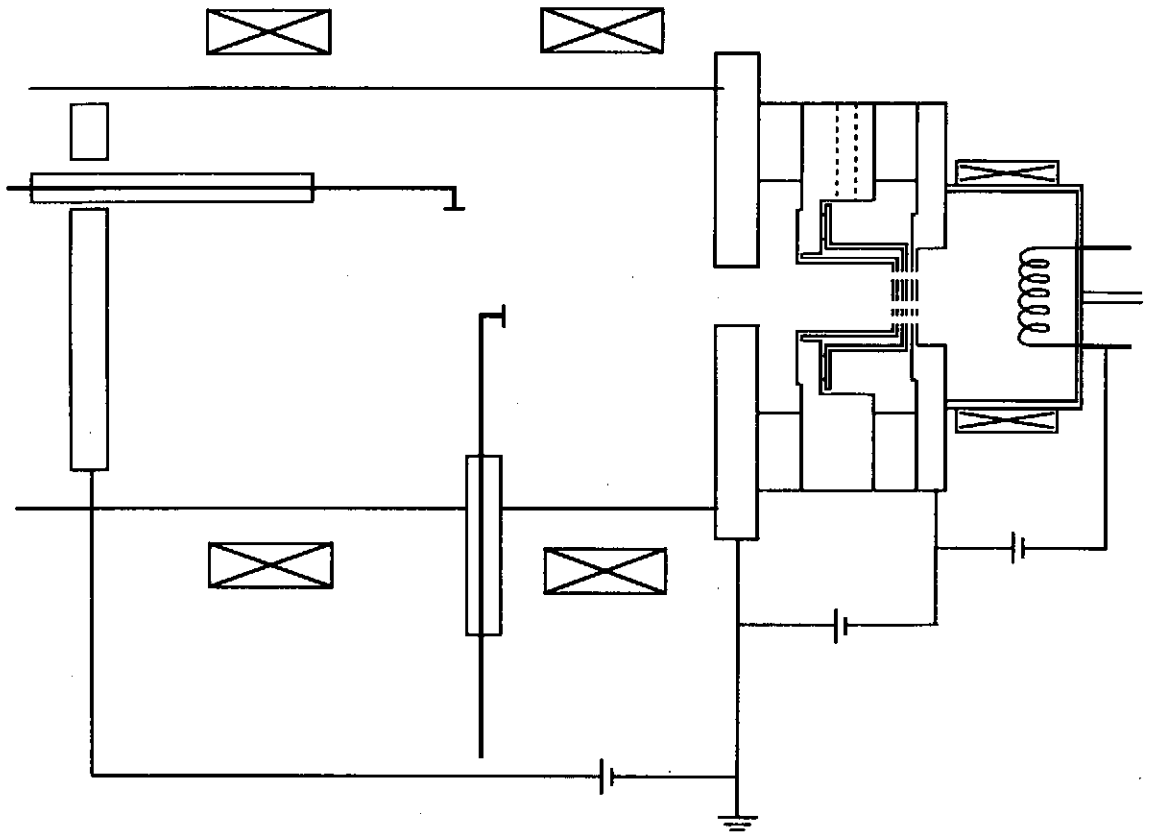


Fig.1 実験装置全体図

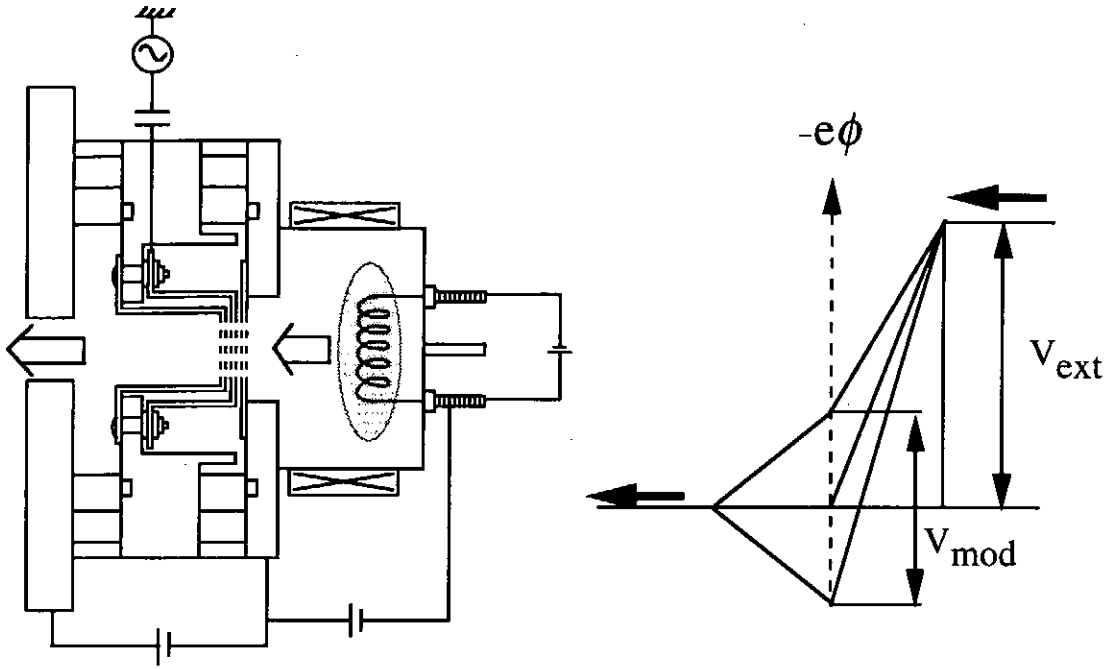


Fig.2 電子銃とその引き出し部のポテンシャル構造.

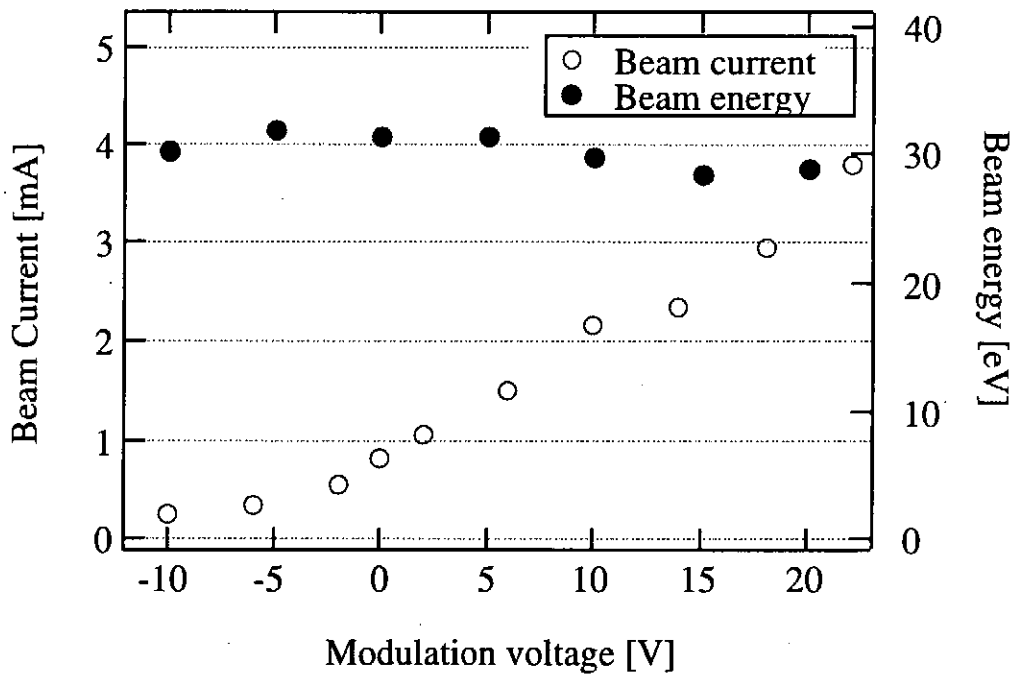


Fig.3 電子ビーム電流と電子ビームエネルギーの変調電圧依存性.

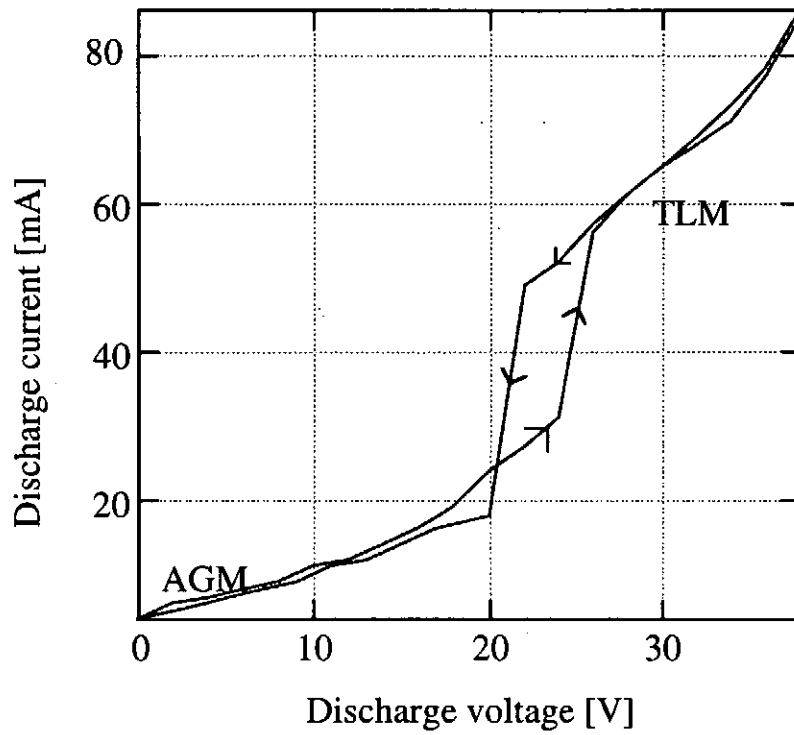


Fig.4 放電電圧—放電電流特性.

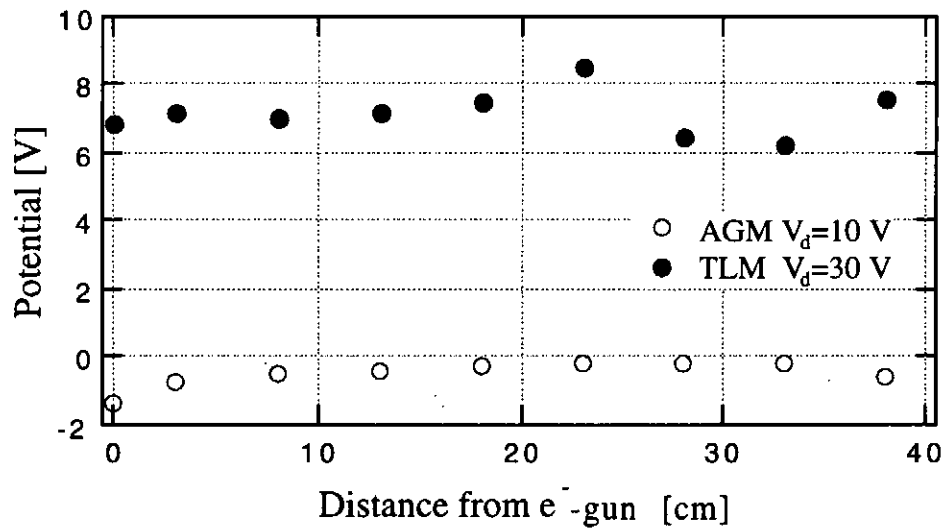
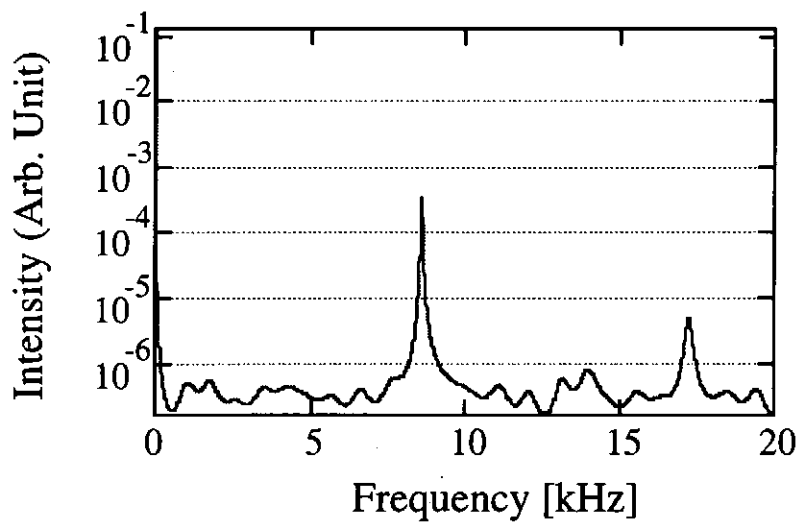
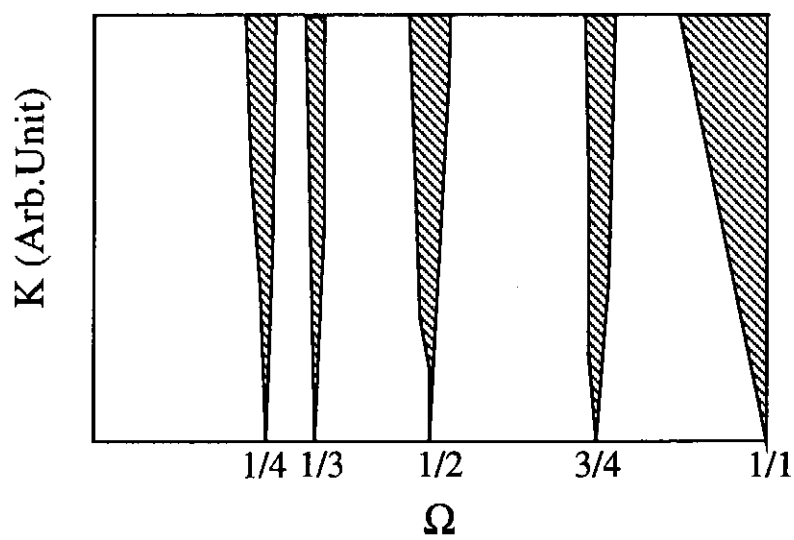


Fig.5 AGMとTLMにおけるポテンシャル構造.



(a) 自励振動の周波数スペクトル



(b) 位相同期

Fig.6 自励振動と外部励振の位相同期

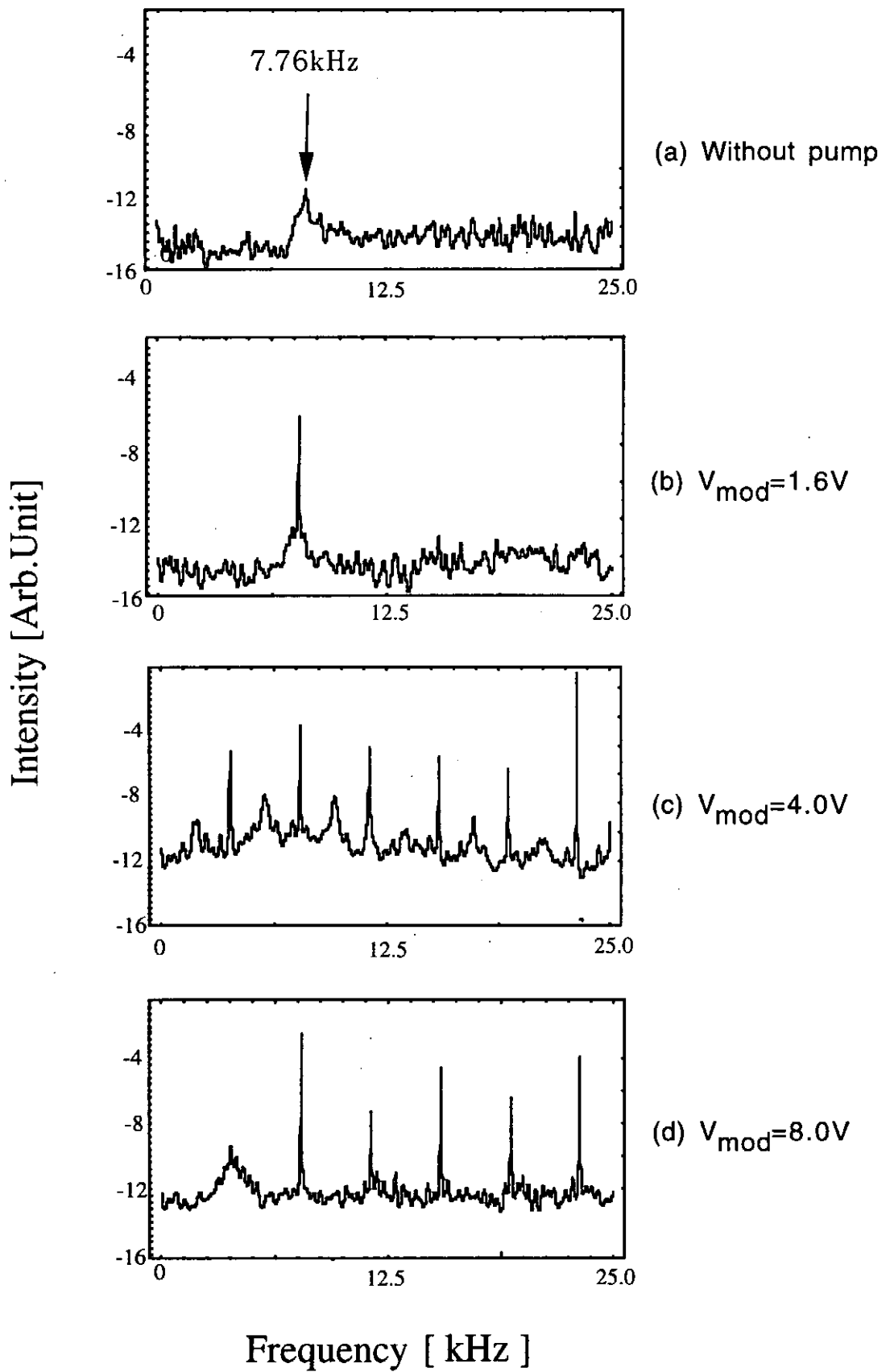


Fig.7 自励振動と同じ周波数で電子ビーム密度に変調を加えた場合のイオン密度揺動の周波数スペクトルの変化

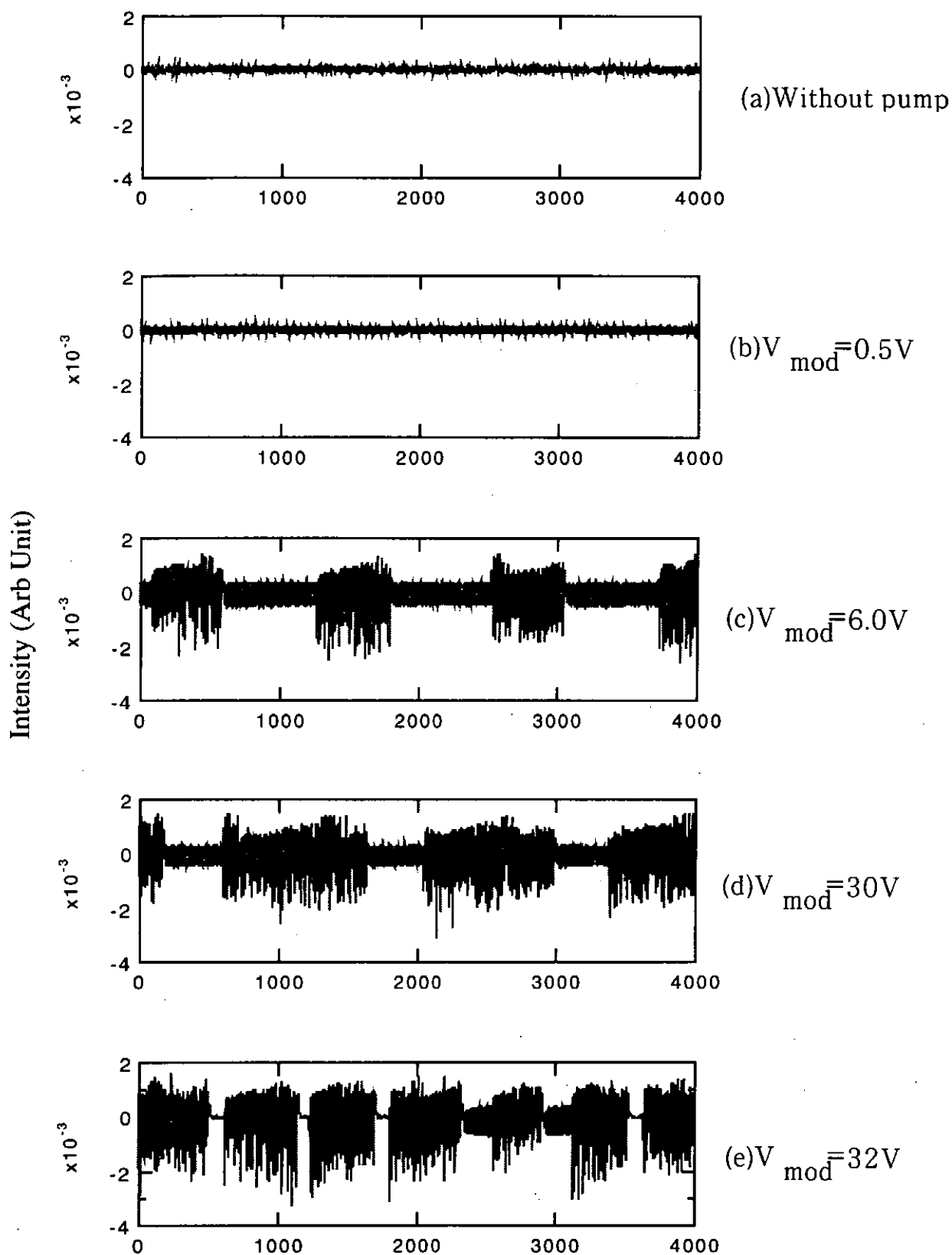


Fig.8 自励振動が存在しない場合のイオン密度揺動の  $V_{\text{mod}}$  依存性.

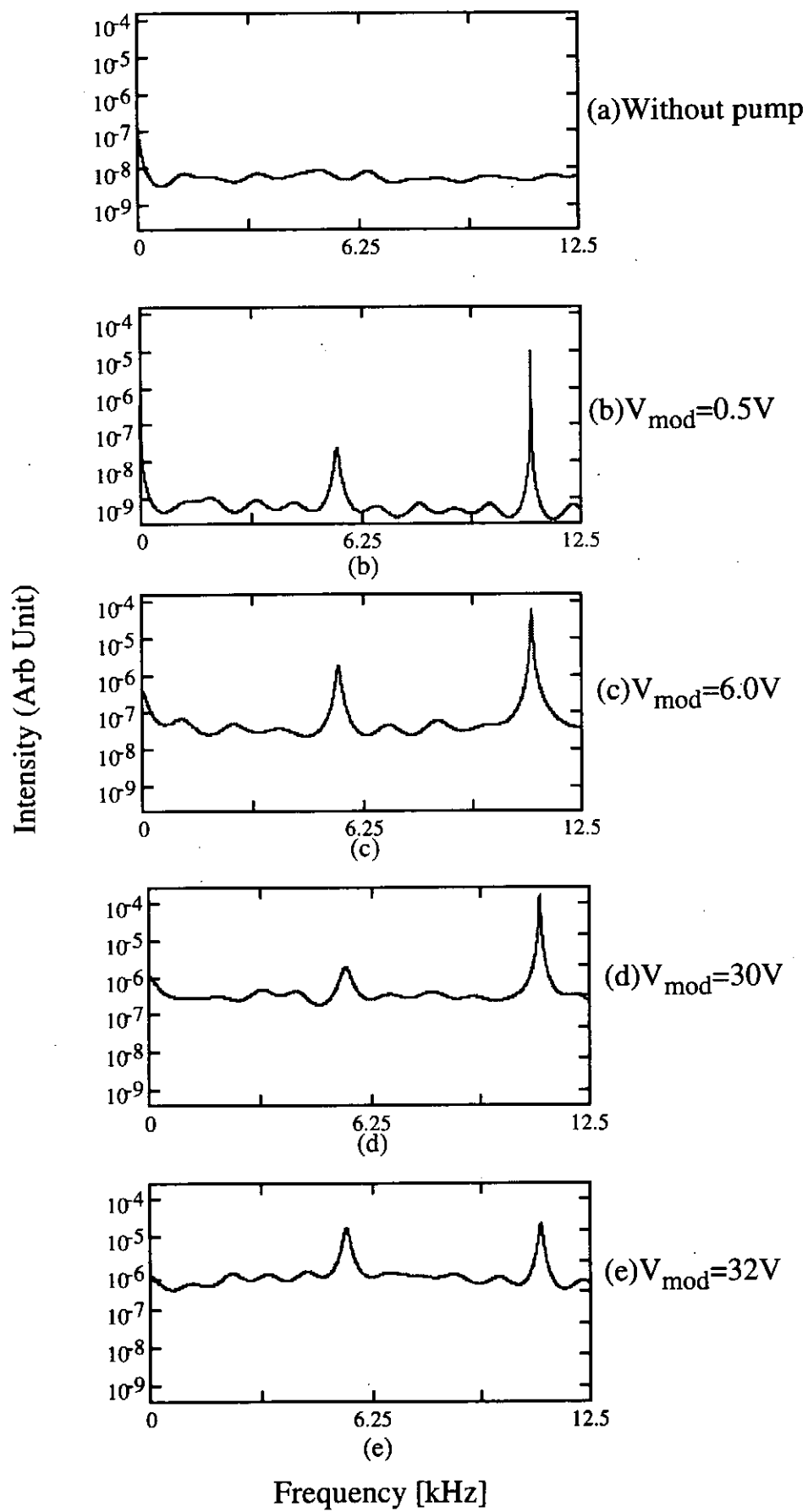


Fig. 9 イオン密度揺動の周波数スペクトルの $V_{\text{mod}}$ 依存性

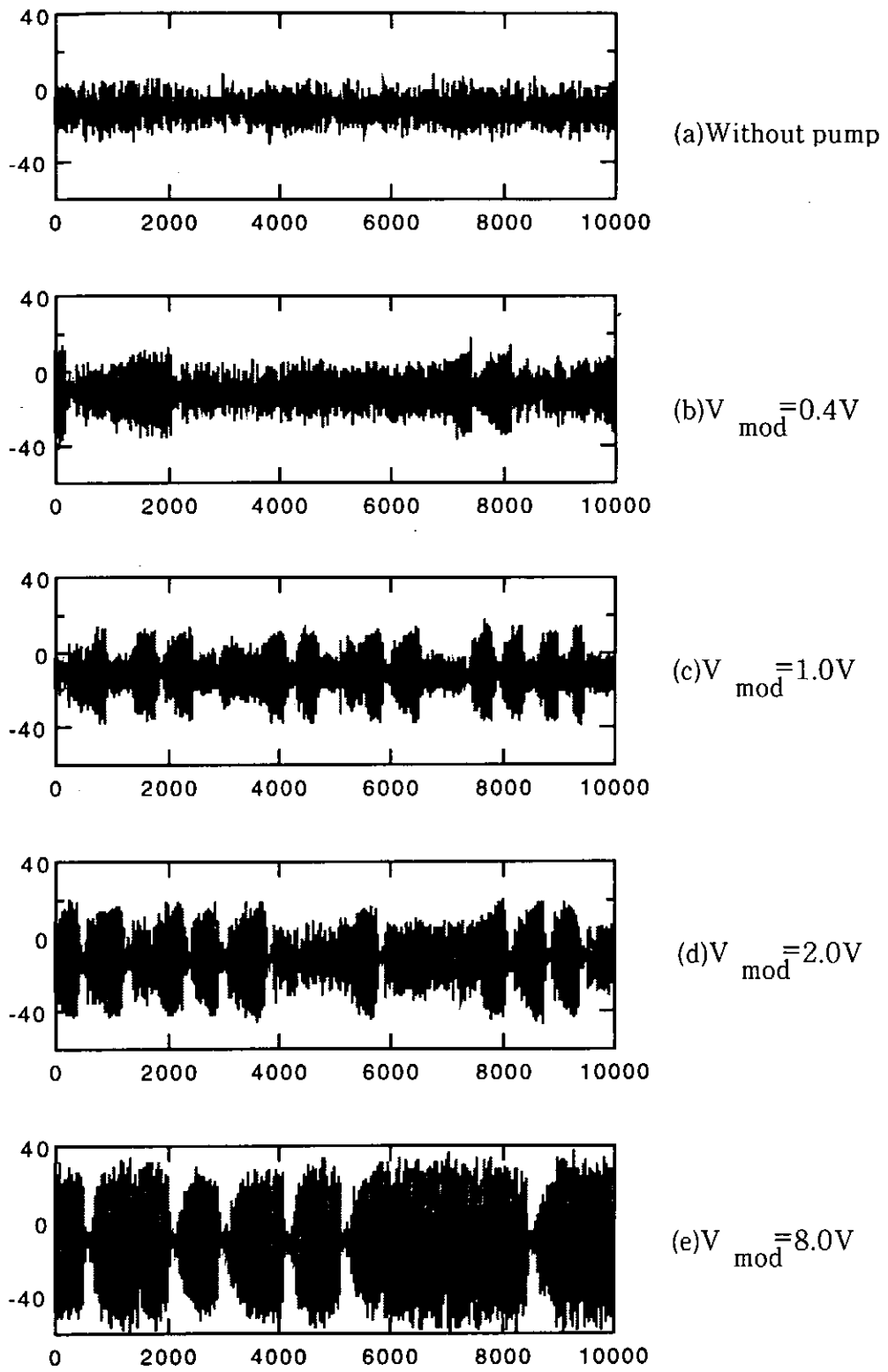


Fig.10 自励振動の存在しない領域におけるイオン密度揺動の  $V_{\text{mod}}$  依存性.



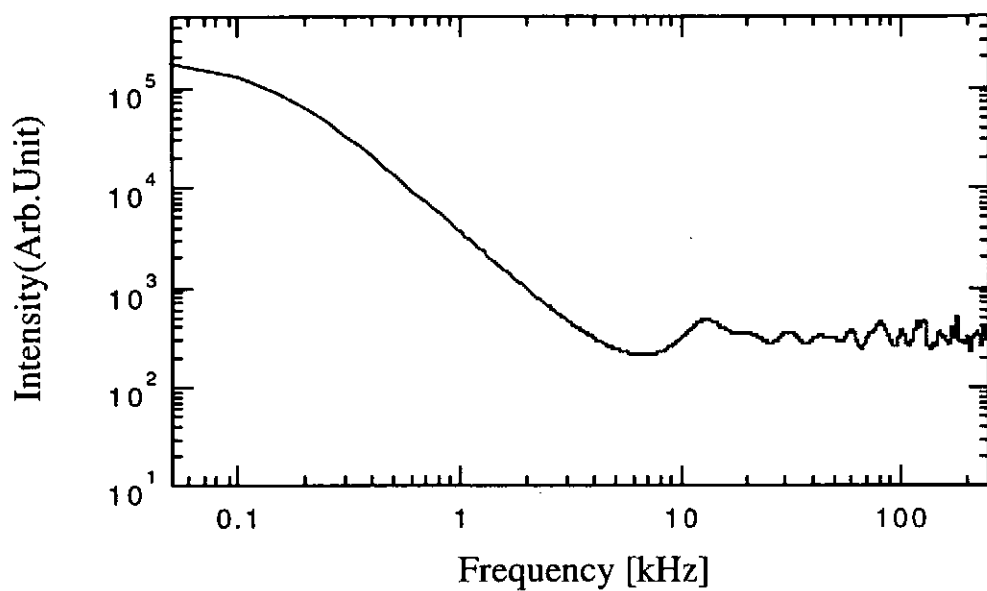


Fig.11 間欠的バーストが発生したイオン密度揺動Fig.10e)の周波数スペクトル.

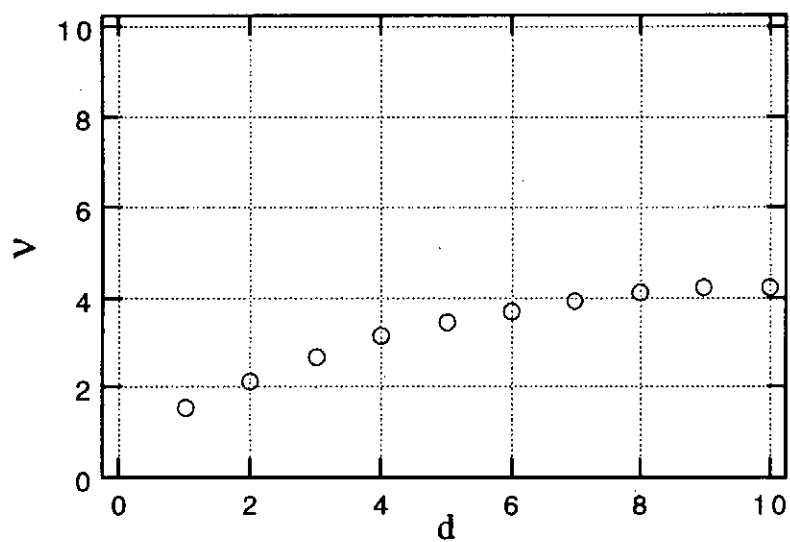


Fig.12 埋め込み次元dに対する相関次元νの変化

## 電子ビーム・プラズマ系のカオスの振動

### Chaotic Oscillations in an Electron-Beam and Plasma System

宇宙研 中村良治、渡辺威

Y. Nakamura and T. Watanabe

#### Abstract

An electron plasma oscillation is excited spontaneously in a bounded electron-beam and plasma system. Signals picked up by a coaxial probe were stored in a wave form recorder. From the obtained time series data, power spectra, attracters, Poincaré sections, correlation dimensions and Lyapunov exponents are calculated. Bispectrum technique which is a higher-order spectrum is applied to chaotic signals.

#### 1. はじめに

有限長の電子ビーム・プラズマ系に発生する電子プラズマ振動の非線形現象を調べている。自然励起波の外部励起波による抑制現象[1]、自然励起波の周波数の高調波による抑制[2]や、最近、自然波が外部波によって抑制された後、更に外部波の振幅を大きくした時のカオス現象についてもすでに報告した[3]。そこでは、外部波により、3つのモードが励起されたが、今回は、自然振動の約3分の1の周波数の外部波を励起した場合について報告する。また、乱流のスペクトルに用いられるバイスペクトル解析[4]をカオスの場合に適用したので、これについても述べる。

#### 2. 実験方法

図1が実験装置の模式図である。直径15cmのパイレックスガラス管に電子銃とリペラーを24cm離して向き合わせる。直径2cmの電子銃は、傍熱型の酸化膜陰極から放出される熱電子を40Vに加速するもので、ビーム電流は制御グリッドの電圧(10V)で調節し、0.17mAである。リペラーは加速グリッドと同電位のグリッドと陰極と同電位の金属平板から構成され、ビーム電子の一部を追い返すことにより波を反射して正帰還をかけ、系を発振器とさせる。また、ビームが空間的に広がることを防ぐため、一組のヘルムホルツコイルにより一様な磁場(10ガウス)を印加している。

測定はガラス管をクライオポンプで連続的に排気しながら(ベース圧力 $=5 \times 10^{-7}$  Torr)、アルゴンガスを管内に流入して行った。ガス圧は、 $1.3 \times 10^{-5}$  Torrで、プラズマはビーム電子がアルゴン原子を電離することにより生成される。プラズマ密度は約 $10^8 \text{ cm}^{-3}$ である。プラズマ中に励起された電子プラズマ振動は、ビームのすぐ外に置いた線状の同軸プローブで受信し、周波数分析器でスペクトルを観測したり、波形記録器を用いて信号を計算機に取り込んで数値計算を行った。外部からの振動は、電子銃の制御グリッドに発振器からのサイン波を重畳して励起した。

#### 3. 結果と考察

ビームとプラズマの相互作用によって発生する電子プラズマ波は、電子銃とリペ

ラーの境界を腹とする定在波である [1]。電子プラズマ周波数はプラズマ密度の平方根に比例するが、今の場合、定在波のため、プラズマ密度を連続的に増加しても発振周波数は離散的に高くなり、基本周波数の整数倍（モード数）となる。ビーム径が細いため、波はトリベルピースグールドモードで、周波数は電子プラズマ周波数に比例して低くなっている [1]。

モード数4で $f_4=52.78\text{MHz}$ の振動が発生している時に、 $f_m=17.13\text{MHz}$ の外力を制御グリッドに印加し、その変調電圧 $V_m$ を大きくしていった時のスペクトルを図2に示す。 $V_m=40\text{mV}$ ですでに自然波 $f_4$ は抑制されて $3f_m$ の周波数の波に置きかわっている。更に外力の振幅を大きくすると、 $f_m$ の高調波や $f_m/3$ の高調波が発生している（60 and 80mV）。それとともに、鋭いピークであったそれらのスペクトルは広がってきて、 $V_m=100\text{mV}$ ではノイズ状スペクトルとなっている。このスペクトルの広がりもカオスの特長である。

### 3.1 時系列データ

3図に2図のFFT解析に用いた信号を示す。 $V_m=40\text{mV}$ では3周期でもとに戻る。すなわち、3倍周期が存在している。さらに $V_m$ を増加していくと、波形がだんだんそれから乱れてくるのが見てとれる。そして、 $V_m=100\text{mV}$ では規則性が全くないように見える。

### 3.2 軌道

位相空間における軌道を描かせるには、測定量が二種類ある場合には一方を縦軸に、もう一方を横軸にプロットすればよい、が今の場合のように時系列データが一種類の場合 ( $x(t)$ ) には、時間微分 $\dot{x}(t)$ を求めなければならない。しかし、 $x(t)$ から数値微分により $\dot{x}(t)$ を計算することはそう簡単ではなく、特に高周波の雑音が存在する時には、それが強調されてしまう。それで、 $\dot{x}(t)$ の代わりに $\tau$ だけ時間をずらした $x(t+\tau)$ を用いて、 $(x(t), x(t+\tau))$ を図示すれば $(x(t), \dot{x}(t))$ と似た軌道を描ける。ただ、 $\tau$ の値が小さいと傾きが45度の直線になってしまうので、 $\tau$ を平均的な周期の数分の1に選ぶ [5]。以上は2次元での話であるが、 $m$ 次元相空間での軌道を描かせるには、上記の方法を一般化して $(x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau))$ をプロットすればよい。2次元相空間での軌道を図4に示す。変調電圧 $V_m=0$ では、不安定性は飽和しているので、リミットサイクルは円となる [6]。 $V_m=40\text{mV}$ の時には、3分の1の分調波のために、3回まわっても元に戻っている。さらに、 $V_m$ を増加すると、軌道が乱れてくるのがわかる。

### 3.3 ポアンカレ断面

位相空間における複雑な軌道を解析する方法として、ポアンカレ写像がある。軌道を追うのではなくストロボで照射してある瞬間だけ見えるようにする。今の場合、周波数 $f_m$ の外力があるので、周期 $T=1/f_m$ の間隔でストロボを点灯する。またさらに、外力の山の瞬間からある定まった位相だけずらして点灯することもできる。例えば、図4で $0\text{mV}$ の時のポアンカレ断面は一つの点になるし、 $40\text{mV}$ の時には3点になる [7]。図4の $V_m=80\text{mV}$ の場合のポアンカレ断面を図5に示す。

### 3.4 相関次元

十分時間が経過した時の軌道（アトラクター）がどの程度広がっているのかの目安はその次元である。その一つはフラクタル次元 $D$ であるが、実験的にこれを算出するためには膨大なデータ量が必要なため、それに代わってしばしば求められるのが相関次元 $\nu$ である。 $m$ 次元相空間内に描かれたアトラクター上の2点、 $\vec{x}_i, \vec{x}_j$ の間の距離を求めて次の相関積分を計算する。

$$c(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \theta(r - |\vec{x}_i - \vec{x}_j|)$$

$\theta(x)$ はヘビサイドの階級関数で、 $x < 0$ の時、 $\theta(x) = 0$ 、 $x \geq 0$ の時、 $\theta(x) = 1$ である。 $r$ が小さい時、 $c(r) \propto r^\nu$ となるので、 $c(r)$ の両対数グラフの勾配から $\nu$ が求まる。 $\nu$ の数学的意味はアトラクター上の点がどのように分布しているのかを示している。相空間の次元 $m$ （埋め込み次元）を大きくしていても点がある平面上に分布すれば、平面は何次元空間に置いても平面なので、 $\nu$ は一定な値になる。一例を図6に示す。 $m$ を大きくしてゆくと勾配は大きくなってゆくが、一定値に落ち着いてゆく。それを他の $V_m$ に対しても図示したのが図7である。埋め込み次元 $m$ が小さい時、 $\nu$ は $m$ に比例しているが、やがて飽和している。 $V_m = 0$ の時のアトラクターは（図4）、円であるので当然 $\nu = 1$ である。 $V_m = 90\text{mV}$ では、 $\nu < 2.5$ と小さく、カオスと考えられる。

$V_m = 100\text{mV}$ では、 $\nu > 3$ と考えられ、乱流状態とみなされる。このように、図3からは複雑な信号に見えても、相関次元の値が小さいのがカオスの特長である。と言っても、カオスであるためには、 $\nu > 2$ でなければならない。このことを図7に対して考慮すると、 $V_m < 60\text{mV}$ では現象はまだカオスに至っていないと言える。

### 3.5 リアプノフ指数

相空間内の近接した軌道が時間とともに離れてゆく程度を示す量をリアプノフ指数という。時刻 $t$ における軌道間の距離を $d(t) = d(0) \exp(\alpha t)$ で表す時、リアプノフ指数は $\alpha$ で表される。 $d(0)$ は $t = 0$ における軌道間の距離である。軌道は有限体積内に存在することから、 $t$ と $d(0)$ はできるだけ小さいことが要求される。相空間の次元が $n$ の場合、リアプノフ指数も $n$ 個存在するが、この中で最大のリアプノフ指数が正であることがカオスの定義の一つになっている。

時系列データからリアプノフ指数を求める方法はいろいろ研究されているが、ここでは文献[5]に述べられている手法を用いている。変調電圧 $V_m$ に対するリアプノフ指数の変化を図8に示す。 $V_m = 0, 40, 60\text{mV}$ の場合と $V_m = 80, 90\text{mV}$ の間に最大リアプノフ指数の飛びが見られ、この間でカオスへの遷移が起きているものと考えられる。このことは、図7で $\nu$ が $V_m = 60$ と $80\text{mV}$ の間で2を切ることに矛盾していない。 $V_m = 0, 40$ と $60\text{mV}$ の時の軌道がカオスでないとするれば、それらのリアプノフ数は零となる筈であるが、 $\alpha < 0.1$ となっている。これは誤差によるものと思われる。

### 3.6 バイスベクトル

乱流におけるエネルギー輸送、碎波、波浪の成分波間のエネルギー輸送など複雑な非線形現象の力学機構を理解するために、高次のスペクトルであるバイスペクトル

ルを用いた解析が行われている [8]。カオス現象に対してバイスペクトルの解析を行った例はなく、バイスペクトルの解析を行うことは、カオスの力学機構の理解に有効な手段であろうと思われる。

バイスペクトルは、数学的には3次相関  $R(\tau_1, \tau_2) = \overline{x(t)x(t+\tau_1)x(t+\tau_2)}$  のフーリエ変換に相当し、次式で表される。

$$B(\omega_1, \omega_2) = (2\pi)^{-2} \int_{-\omega}^{\omega} \int_{-\omega}^{\omega} R(\tau_1, \tau_2) \exp[-i(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)] d\tau_1 d\tau_2$$

バイスペクトル  $B(\omega_1, \omega_2)$  は、以下の二つの条件を満たせば1、満たさなければ零となる。

- (1) 振動が周波数  $\omega_1, \omega_2$  と  $\omega_3$  が存在して、 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  である。
- (2) (1) を満たす振動で、しかもそれぞれの位相も  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$  である。

$\omega_1$  と  $\omega_2$  の波がそれぞれ励起されていて、 $\omega_1 + \omega_2$  の波が  $\omega_1$  と  $\omega_2$  の非線形結合によって発生したのなら、バイスペクトルは1となる。しかし、 $\omega_1 + \omega_2$  の波が  $\omega_1$  と  $\omega_2$  とは無関係に発生している時には、 $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  でのスペクトル強度は零となる。すなわち、バイスペクトルは、二つの周波数成分と、それらの和と差の周波数成分の間の結合の強さを表すものである。

図2の例(図3~8までの解析に用いたもの)のバイスペクトルの等高線図を図9に示す。バイスペクトルの対称性により、 $V_m = 60\text{mV}$  でははっきりとわかる3角形の部分しか表示していない。図9と図2のスペクトルを比較すると以下のことがわかる。 $V_m = 0$  と  $40\text{mV}$  のときは自然振動のモードと外部振動のモードの相互作用により励起されるモードが出ていて、1に近い値になっている。 $V_m = 60\text{mV}$  では別の独立な二つのモードがパワースペクトル中に見られ、これらと自然振動、及び外部振動のモード間の相互作用により励起されたモードと、また、相関は小さいが別の二つのモード自身の相互作用によるモードも出ていていると考えられる。 $V_m = 80, 90\text{mV}$  ではパワースペクトルが連続スペクトルを有するのに対応してバイコヒーレンス・スペクトルが0に近い値になる領域が出現し、 $V_m = 60\text{mV}$  で励起された別の二つのモード自身の相関がなくなっている様子がわかる。 $V_m = 100\text{mV}$  では各周波数成分間の相互作用はほとんどなくなり、外部振動のモードと、他の周波数成分間に弱い相関が見られるだけで、系の運動は乱雑性がかなり強いものと考えられる。

#### 4. 終わりに

電子ビームとプラズマの相互作用によって発生した電子振動に外力高周波を印加した時の信号を波形記録器に取り込み、種々の解析を行った。相関次元とリアプノフ指数は、ある変調電圧の範囲で信号はカオス的となることを示したが、バイスペクトルでははっきりしなかった。今後の課題である。

## 参考文献

- [1] Y. Nakamura, J. Phys. Soc. Japan 28, 1315 (1970); *ibid* 31, 273 (1971).
- [2] Y. Nakamura, A. Itakura and S. Kojima, Phys. Lett. 32A, 455 (1970).
- [3] 中村良治「パリテイ」1993年3月号18頁；プラズマのカオス現象、1993年10月 NIFS-MEMO-12.
- [4] Y. C. Kim and E. J. Powers, Phys. Fluids 21, 1452 (1978); IEEE Trans. Plasma Sci. 7, 120 (1979).
- [5] 長島弘幸、馬場良和「カオス入門」培風館 1992年.
- [6] Y. Nakamura, IEEE Trans. Plasma Science 13, 14 (1985).
- [7] A. Buragohain et al., Chaos, Solitons & Fractals, 4, 677 (1994).
- [8] 日野幹雄「スペクトル解析」朝倉書店 1977年.

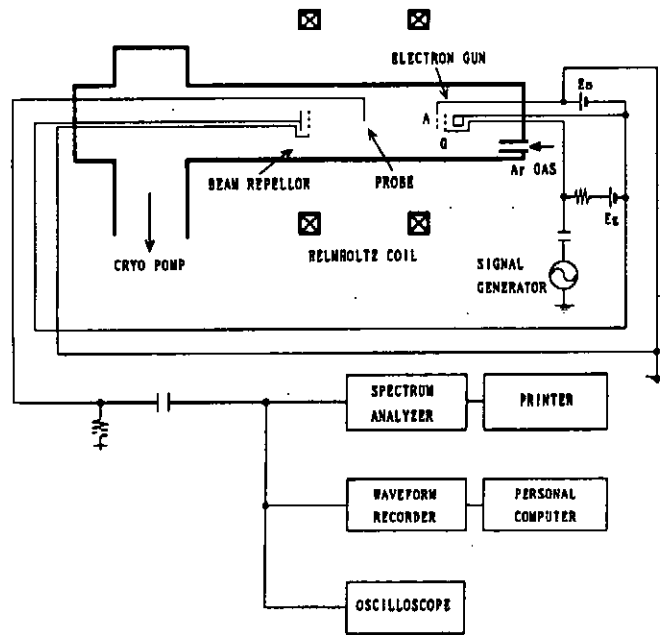


図 1. 実験装置

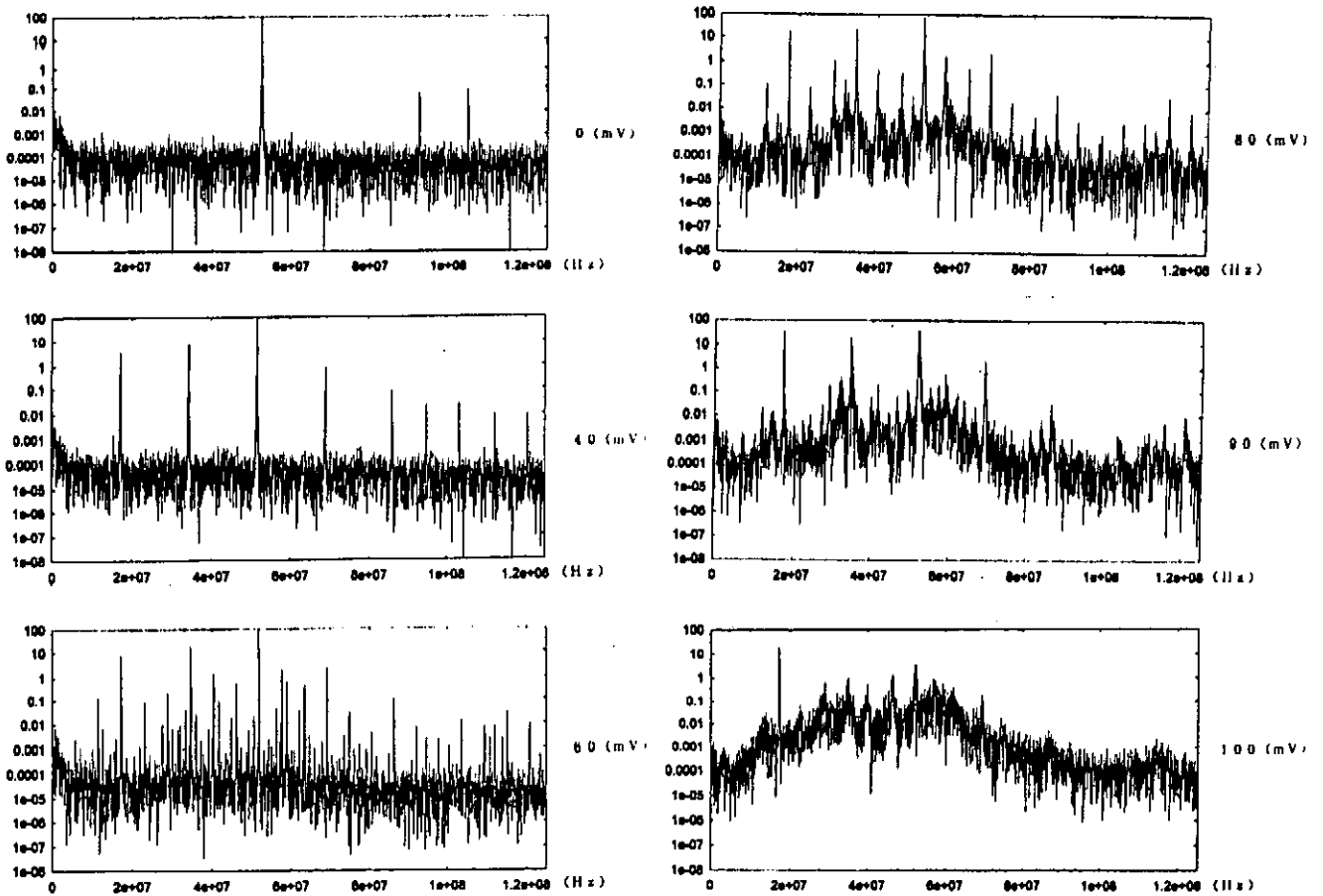


図 2. 時系列データからFFTによって計算したスペクトル  
 パラメータは $f_m=17.13\text{MHz}$ の変調電圧 $V_m$

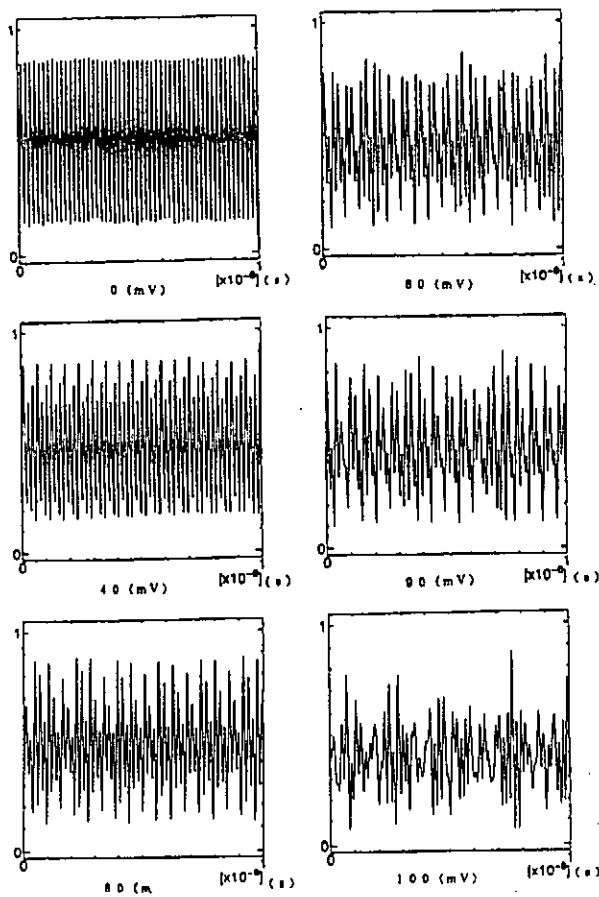


図3. 波形記録器に記録された信号

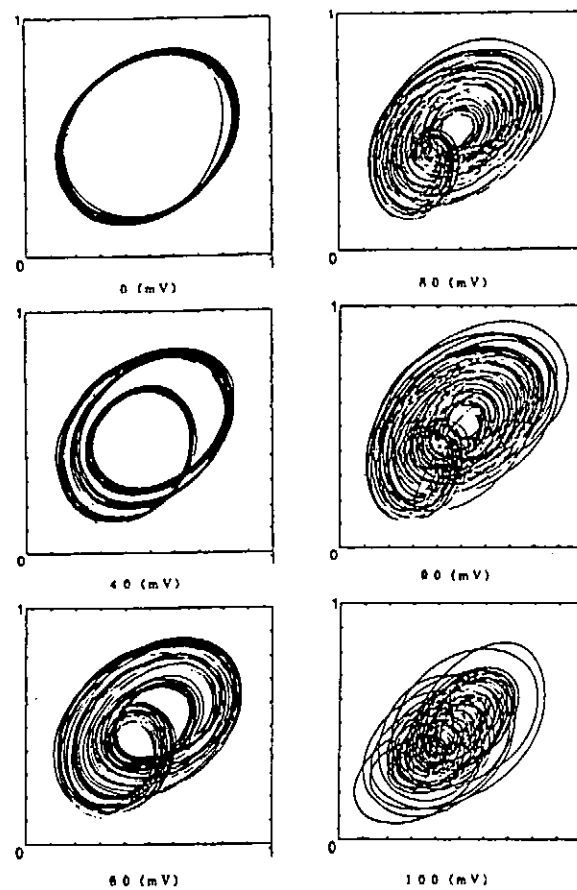


図4. 二次元相空間での軌道  
パラメータは図2と同じ変調電圧

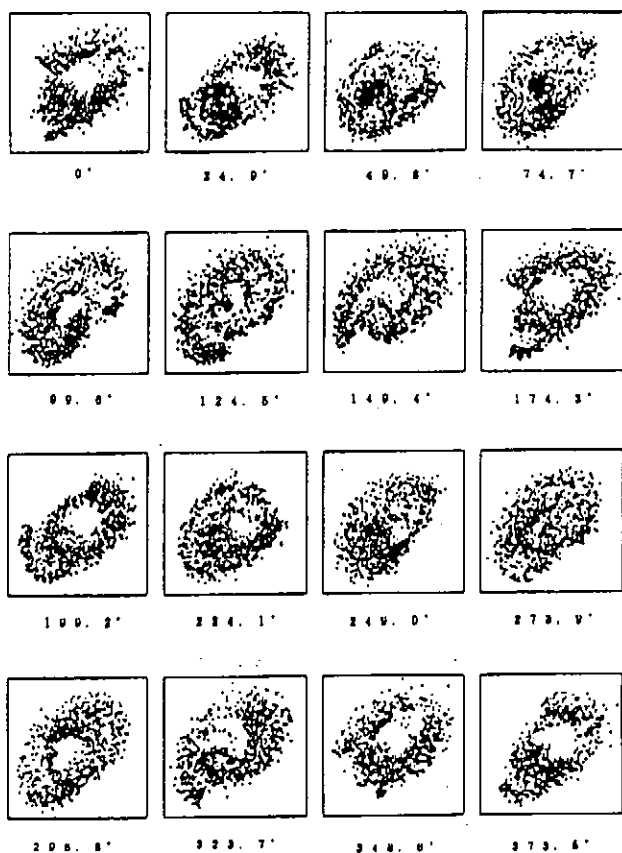


図5. 図4の $V_m=80\text{mV}$ のポアンカレ断面  
パラメータは外力の山の位置からの位相

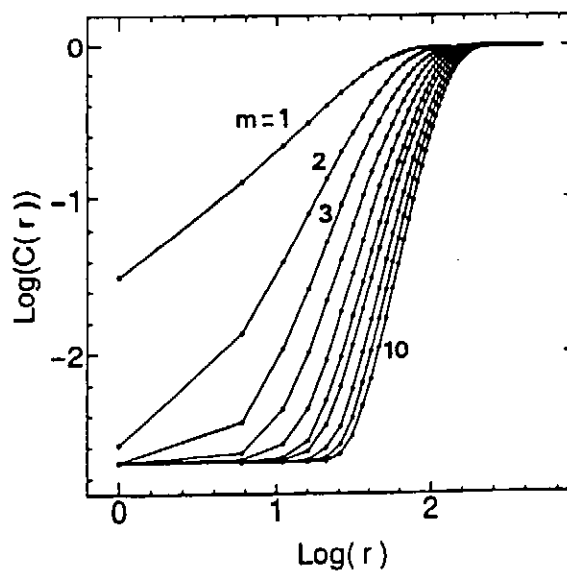


図6.  $r$ と $c(r)$ の対数-対数プロット  
 $m$ は埋め込み次元  $V_m=90\text{mV}$



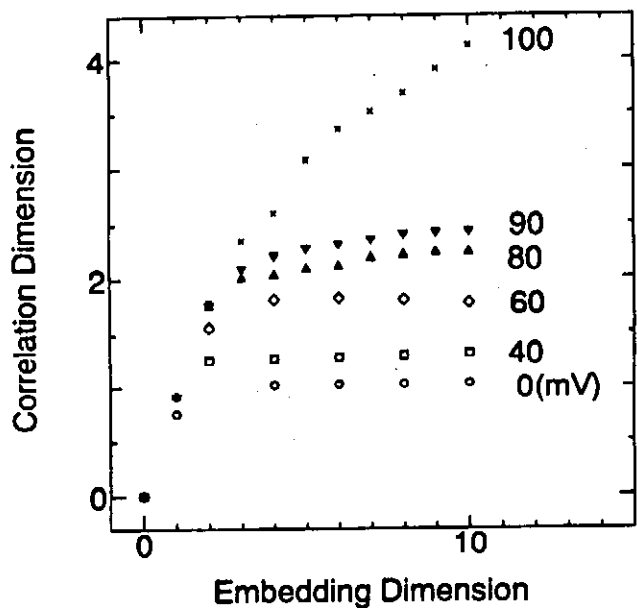


図7. 相関次元 $v$ の埋め込み次元 $m$ 依存性  
パラメータは $V_m$

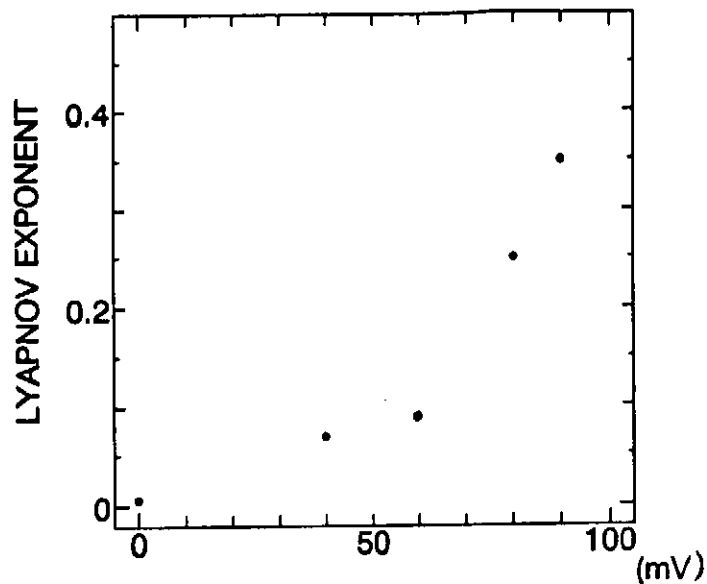


図8. 最大リアプノフ指数の変調電圧依存性

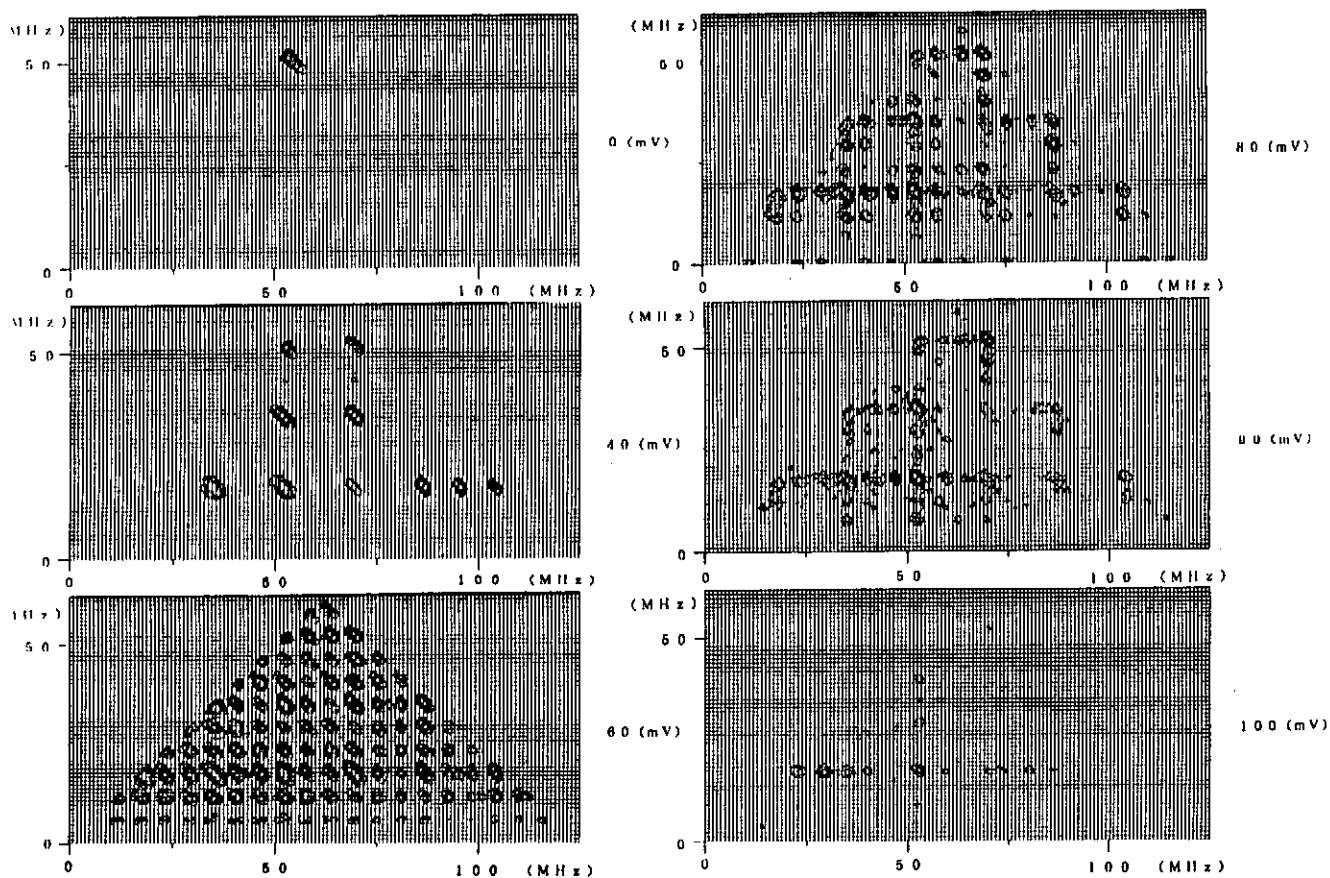


図9. パイスペクトルの等高線図  
パラメータは変調電圧

# 電子ビーム・プラズマ系における波動系の分岐現象

## Observation of Bifurcation Phenomena of Unstable Waves in an Electron Beam Plasma System

九大総理工 林 信哉, 河合良信

N. Hayashi and Y. Kawai

*Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences Kyushu University*

### §1. Introduction

これまでプラズマ中のカオス現象として、プラズマのシースの非線形性に起因するカオスや放電系の不安定性による現象が実験により見出されてきた<sup>1-6)</sup>。しかしシースの非線形性や放電系の不安定性は本質的にプラズマ固有の振る舞いを示しているものではない。一方、プラズマの不安定性により励起される不安定波動はプラズマ固有の振る舞いを反映していると考えられる。従って不安定波動の振る舞いを調べることにより、系の運動を理解することができる。しかしながら、このような波動の非線形性に起因するカオス現象は殆ど報告されておらず、その物理的機構も研究されていない。

我々はD.P.装置を用いて電子ビーム・プラズマ不安定性の非線形的振る舞いに関する研究を行っている。これまで周波数スペクトルにおいて電子プラズマ周波数近傍に生じる分岐現象を観測し、その基本波が電子ビーム・プラズマ不安定性により励起されるビームモードであることを見出した<sup>9)</sup>。本研究では電子ビーム・プラズマ系における波動系の分岐現象の物理的機構を調べること、および分岐現象が生じている系の状態をカオスの観点から解析することにより、この現象がプラズマの非線形的な挙動である波動系のカオスである可能性を見出した。

### §2. Experimental

D.P.装置はFig.1に示すような長さ120 cm, 直径70 cmのステンレス製真空容器である。この容器内を圧力 $3.0 \times 10^{-7}$  Torr以下まで排気した後、アルゴンガスを導入して $3.0 \times 10^{-4}$  Torrの圧力で実験を行った。タングステンフィラメントから放出される熱電子は、30～90 Vの放電電圧で加速され、中性粒子を衝突により電離してプラズマを生成する。プラズマの密度及び温度の測定には平板型ラングミュアプローブを用いた。実験領域での典型的なプラズマパラメータは、電子密度 $10^8 \text{ cm}^{-3}$ , 電子温度0.8 eVである。

D.P.装置はフローティング電位に保たれた中央のセパレーショングリッドによりドライバー領域とターゲット領域に分けられており、プラズマパラメータを独立に制御できる。ターゲットプラズマを接地しドライバープラズマに負の電圧 $V_S$ を印加することにより生じるポテンシャ

ル差によって、ドライバープラズマ中の電子がターゲットプラズマに入射し、電子ビーム・プラズマ系が形成される。電子ビームのバルク電子に対する密度比は約0.004～0.01、電子ビームのエネルギーは40～60 eVであった。

プラズマ中の波動は平板型ラングミュアプローブで検出し、干渉法およびスペクトルアナライザーを用いて計測した。電子ビームのエネルギーおよび密度の測定にはファラデーカップを用いた。さらに検出信号の揺動成分の時系列をデジタルオシロスコープで取り込みコンピュータで解析を行った。

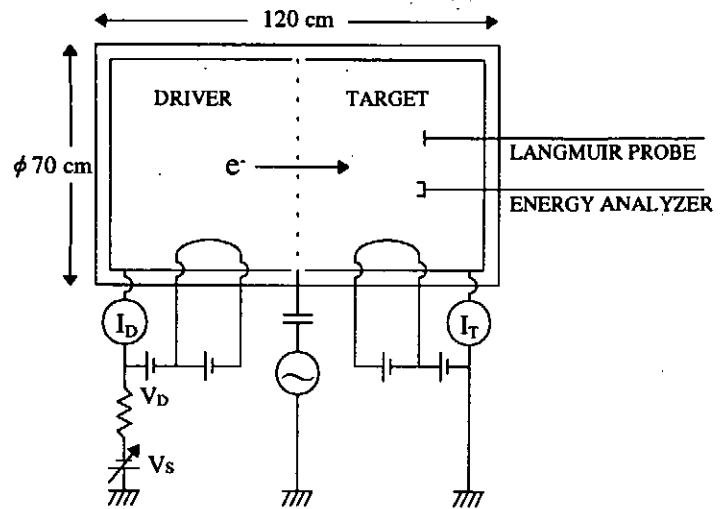


Fig.1 ダブルプラズマ装置

### §3. Results and Discussion

D.P. 装置を用いて電子ビーム・プラズマ系を形成すると、電子プラズマ周波数近傍でノイズから成長した不安定波が観測された<sup>10)</sup>。この不安定波の周波数のプラズマ密度依存性を計測した結果、実験で得られた周波数変化の傾向と流体論より導かれる電子ビーム・プラズマ不安定性の周波数変化の傾向とは定性的に一致することが分かった。プラズマ中にテスト波を伝播させて干渉法を用いて測定を行った結果、 $f_{pe}$  近傍の周波数の波が励起されており、実験領域中央付近 ( $Z \sim 25$  cm,  $Z$  はセパレーショングリッドからの距離) から真空容器壁 ( $Z \sim 50$  cm) に向かって成長していることが分かる。この場合  $f_{pe} \simeq 180$  MHz であり、テスト波の周波数は  $0.9 f_{pe}$  であった。干渉波形より得られるテスト波の分散関係は流体論によるビームモードの分散曲線とほぼ一致することから、この不安定波は電子ビーム・プラズマ不安定性により励起されたビームモードであると同一される。

電子ビーム・プラズマ系においてビームモードとサブハーモニクスが観測された。電子プラズマ周波数近傍の周波数スペクトルを測定した結果、(a) : ビームモードの不安定波  $f_0$  のみが励起される場合 (1 周期), (b) : ビームモード  $f_0$  と  $1/2 f_0$  の周波数のサブハーモニクスが励起される場合 (2 周期), 及び (c) : ビームモード  $f_0$  と  $1/3 f_0$ ,  $2/3 f_0$  の周波数のサブハーモニクスが励起される場合 (3 周期) が観測された。典型的な周波数スペクトルを Fig.2 (a) に示す。 $f_0$  で示す  $f_{pe}$  ( $\simeq 200$  MHz) 近傍のピークが分岐現象の基本波である。また、このような周波数スペクトルは実験領域中央付近 ( $Z \sim 30$  cm) から真空容器壁 ( $Z \sim 50$  cm) にかけて顕著になることが分かった。

この分岐現象の分岐パラメータは、ドライバー領域のフィラメントに印加する放電電圧  $V_D$  またはフィラメントに流れる放電電流  $I_D$  で、両者とも電子ビームの密度に関する量であ

る。これらの量を増加させると電子ビーム・プラズマ不安定性が増大すると考えられる。どちらの分岐パラメータを変化させることによっても分岐現象が現れる。 $V_D$ の値を増加させることにより1周期状態 ( $V_D = 70$  V) から2周期状態 ( $V_D = 80$  V) へ、さらに3周期状態 ( $V_D = 120$  V) へと分岐する。 $I_D$ を変化させた場合は $I_D \simeq 20$  mAで1周期状態、 $I_D \simeq 40$  mAで2周期状態となり $I_D \simeq 50$  mAで3周期状態へ至る。同様に $V_D$ または $I_D$ を変化させることにより、不安定波 $f_0$ のみが励起される1周期の状態から2周期状態さらに4周期状態へ至る場合も見出された。典型的なスペクトルをFig.2 (b)に示す。このように3周期、4周期状態が観測されることから、この分岐現象は周期倍分岐と考えられる。分岐パラメータを変化させたときの分岐の様子を詳細に調べた結果、3周期の状態は系が周期倍分岐からカオスに至った場合に現れる周期性の窓であると考えられる。

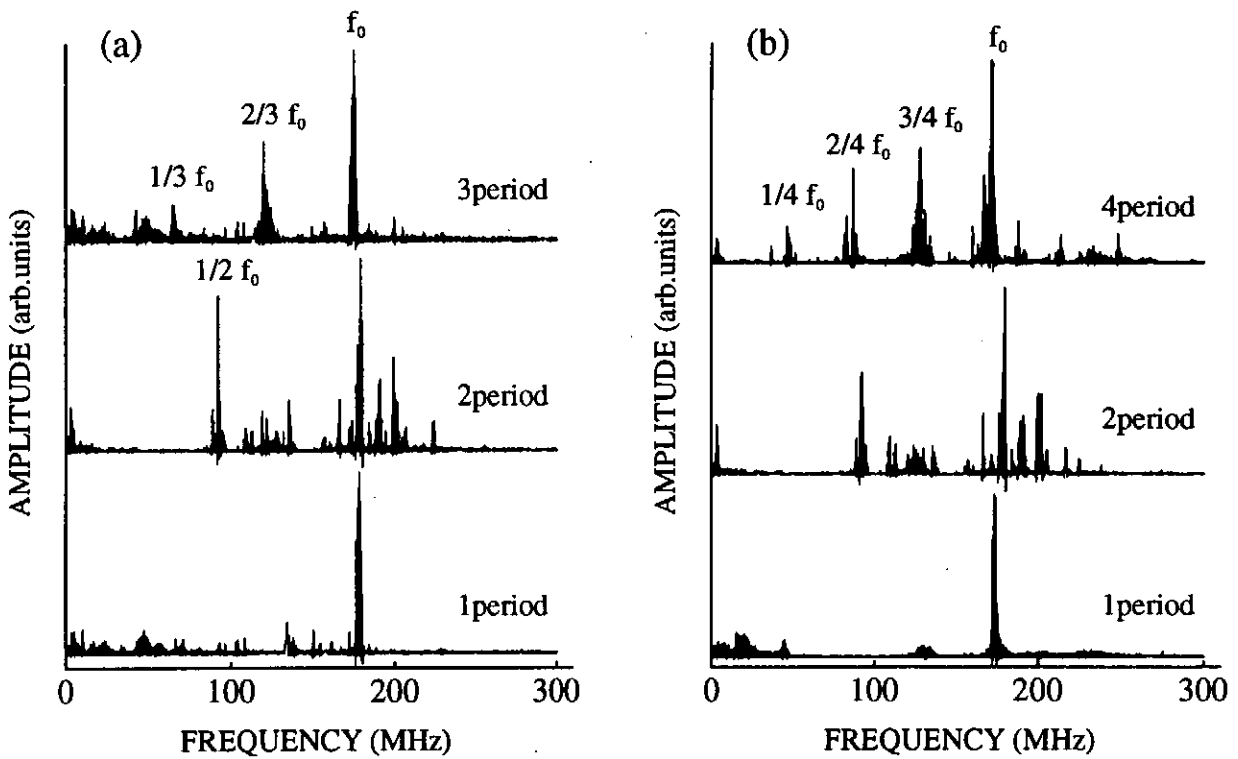


Fig.2 (a) 3周期, (b) 4周期に至る場合の典型的な周波数スペクトル。

基本波とサブハーモニクスを調べるために、周波数スペクトルに示されるピークの振幅の軸方向空間変化を調べた。系が3周期状態及び4周期状態の基本波とサブハーモニクスのピークの振幅の変化をそれぞれFig.3 (a), (b)に示す。もし定在波が生じているならば、スペクトルアナライザーによって定在波形が得られるはずである。これらの図から分かるように振幅は単調に増加しており、従って基本波は定在波ではなく進行波である。また、それぞれのピークの振幅は $Z \sim 25$  cm から  $Z \sim 50$  cm にかけて指数的に増加していることが分かる。よって基本波であるビームモードは $Z$ が大きくなるに従い電子ビーム・プラズマ不安定

性によって成長していると考えられる。しかしサブハーモニクスについては周波数スペクトルにピークは現れるが、干渉法では波形が得られない。従ってサブハーモニクスは基本波のような波動ではなく、プラズマ粒子全体が同位相で揺動している振動である可能性がある。

この分岐現象の起源を調べるために、セパレーショングリッド近傍のシース領域 ( $Z \sim 0$  cm) で周波数スペクトルを測定した。セパレーショングリッドからの信号およびセパレーショングリッド全面に設置したラングミュアプローブからの信号をそれぞれスペクトルアナライザで解析した。その結果、Fig.4から分かるようにシース領域ではいずれの周波数スペクトルにも分岐現象を示すピークは見られなかった。よってこの分岐現象はシースの非線形性に起因するものではないことが分かる。

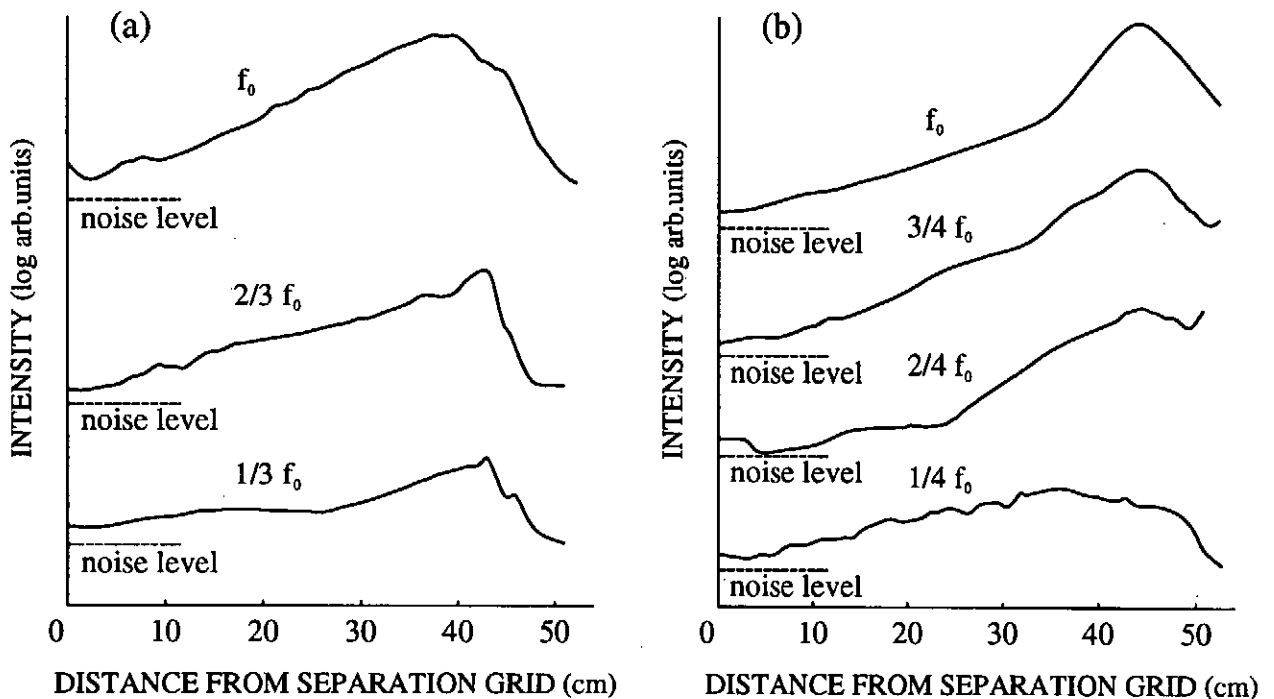


Fig.3 (a) 3周期, (b) 4周期の場合の基本波とサブハーモニクスの振幅の空間的変化。

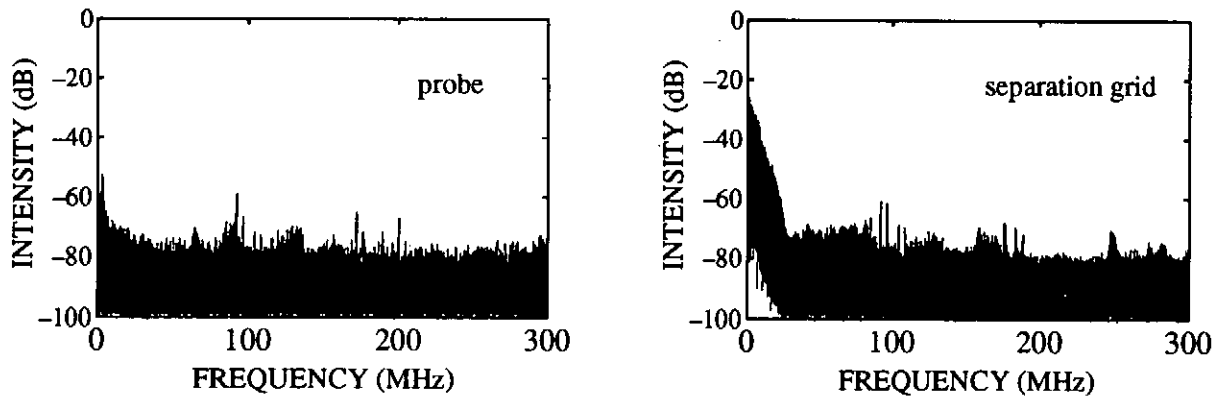


Fig.4 セパレーショングリッド前面のシース領域における典型的な周波数スペクトル。

周期倍分岐は最終的にカオスに至ると考えられる。そこで、分岐現象が生じている場合の系の振る舞いを調べるために、フローティングポテンシャルの揺動成分の時間変化を測定して解析を行った。プローブで検出した信号の時間変化をデジタルオシロスコープで取り込み、埋め込みの方法を用いて2次元の位相空間に再構成した。時間遅れ  $\tau$  ( $= 2 \times 10^{-7}$  sec) は、基本波であるビームモードの周波数  $f_0$  の1/5程度に設定した。測定したデータ長は320 kByteであり、このうちの7000点をランダムに抽出し図にプロットした。今回、信号のS/N比を改善して時系列を測定し、位相空間の軌道を求めた結果をFig.5に示す。(a), (b)はそれぞれ、ビームモード  $f_0$  および  $1/3 f_0$ ,  $2/3 f_0$  のサブハーモニクスが励起される場合(3周期)、ビームモード  $f_0$  および  $1/4 f_0$ ,  $2/4 f_0$ ,  $3/4 f_0$  のサブハーモニクスが励起される場合(4周期)の時系列及び位相空間の軌道である。1周期, 2周期状態では軌道はほぼリットサイクルを描くが、3周期, 4周期状態の場合は図から分かるように複雑なアトラクターが存在することが分かる。

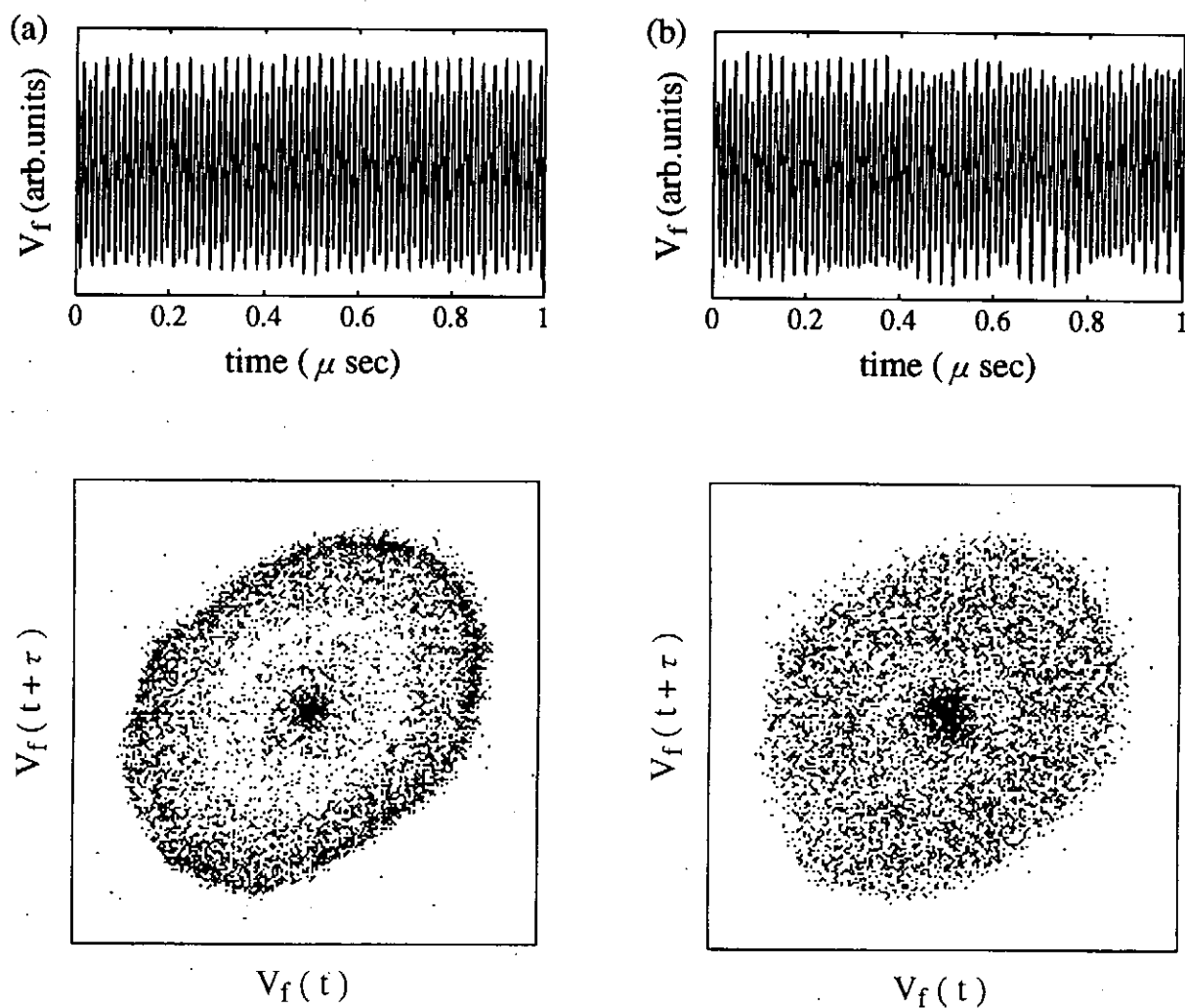


Fig.5 (a) 3周期, (b) 4周期の場合の時系列および再構成した位相空間の軌道。

系の振る舞いを定量的に調べるために、時系列データから Grassberger と Procaccia の方法<sup>11)</sup>を用いて相関積分を計算し相関次元を求めた。その結果、1周期、2周期状態の次元はともに2.0で整数となり、3周期状態では2.5というフラクタルな次元が得られた。また4周期状態の相関次元も2.5でフラクタルである。よって、1周期、2周期状態のときは系は周期運動を行うが、3周期、4周期状態の場合は系がカオティックな状態に至っていると考えられる。

#### §4. Conclusion

1. 電子プラズマ周波数近傍の基本波のみが励起される状態から、その1/2の周波数のサブハーモニクスが励起される2周期状態、さらに1/3、2/3の周波数のサブハーモニクスが励起される3周期状態への分岐が観測された。同様に4周期の状態への分岐も観測された。
2. 基本波は電子ビーム・プラズマ不安定性により励起されるビームモードである。またこの基本波は進行波であり、定在波は生じていない。
3. 位相が空間的に変化しないことから、サブハーモニクスは波動ではなく振動であると考えられる。
4. 分岐現象はシース領域( $Z \sim 0$  cm)では観測されず、 $Z = 30 \sim 50$  cmの領域で観測されることからシースの非線形性に起因するものではない。
5. 3周期および4周期の場合の相関次元を求めた結果、2.5のフラクタルな次元が得られたことから系がカオス的な状態である。

以上の結果よりここで観測された分岐現象は、プラズマ中の波動の非線形性に起因する波動系の分岐現象であり、最終的にカオスに至っていると考えられる。今後はリアプノフ指数を求めて系がカオスであるか否かを判断すること、およびモデルを構築し分岐現象の物理的機構を同定することが課題である。

- 
- 1) T. Kawabe: J. Phys. Soc. Jpn. **21**, 2704 (1966).
  - 2) Y. Nakamura, A. Itakura, and S. Kojima, Phys. Lett. **32A** 455 (1970).
  - 3) P. Y. Cheung and A. Y. Wong: Phys. Rev. Lett. **59** 551 (1987).
  - 4) N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai: J. Phys. Soc. Jpn. **58** 28 (1989).
  - 5) M. Kono and A. Komori: Phys. Fluids B **4** 3569 (1992).
  - 6) A. Komori, M. Kono, T. Norimine and Y. Kawai: Phys. Fluids B **4** 3573 (1992).
  - 7) T. Kasuya, M. Tanaka, A. Komori and Y. Kawai: J. Phys. Soc. Jpn. **59** 3931 (1990).
  - 8) R. W. Boswell: Plasma Phys. and Controlled Fusion **27** 405 (1985).
  - 9) N. Hayashi, S. Shinohara and Y. Kawai: Bull. Am. Phys. Soc. **40** 1821 (1995).
  - 10) N. Hayashi, M. Tanaka, S. Shinohara and Y. Kawai: Phys. Plasmas **2** 3582 (1995).
  - 11) P. Grassberger and I. Procaccia: Phys. Rev. Lett. **50** 346 (1983).

## Publication List of NIFS-PROC Series

- NIFS-PROC-1 *U.S.-Japan on Comparison of Theoretical and Experimental Transport in Toroidal Systems Oct. 23-27, 1989 , Mar. 1990*
- NIFS-PROC-2 *Structures in Confined Plasmas –Proceedings of Workshop of US-Japan Joint Institute for Fusion Theory Program– ; Mar. 1990*
- NIFS-PROC-3 *Proceedings of the First International Toki Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion –Next Generation Experiments in Helical Systems– Dec. 4-7, 1989 Mar. 1990*
- NIFS-PROC-4 *Plasma Spectroscopy and Atomic Processes –Proceedings of the Workshop at Data & Planning Center in NIFS–; Sep. 1990*
- NIFS-PROC-5 *Symposium on Development of Intensed Pulsed Particle Beams and Its Applications February 20 1990; Oct. 1990*
- NIFS-PROC-6 *Proceedings of the Second International TOKI Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion , Nonlinear Phenomena in Fusion Plasmas -Theory and Computer Simulation-; Apr. 1991*
- NIFS-PROC-7 *Proceedings of Workshop on Emissions from Heavy Current Carrying High Density Plasma and Diagnostics; May 1991*
- NIFS-PROC-8 *Symposium on Development and Applications of Intense Pulsed Particle Beams, December 6 - 7, 1990; June 1991*
- NIFS-PROC-9 *X-ray Radiation from Hot Dense Plasmas and Atomic Processes; Oct. 1991*
- NIFS-PROC-10 *U.S.-Japan Workshop on "RF Heating and Current Drive in Confinement Systems Tokamaks" Nov. 18-21, 1991, Jan. 1992*
- NIFS-PROC-11 *Plasma-Based and Novel Accelerators (Proceedings of Workshop on Plasma-Based and Novel Accelerators) Nagoya, Japan, Dec. 1991; May 1992*
- NIFS-PROC-12 *Proceedings of Japan-U.S. Workshop P-196 on High Heat Flux Components and Plasma Surface Interactions for Next Devices; Mar. 1993*
- NIFS-PROC-13 『NIFS シンポジウム  
「核燃焼プラズマの研究を考えるー現状と今後の取り組み方」  
1992年7月15日、核融合科学研究所』



- 1993年7月  
*NIFS Symposium*  
*"Toward the Research of Fusion Burning Plasmas -Present Status and Future strategy-", 1992 July 15, National Institute for Fusion Science; July 1993 (in Japanese)*
- NIFS-PROC-14 *Physics and Application of High Density Z-pinches, July 1993*
- NIFS-PROC-15 岡本正雄、講義「プラズマ物理の基礎」  
平成5年度 総合大学院大学  
1994年2月  
*M. Okamoto,*  
*"Lecture Note on the Bases of Plasma Physics"*  
*Graduate University for Advanced Studies*  
Feb. 1994 (in Japanese)
- NIFS-PROC-16 代表者 河合良信  
平成5年度 核融合科学研究所共同研究  
研究会報告書  
「プラズマ中のカオス現象」  
*"Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences"*  
*Report of the meeting on Chaotic Phenomena in Plasma*  
Apr. 1994 (in Japanese)
- NIFS-PROC-17 平成5年度 NIFS シンポジウム報告書  
「核融合炉開発研究のアセスメント」  
平成5年11月29日-30日 於 核融合科学研究所  
*"Assessment of Fusion Reactor Development"*  
*Proceedings of NIFS Symposium held on November 29-30,*  
*1993 at National Institute for Fusion Science" Apr. 1994*  
(in Japanese)
- NIFS-PROC-18 *"Physics of High Energy Density Plasmas Produced by Pulsed Power" June 1994*
- NIFS-PROC-19 K. Morita, N. Noda (Ed.),  
*"Proceedings of 2nd International Workshop on Tritium Effects in Plasma Facing Components at Nagoya University, Symposium Hall, May 19-20, 1994", Aug. 1994*
- NIFS-PROC-20 研究代表者 阿部 勝憲 (東北大学・工学部)  
所内世話人 野田信明  
平成6年度 核融合科学研究所共同研究 [研究会]  
「金属系高熱流束材料の開発と評価」成果報告書  
K. Abe and N. Noda (Eds.),  
*"Research and Development of Metallic Materials for Plasma Facing and High Heat Flux Components" Nov. 1994*  
(in Japanese)

- NIFS-PROC-21 世話人：森田 健治（名大工学部）、金子 敏明（岡山理科大学理学部）  
「境界プラズマと炉壁との相互作用に関する基礎過程の研究」  
研究会報告  
K. Morita (Nagoya Univ.), T. Kaneko (Okayama Univ. Science)(Eds.)  
*NIFS Joint Meeting "Plasma-Divertor Interactions" and  
"Fundamentals of Boundary Plasma-Wall Interactions"*  
*January 6-7, 1995 National Institute for Fusion Science*  
Mar. 1995 (in Japanese)
- NIFS-PROC-22 代表者 河合 良信  
プラズマ中のカオス現象  
Y. Kawai,  
*Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasma, 1994*  
Apr. 1995 (in Japanese)
- NIFS-PROC-23 K. Yatsui (Ed.),  
*New Applications of Pulsed, High-Energy Density Plasmas;*  
June 1995
- NIFS-PROC-24 T. Kuroda and M. Sasao (Eds.),  
*Proceedings of the Symposium on Negative Ion Sources and Their  
Applications, NIFS, Dec. 26-27, 1994 , Aug. 1995*
- NIFS-PROC-25 岡本 正雄  
新古典輸送概論（講義録）  
M. Okamoto,  
*An Introduction to the Neoclassical Transport Theory  
(Lecture note), Nov. 1995 (in Japanese)*
- NIFS-PROC-26 Shozo Ishii (Ed.),  
*Physics, Diagnostics, and Application of Pulsed High Energy  
Density Plasma as an Extreme State; May 1996*
- NIFS-PROC-27 代表者 河合 良信  
プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象  
Y. Kawai ,  
*Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasmas and  
Beyond, 1995, Sep. 1996 (in Japanese)*