

NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE

平成8年度 核融合科学研究所共同研究
研究会報告書

「プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象」

Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in
Plasmas and Beyond, 1996

代表者 河合 良信
Y. Kawai (Ed.)

(Received - Apr. 9, 1997)

NIFS-PROC-32

Apr. 1997

RESEARCH REPORT NIFS-PROC Series

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Nagoya 464-01, Japan.

NAGOYA, JAPAN

平成8年度
核融合科学研究所共同研究
研究会報告

プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象

代表者 河合良信 (九州大学総合理工)

Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasmas and Beyond, 1996

Y. Kawai

Interdisciplinary Graduate School of
Engineering Sciences, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka 816, Japan

Abstract

This is a report on the meeting on chaotic phenomena in plasmas and beyond, held at NIFS on December 12, 1996.

Keywords: ion acoustic wave, intermittent chaos, negative ion, hysteresis, gas discharge, bifurcation, sheath, helical magnetic field, mapping, circle mapping, magnetic surface, double plasma, correlation dimension, Lyapunov exponent, $1/f$ -noise, mode locking, Devil's staircase, Arnold tongue.

文部省核融合科学研究所の平成8年度共同研究として、研究会「プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象」が平成8年12月12日、核融合科学研究所大会議室にて行われた。ここにその全ての講演の内容を報告する。

河合良信 （代表者：九州大学大学院総合理工学研究科）
羽鳥尹承 （世話人：核融合科学研究所）

プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象 目次

座長 篠原俊次郎（九大総理工）

- 1) はじめに 河合良信（九大総理工）
- 2) イオン・クラウドの形成とカオス様振動の励起 1
(Ion Cloud Formation and Excitation of Chaos-like Oscillations)
斎藤和史、本澤忠夫（宇都宮大工）
- 3) イオン波の分散特性に対する負イオンの効果 10
(Effects of Negative Ions on Dispersion Characteristics of Ion Waves)
吉村信次、古閑一憲、中村良治^A、渡辺二太^B、河合良信
（九大総理工）（^A宇宙研）（^B核融合研）

座長 藤山 寛（長崎大工）

- 4) イオン音波不安定性における間欠性カオスのタイプの同定 19
(Type of Intermittent Chaos Caused by an Ion Acoustic Wave Instability)
谷口和成、桑江裕文、林 信哉、河合良信（九大総理工）
- 5) プラズマ・シース系のエネルギー輸送と密度遷移現象 28
(Energy Transport and Density Transition in the Plasma-Sheath System)
松永 康、加藤頼一（早大理工）

座長 北條仁士（筑波大プラズマ）

- 6) ヘリカル系のマッピング 38
(Particle Orbit Mapping in Dissipative Helical Systems)
山岸留次郎（都立科技大）
- 7) 円写像によるヘリカル系磁気容器磁気面乱れの評価 63
(Evaluation of Degradation of Magnetic Surface by Circle Mapping and Others)
小越澄雄、三島木茂宏、吉井啓一、前田譲治（東京理科大理工）

イオン・クラウドの形成と カオス様振動の励起

Ion Cloud Formation and Excitation of Chaos-like Oscillations

宇都宮大 工 齋藤和史, 本澤忠夫

Y. Saitou and T. Honzawa

Dept. Electr. & Electron. Engr., Utsunomiya Univ.

Excitation mechanism of the chaos-like oscillations is investigated using a double plasma device. By applying a voltage to the driver chamber wall, which is modulated in a rectangular pulse form, the chaos-like oscillations are periodically excited. An ion cloud is formed around the separation grid in the experimental region. To examine the excitation mechanisms of these oscillations, we investigate correlation coefficients between the excited oscillation frequencies and some parameters such as the electron density, the electron temperature, the space potential of the target plasma, the width between the separation grid and the ion cloud, *etc.* As a result, it is found that an ion cloud plays an important role in the excitation of the chaos-like oscillations. Especially, in the case of high voltage application to the grid, the bounce motion of ions between the grid and the cloud is found to determine the excited frequency.

1. はじめに

プラズマに関連したカオス現象は、基礎プラズマの研究における興味深い研究対象の一つである。^[1] 我々はこれまでに、ダブルプラズマ装置を用いた実験において、ターゲット側のフィラメントを加熱せず、直流電圧をドライバー側真空容器壁に印加すると、カオスに非常によく似た振動がターゲット側に励起されることを見出している。^[2] すなわち、ドライバー側容器壁に印加する電圧変化に対する励起振動の最大振幅にヒステリシスがあり、また、振動のない状態から振動状態への遷移が間欠的であり、さらに、相関次元が非整数である。一方、ドライバー側真空容器壁に印加する電圧をパルス的に変調した場合に

も、電圧が高くなっている領域で同様の振動が励起されることが明らかになった。^[3] このような振動が励起されている場合、ドライバー側真空容器壁に印加されている電圧が直流的であるかパルス的であるかによらず、セパレーショングリッド近傍に、我々がイオン・クラウド(イオン雲)と呼んでいる、イオン飽和電流が局所的に大きくなっている領域が形成される。静電型エネルギー分析器による測定結果によれば、イオンビームに対応するエネルギー分布のピークはクラウドに対してグリッドから遠い側で、かつ、クラウドに近い領域ではほとんど観測されない。ただし、以下では簡単のため、イオン・クラウドのセパレーショングリッドに近い側を前面、遠い側を後面と呼ぶことにする。このことは、イオンビームの粒子はイオン・クラウド前面で跳ね返され、ターゲット側へは直接入射されないことを示していると考えられる。従って、クラウドとセパレーショングリッドの間における粒子のバウンス運動が振動の励起に関与していることが予想される。そこで本研究では、セパレーショングリッドとイオン・クラウドの間の幅や励起される振動の周波数、プラズマパラメータが、 V_G を変化させることによってどのように変化するかを調べる。さらに、統計的な手法の一つである相関係数を求めることによって、得られたデータの解析を行う。これらによって、カオス様振動の励起機構を明らかにすることを試みる。

2. 実験装置

実験はダブルプラズマ装置を用いて行った。実験装置の概念図を図1に示す。ドライバー側の真空容器壁は直流電源と発振器に接続されている。直流電源の電圧を V_B で表わす。発振器によって V_B に矩形パルスを重ね、ドライバー側真空容器壁の電位を 0 V と V_0 の間で周期的に変化させる。本研究では $V_0 \simeq 13\text{ (V)}$ に固定した。矩形パルスは、 V_0 の持続時間がおおよそ 1 ms であり、また、 V_0 相互の影響をなくすために、 V_0 は互いに 1.7 s 程度の十分長い時間間隔をおいて印加する。ターゲット側の真空容器壁は接地されているので、ドライバー側の電位が V_0 となっている場合に、少なくともイオン・クラウドの前面まではドライバー側からターゲット側へイオンが流れ込むことになる。セパレーショングリッドはドライバーとターゲット間での電子の短絡効果を防ぐため、通常、一定の負電圧 $V_G = -93\text{ (V)}$ が印加されている。本研究ではこの電位を $65\text{ (V)} \leq |V_G| \leq 200\text{ (V)}$ で様々に変化させ、カオス様振動の励起に対する V_G の影響を調べた。一方、ターゲット側のフィラメントは加熱していない。従って、ターゲット側には、セパレーショングリッドを通過してドライバー側から侵入してくることのできる高エネルギーの一次電子によって生成される希薄なプラズマが存在することになる。

励起された振動は、イオン飽和電流によって観測した。また、プラズマパラメータの測定を Langmuir プローブによって行った。実験に用いたガスはアルゴンであり、圧力 $3 \times$

10^{-4} Torr であった．典型的な電子密度 n_e ，及び電子温度 T_e はそれぞれ， $10^8 \sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ， $1 \sim 3 \text{ eV}$ であった．

3. 実験結果と討論

セパレーショングリッドから真空容器の軸方向に 3 cm 離れた場所で，イオン飽和電流によってプラズマ中に励起される振動を測定した．図 2 は V_G を -65 V から -200 V まで変化させたときの典型的な波形の例である． $|V_G|$ が 70 V よりも小さい場合には振動は励起されておらず， -70 V になったときに印加パルスの立ち上がりに対応する部分に微小振動が励起されていることがわかる．その後，振動はパルスが印加されている時間全体に広がり， $|V_G|$ の増加と共に振幅が増大していく．振幅は V_G が $\sim -90 \text{ V}$ のときに最大となる． $|V_G|$ がさらに大きくなると振幅は減少に転じるが， $V_G = -200 \text{ (V)}$ となっても，微小ではあるが依然として振動が存在する．このように V_G によって振動の様子が大きく変化することがわかる．また， $V_G = -93 \text{ (V)}$ の場合について相関次元を求めた結果， 1.05 であった．直流的に V_B を印加した場合に励起された振動の相関次元が 1.64 であった^[4] のに比べると，準周期振動的な非整数次元振動としての性質が弱くなっている．これは，振動が直流的に励起されているかパルスの励起されているかの違いによると考えられる．その一方で，パルスの励起することの利点も多い．すなわち，直流的に励起する場合に比べてドライバー側真空容器壁に印加する電圧が小さくても振動が励起されること，印加する電圧によって振動の振幅に現れるヒステリシスが小さくプラズマパラメータなどの測定が容易であること，オシロスコープ上で，振動が励起されている場合と励起されていない場合を同時に観測できることなどである．

励起された振動を FFT によって周波数分析する．^[5] 図 3 にその結果を示す． $75 \leq |V_G| \leq 150 \text{ (V)}$ のときに 160 kHz 近傍とその高調波に相当する領域にピークがあらわれることがわかる．図中 $V_G = -120 \text{ (V)}$ に示すように，各ピークに $f_1, f_2, \dots, f_6$ と名前を付けて区別する．詳細に見ると，高調波以外にも $f_4 \sim f_5$ 近傍にはブロードな成分が存在することがわかる．このブロードな成分は， $|V_G| \geq 160 \text{ (V)}$ で顕著に現れている．この場合，基本周波数成分 f_1 が現れていないことから， f_4 や f_5 は f_1 の高調波成分ではないと考えられる．以下では，周波数成分として f_1 と f_4 に着目することにする．各 f_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) が V_G によってどのように変化するかを図 5 に示す．一方，真空容器の軸方向に対するイオン飽和電流の変化を調べた．図 5 から明らかなように， $|V_G|$ が 66 V 以上の場合にグリッドに近い部分にイオン飽和電流が局所的に大きくなっている部分が存在することがわかる．この部分が，「イオン・クラウド」と呼んでいる部分である．^[3] イオン・クラウドとグリッドの間の幅は， $V_G = -80 \text{ (V)}$ までは $|V_G|$ の増大と共に狭くなり， $|V_G|$ が

それ以上になると次第に広がっていることがわかる。また、先に述べた振動の様子及び周波数変化を関連付けてみると、振動が励起されはじめる V_G とクラウドが形成されはじめる V_G がほぼ一致していることがわかる。また、幅が狭くなっている V_G では周波数が高くなり、逆に、幅が広がっている V_G では周波数が低くなっている。このようなことから、振動の励起機構にクラウドとグリッド間の幅が重要であることが予想される。

また、図 6 に、 V_G によるプラズマパラメータの変化の一例として電子密度 n_e の変化を示す。電子密度は $V_G \simeq -100$ (V) までは $|V_G|$ の増加に伴って $O(10^9)$ から $O(10^8)$ へ急激に減少し、さらに $|V_G|$ が増加すると徐々に増加している。 $|V_G| < 100$ (V) における $|V_G|$ の増加に伴った電子密度の急激な減少は、ドライバー側から侵入してくる一次電子が $|V_G|$ を大きくすることによって減少するためであると考えられる。電子温度とプラズマのスペースポテンシャルは電子密度とは逆に、 $|V_G| < 100$ (V) では増加し、 $|V_G| > 100$ (V) では減少する傾向がある。

振動の励起機構を知るためには、振動がどのようなパラメータに依存しているかを明らかにする必要がある。そのために、統計的な手法の一つである相関係数を用いることによって励起周波数と各パラメータ、すなわち、電子密度 n_e 、電子温度 T_e 、プラズマのスペースポテンシャル ϕ 及びイオン・クラウド前面の幅のそれぞれとの相関の強さを見積もった。これにより、周波数 f の各パラメータに対する依存性の定量的な評価が可能となる。周波数 f と任意の物理量 x の相関係数 γ は、それぞれの測定量 (f_i, x_i) ($i = 1, 2, \dots, N$) に対して

$$\gamma = \frac{\sum_i^N f_i x_i}{\sqrt{\sum_i^N f_i^2 - N \bar{f}^2} \sqrt{\sum_i^N x_i^2 - N \bar{x}^2}}$$

で与えられ、 $-1 \leq \gamma \leq 1$ の値をとる。^[6] 相関係数 γ が ± 1 に近いほど相関が強く、0 に近いほど相関が弱い。周波数 f_1 に対する結果を図 7 に示す。この図では相関の強さをわかりやすくするために絶対値 $|\gamma|$ をとった。 $|V_G| \leq 90$ (V) の場合には f_1 はいずれのパラメータとの相関もある程度の大きさを持っていることがわかる。特徴的には、電子密度との相関が $\gamma = -0.98$ と比較的強いことがわかる。また、クラウド前面の幅に対する相関係数が $\gamma = -0.6$ と相対的に小さい。周波数と電子密度の相関係数は負になっており、これは n_e が増加すると f_1 は減少することを意味する。周波数成分 f_4 についても同様の傾向がみられるが、この周波数成分と各パラメータの相関係数の絶対値はいずれも $0.8 \sim 0.9$ であり、ほとんど差がない。ところで、プラズマパラメータを測定している場所はセパレーショングリッドから 3 cm のところであり、そこはイオン・クラウドとグリッドの間ではない。プラズマの準中性が成り立っていれば、イオンプラズマ周波数は $\sqrt{n_e}$ に比例するはずである。この場合には、 γ は少なくとも正とならなければならない。ところが相関係数

の計算結果が負である。このことから、 f_1 や f_4 はイオンプラズマ周波数とは無関係であることが予想される。一方、 $90 \leq |V_G| \leq 160$ (V) の場合には、 f_1 及び f_4 とイオン・クラウドまでの幅の間にのみ強い相関がある。この場合、 f_1 に対して $\gamma = -0.74$ 、 f_4 に対して $\gamma = -0.84$ であり、やはり相関係数は負である。すなわち、幅が狭くなると f_1 、 f_4 共に大きくなる。このことから、少なくとも $90 \leq |V_G| \leq 160$ (V) の場合の振動は、イオン・クラウド前面での粒子のバウンス運動によって周波数が決まると考えられる。

4. まとめ

ドライバー側真空容器壁の電位 V_B に矩形パルスを重ねることによって、ターゲット側に振動を励起した。その振動の相関次元は 1.05 であった。振動の励起機構を調べるためにセパレーショングリッドに印加した電圧 V_G を -65 V から -200 V まで変化させることにより、振動の周波数変化、プラズマパラメータの変化、イオン飽和電流の真空容器軸に沿った空間変化等を調べた。その結果、振動は $|V_G|$ が 70 V 以上の場合に励起されることがわかった。励起された振動は 160 kHz 近傍の f_1 と 500 kHz 近傍の f_4 という 2 つの主な周波数成分と f_1 の高調波成分及び f_5 からなることがわかった。イオン飽和電流の空間変化から、振動が励起されている場合にはセパレーショングリッド近傍にイオン・クラウドが形成されることがわかった。セパレーショングリッドとイオン・クラウドの間の空間の幅は $65 < |V_G| < 80$ (V) の場合には狭くなった。この場合、電子密度は急激に減少し、電子温度とプラズマのスペースポテンシャルは上昇した。また、 $|V_G| > 100$ (V) では幅は広がり、同時に、電子密度は徐々に増加し、電子温度とスペースポテンシャルは下降した。本研究では、励起された振動の周波数と幾つかのパラメータの相関係数を求めることによって、振動の励起機構に最も重要となるパラメータを定量的に推定することを行った。この方法は、様々なパラメータが複雑に関連した現象の解析には非常に応用範囲が広く、有用であると考えられる。すなわち、 $|V_G| < 90$ (V) での振動は、 f_1 と f_4 のいずれも電子密度との負相関が他のパラメータとの相関よりも比較的強かった。ただし、負の相関であるため、プラズマ振動とは無関係であることが予想される。 $90 < |V_G| < 160$ (V) の振動は、 f_1 と f_4 のいずれも幅との負相関が極めて強く、イオン・クラウド前面での粒子のバウンス運動によるポテンシャルの振動が観測されたものだと考えられる。イオンのエネルギー分布の測定から、ドライバー側からイオンは直接イオン・クラウドの後方へは伝播しないことがわかっているため、そのポテンシャルの振動は、バウンス運動がイオン・クラウドによってポテンシャルの振動に変換されたものであると考えられる。^[3] 飛行時間法を用いて励起された振動の空間的な伝播を調べた結果、空間的に伝播していないことからポテンシャル全体が振動していると考えられる。^[7]

今回、プラズマパラメータの測定はイオン・クラウドの後面の 3 cm でしか行っていない。本研究の結果から、イオン・クラウド前面での粒子のバウンス運動が振動の励起機構に重要だということが明らかになったので、イオン・クラウド前面でもプラズマパラメータの測定を行い、今回と同様の相関係数を用いた定量的な評価を行う必要がある。

参考文献

- [1] 例えば N. Ohno, M. Tanaka, A. Komori, and Y. Kawai: J. Phys. Soc. Jpn. **58** (1989) 28 など.
- [2] 齋藤和史, 本澤忠夫: *RESEARCH REPORT NIFS-PROC Series* **22**, 1 (1995).
- [3] Y. Saitou and T. Honzawa: *Proc. Intern. Conf. Plasma Phys.* (Nagoya, 1996) to be published.
- [4] Y. Saitou, T. Hada, and T. Honzawa: *Phys. Plasmas* **2**, 3605 (1995).
- [5] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery: *NUMERICAL RECIPES in C* (CAMBRIDGE, NY, 1994) 2nd ed., Chap. 12, p. 496.
- [6] 泉信一, 近藤基吉, 穂苅四三二, 永倉俊充 編: 『数学公式』(共立, 東京, 1993) pp. 432–433.
- [7] 齋藤和史, 本澤忠夫: 日本物理学会 第 50 回年会 講演概要集 第 4 分冊 30p–WA–13 (1995) p. 199

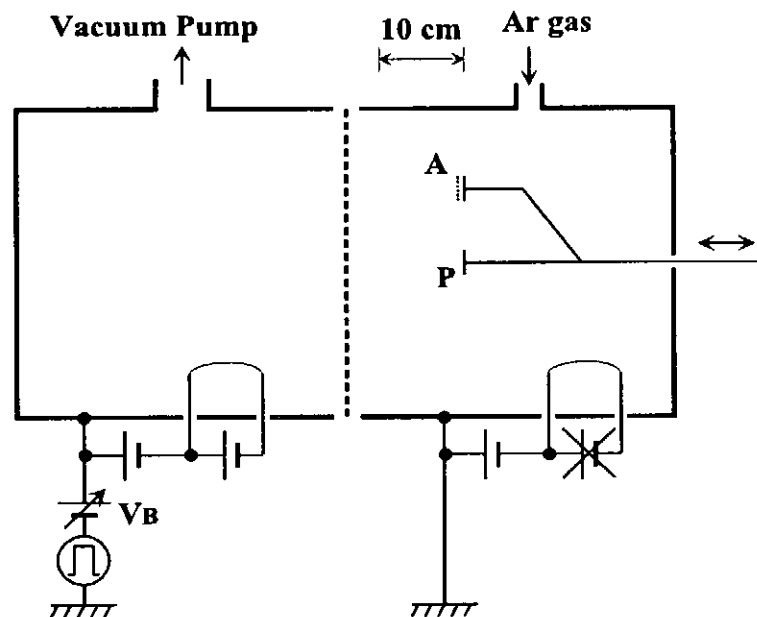


図 1: ダブルプラズマ装置の概念図.

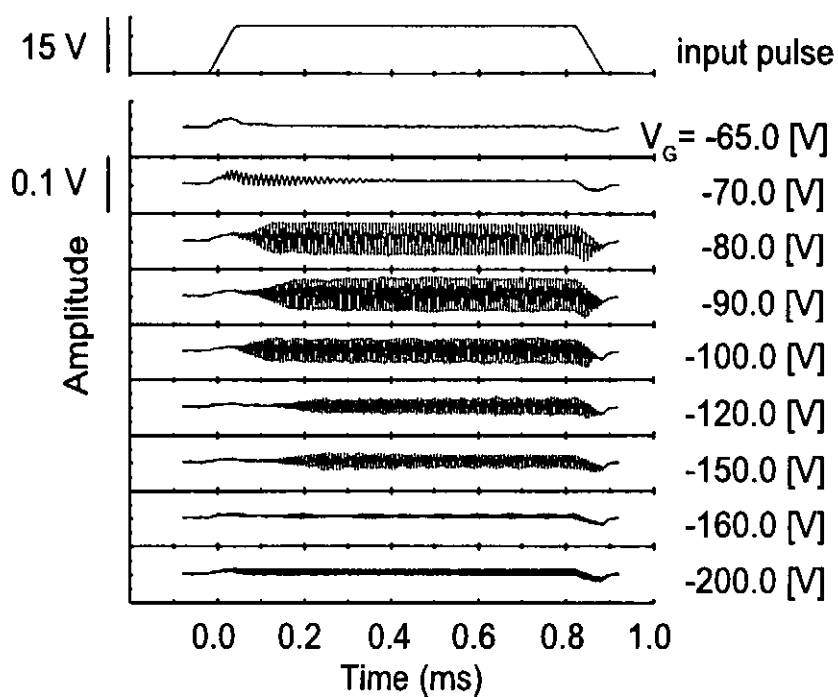


図 2: V_G の変化による波形変化の典型例.

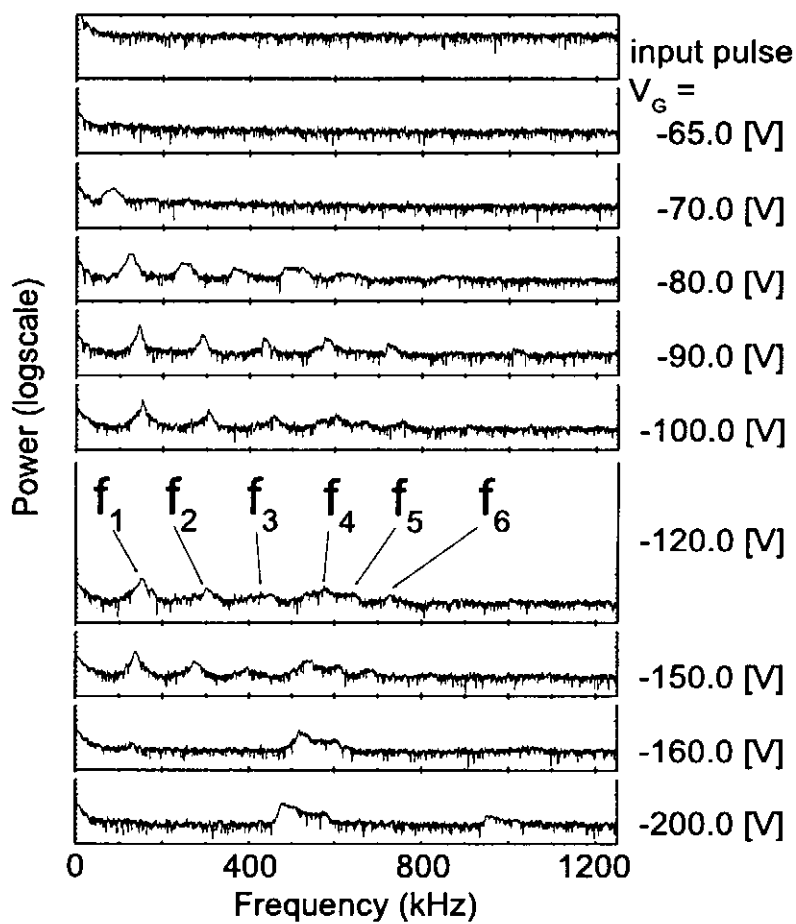


図 3: V_G による周波数スペクトルの変化.

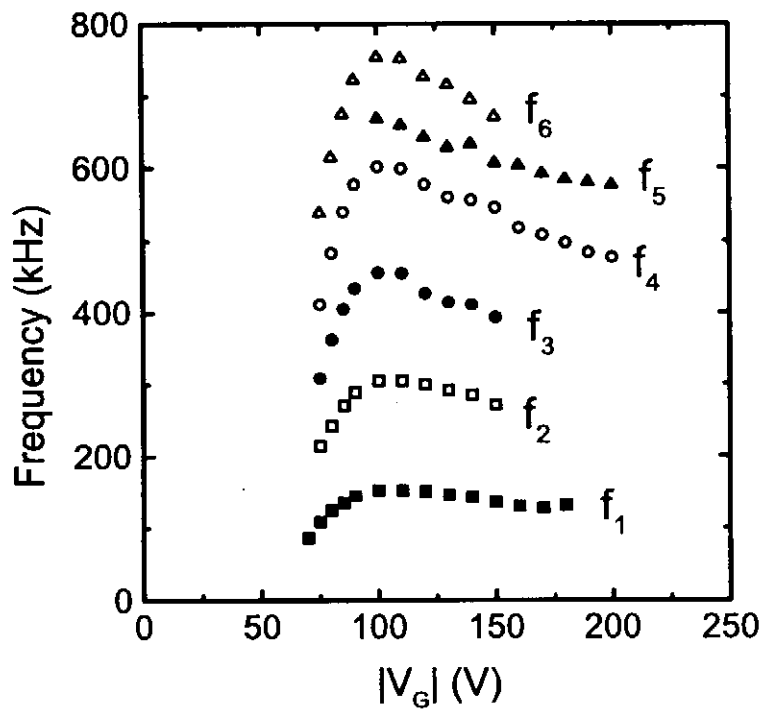


図 4: V_G による周波数の変化.

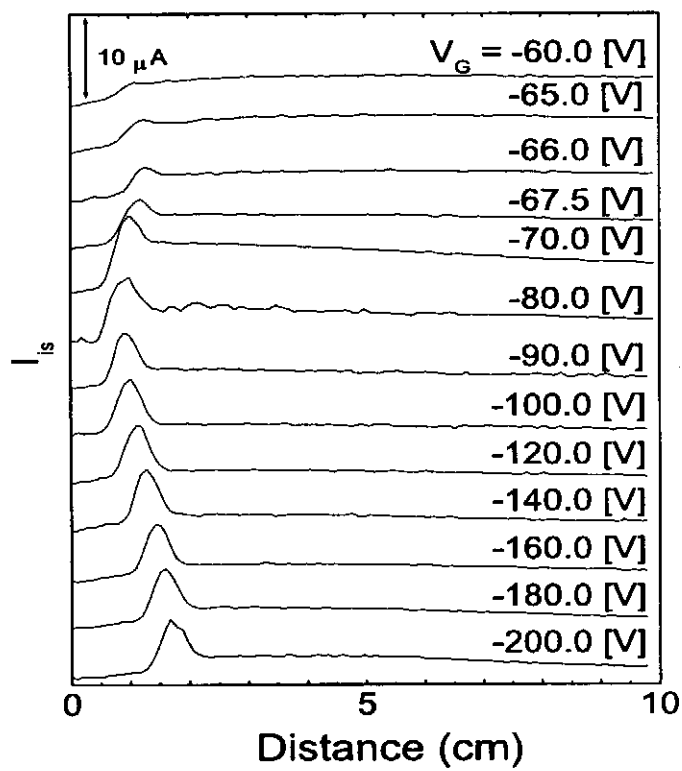


図 5: V_G によるイオン飽和電流の変化.

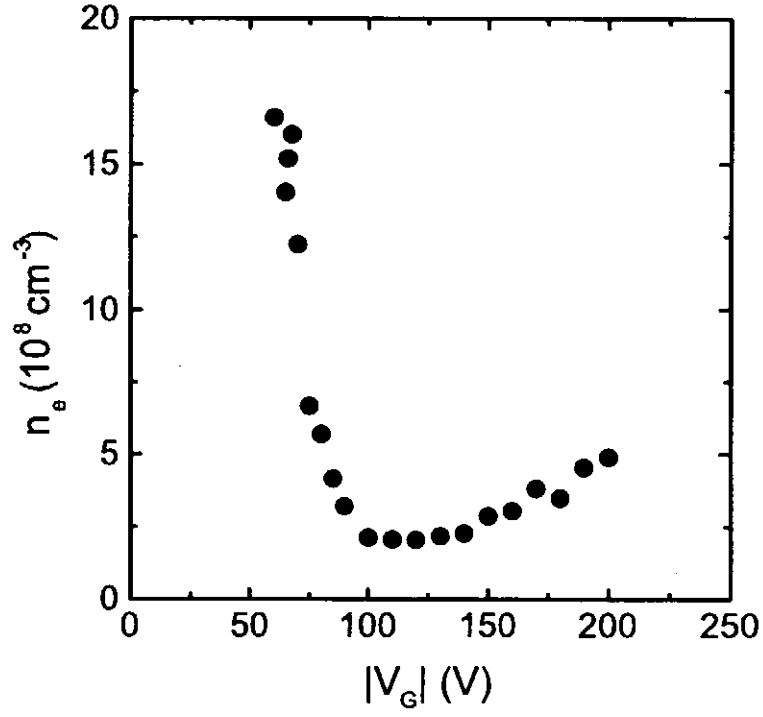


図 6: V_G による電子密度 n_e の変化.

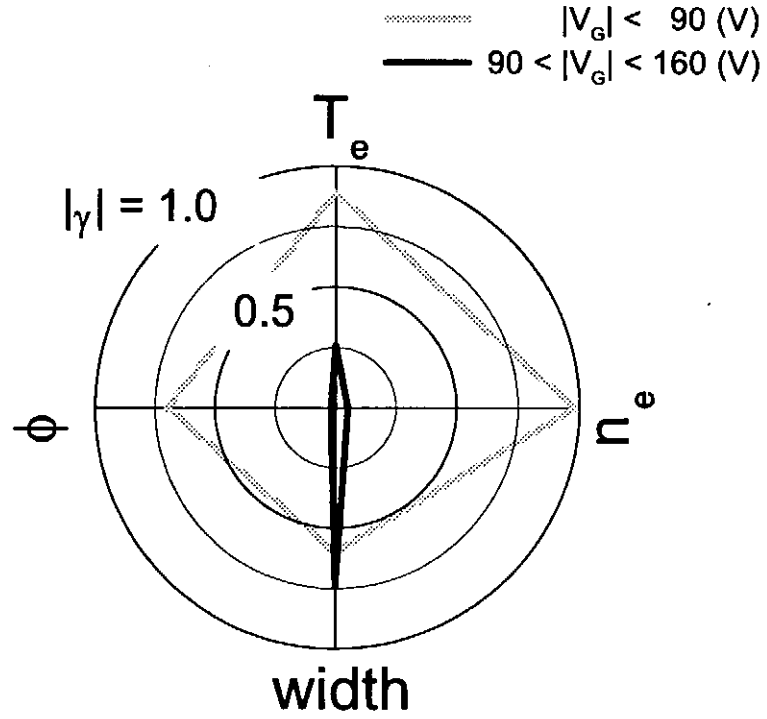


図 7: 励起周波数に対する, 電子密度 (n_e), 電子温度 (T_e), プラズマのスペースポテンシャル (ϕ) 及びイオン・クラウドまでの幅 (width) それぞれの相関係数の絶対値 $|\gamma|$.

イオン波の分散特性に対する負イオンの効果

Effects of Negative Ions on Dispersion Characteristics of Ion Waves

吉村 信次^{*}, 古閑一憲, 中村 良治^A, 渡辺 二太^B, 河合 良信
(九大総理工) (^A宇宙研) (^B核融合研)

S. Yoshimura, K. Koga, Y. Nakamura^A, T. Watanabe^B, and Y. Kawai

Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

^A Institute of Space and Astronautical Science

^B National Institute for Fusion Science

1. はじめに

電離層プラズマ, 反応性プラズマプロセス等において多くの負イオンが存在することが知られており, また負イオンが重要な役割をしていることも明らかになってきている. プラズマ物理とその応用に新しい展開を生む可能性のある分野として, 現在まで負イオンプラズマの研究が理論・応用の両面から進められている. 我々は負イオンプラズマ中の波動, 特にイオン波の研究を行っているのだが, その分散関係に与える負イオンの効果というものは完全に明らかになっていないように思われる. 負イオンプラズマ中のカオス・非線形現象を研究するためにも, その基礎的な振る舞いを詳細に研究することが必要である.

D'Angeloらは, 負イオンプラズマ中のイオン波が二つの伝播モード (fast mode, slow mode) にわかれることを示した¹⁾. fast modeは, DC放電装置においてWongらによって初めて観測され²⁾, slow modeも SatoらによってQマシーンをを用いた実験で最近観測が報告されている³⁾. 他にも負イオンプラズマ中のソリトン⁴⁾, プラズマとビームの相互作用⁵⁾, 負イオンプラズマのプロープ測定理論⁶⁾等の研究が行われてきた. 最近では, 負イオンプラズマ中のシース不安定性の観測も報告されている⁷⁾.

これまでイオン波について多くの研究がなされてきたが, 電子温度とイオン温度が同程度のプラズマ中や, 周波数がイオンプラズマ周波数を超えるような場合のイオン波の分散関係は, 未だ完全に明らかになったとは言い難い. かつて多くの実験において, 波のような分散関係を示す擬似波が観測されてきた^{8,9,10)}. 縦波を励起する際グリッドやアノードに交流電圧を加えて荷電粒子の密度変動をつくるのだが, この方法では同時に荷電粒子を周期的に加速することになるので, それによる密度変動が擬似的な波として観測されるのである. この種の波には二種類あって, 一つは励起電圧 ϕ によって粒子の飛び出し (burst) が周期的に生じ, 波長が $\phi^{1/2}$ に比例するもの. もう一つはグリッド付近を熱的荷電粒子が通過する際に速度変動を受けることに起因するもの (free-streaming) である. 後者の位相速度は励起電圧に依らず, 励起周波数をイオンプラズマ周波数付近で増加させると, 位相速度が周波数の1/3乗に比例して増加するという特徴をもち, 一般に用いられる分散関係とは一致しないもので, Landauの計算¹¹⁾におけるballistic part である.

我々は, 負イオンダブルプラズマ装置を用いて負イオンプラズマ中のイオン波の分散関係を詳しく調べた結果 free-streaming と考えられる現象を観測した.

2. 流体論によるイオン波の分散関係

流体論による負イオンプラズマ中のイオン波の分散式は(1)式で表される¹²⁾.

$$1 + \frac{1-\gamma}{K} = \frac{1}{\Omega^2 - K^2 T} + \frac{\gamma}{\mu \Omega^2 - K^2 T} \quad (1)$$

ここで,

$$\gamma = \frac{n_-}{n_+}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_{p+}}, \quad \mu = \frac{m_-}{m_+}, \quad T = \frac{T_+}{T_e} = \frac{T_-}{T_e}$$

$$K = k\lambda_{D+}, \quad \lambda_{D+} = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi n_0 e^2}}, \quad \omega_{p+} = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{m_+}}$$

γ は負イオン濃度, ω_{p+} は正イオンプラズマ振動数, μ は正・負イオンの質量比, T は正・負イオンと電子の温度比, λ_{D+} は負イオンが存在しないときの電子のデバイ長を表す. (1)式は二つの伝播モードを表す. 一つは負イオン濃度の増加と共に波の位相速度が増加する "fast mode" と呼ばれるもので, もう一つは負イオン濃度が増加しても波の位相速度はごく僅かしか増加しない "slow mode" と呼ばれるものである. Fig.1に電子, Ar^+ , SF_6^- の三成分からなる負イオンプラズマ中のイオン波の位相速度の負イオン濃度に対する変化を示す. 縦軸はイオン音波速度で規格化されている. 負イオン濃度が80%以上になるとfast modeの位相速度が急激に増加することが分かる. 一方, slow modeの位相速度はほとんど変化しない.

3. 実験装置

Fig.2に実験装置の概要を示す. 負イオンダブルプラズマ装置は長さ200cm, 直径100cmのステンレス製真空容器である. この容器内には永久磁石を封入したステンレスパイプで作られた長さ84cm, 直径84cmと長さ51cm, 直径48cmの大小二つのカゴ(magnetic cage)がそれぞれ二個設置されている. 隣り合ったパイプ内の磁石は磁極が互いに反転しており, マルチダイポール型カスプミラーが形成される. 磁石は表面から数cm離れると磁場が十分小さくなるので, 実験領域は無磁場とみなすことができる.

真空容器内を圧力 6.0×10^{-7} Torrに排気した後, Ar ガス(4.0×10^{-4} Torr), SF_6 ガス(最大 2.0×10^{-6} Torr)をそれぞれ別の導入口から充填して実験を行った. 永久磁石を封入したカゴの円周には48本のタングステンフィラメントが取り付けられており, このフィラメントとステンレスパイプの間の放電によってプラズマを生成する. プラズマの生成は小さなカゴの外側の領域で行われる. プラズマは実験領域となるターゲット側の小さなカゴの内側に磁場を横切って浸透してくるのだが, そこでは高エネルギーの電子はほとんどなく電子温度0.1eV~0.3eVとなる. ここで SF_6 の電子付着によって負イオンを生成する. SF_6 と電子の反応断面積を考慮すると, 電子温度0.1eV~0.3eVの実験領域では負イオンとして SF_6^- を考えればよいことがわかる.

以上の過程を経て電子, Ar^+ , SF_6^- の三成分からなるプラズマが得られる. 生成されたプラズマの実験領域における典型的なパラメータは, 電子密度 $\sim 5 \times 10^7 \text{cm}^{-3}$, 電子温度 $\sim 0.1 \text{eV}$ であった.

4. 実験結果

4.1 SF₆ガス導入によるプローブ特性の変化

プラズマ中にSF₆ガスを導入すると、電子付着が効率よく起こり負イオンを含むプラズマが生成される。SF₆⁻イオンは電子より非常に質量が大きいため、結果としてプローブ特性の負電流の減少が期待される。

実験条件は、ターゲット側・ソース側ともに放電電圧40V、放電電流1Aで、Arのガス圧は 4.0×10^{-4} Torr、SF₆のガス圧は 2.0×10^{-7} Torr $\sim 2.0 \times 10^{-6}$ Torrで変化させた。プローブ特性の一例をFig.3に示す。SF₆の導入による明らかな電子飽和電流の減少がみられる。この電子飽和電流の変化を測定し、(2)式を用いて負イオン濃度を見積もった。

$$\gamma = 1 - \frac{I'_{es}}{I_{es}} \quad (2)$$

ここで γ は負イオン濃度、 I_{es} 、 I'_{es} はそれぞれ負イオンが存在する場合、存在しない場合の電子飽和電流である。

4.2 Ar-SF₆混合プラズマ中の干渉波形

Fig.2の装置にSF₆を導入することによって、負イオンプラズマを生成できることがプローブ特性の変化から示された。負イオンプラズマ中ではイオン波の伝播モードとして fast mode 及び slow mode の二つが観測されることが期待される。そこで、振幅40mVの正弦波電圧をソース側のカゴに印可することによってイオン波を励起し、干渉法によってその空間波形を調べた。

典型的な干渉波形をFig.4に示す。SF₆を導入することによって波長及び伝播距離が長くなることが分かる。このことは位相速度の増加と減衰率の減少を表し、fast modeの特徴と良く一致する。一方、今回の実験ではslow modeは観測されなかった。

4.3 実験と理論の比較

実験で観測された波を同定するために、fast modeの分散式にプローブ特性の変化から得られた負イオン濃度を代入することによって得られる分散曲線と、干渉法で得られた波の分散関係を比較する。ここで、正・負イオンの温度は電子温度の1/6であると仮定した。

Arのみの場合の分散関係をFig.5に示す。イオン音波の分散曲線と実験から得られた分散関係は良く一致した。この波はイオン音波であるといえる。

SF₆を導入した場合の分散関係をFig.6に示す。低周波数領域では実験値とfast modeの理論曲線は良く一致している。しかし、励起周波数が正イオンプラズマ周波数の0.4倍付近から実験から得られた分散関係の理論曲線からのずれが見られる。このずれは位相速度が増加する方へのものである。位相速度の周波数に対する変化をFig.7に示す。位相速度の周波数依存性はおよそ1/3乗であり、負イオンの効果によってfree-streamingの寄与が現れたものだと考えられる。

5. 数値計算

5.1 poleの数値計算

多成分プラズマ中の縦方向小振幅静電波に対するプラズマ誘電関数は(3)式で与えられる。ここで、 ω_{pj} 、 v_j はそれぞれ j 種粒子のプラズマ振動数、熱速度である。電子、正イオン、負イオンから成る負イオンプラズマについて考えるので、(4)式の規格化因子を用いて得られる(5)式を数値計算し、複素 ω 空間の等高線を作ることによってpoleの振る舞いを検討する。

$$K = \frac{k}{k_{De}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_{pe}}, \quad \frac{n_+}{n_e} = \alpha, \quad T_1 = \frac{T_+}{T_e}, \quad T_2 = \frac{T_-}{T_e}, \quad \mu_1 = \frac{m_+}{m_e}, \quad \mu_2 = \frac{m_-}{m_e} \quad (4)$$

$$D = 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{K^2} Z' \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Omega}{K} \right) \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha-1}{K^2 T_2} Z' \left(\sqrt{\frac{\mu_2}{2 T_2}} \frac{\Omega}{K} \right) \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha}{K^2 T_1} Z' \left(\sqrt{\frac{\mu_1}{2 T_1}} \frac{\Omega}{K} \right) \right]$$

パラメータを変化させた場合の等高線のプロットをFig.8に示す。Fig.8の(a)と(b)を比較することによって、負イオンを導入した場合に位相速度の遅い新しいモードが現れる事がわかる。これは負イオンプラズマ中のイオン波の slow modeである。Fig.8の(c)は負イオン濃度が90%以上の場合の等高線だが、fast modeを表すpoleの real part (位相速度に対応) が非常に大きくなり、imaginary part (減衰率に対応) がほとんど0となる。また、運動論的取り扱いによって、各モードの減衰率が計算できる。

Fig.9にfast mode, slow mode, higher order modes

の減衰率の負イオン濃度による変化を示す。fast modeの減衰は負イオン濃度の増加とともに急激に弱くなることがわかる。一方、slow modeの減衰は負イオン濃度による変化がほとんどなく、非常に強いことがわかる。

5.2 ポテンシャルの数値計算

Gouldの計算¹²⁾と同様に、理想グリッドによって作り出される外部振動電荷密度

$$\sigma_0 e^{-i\omega t} \left[\delta \left(x - \frac{1}{2} x_0 \right) - \delta \left(x + \frac{1}{2} x_0 \right) \right] \quad \text{を考える。}$$

その空間フーリエ変換は $\rho(k) = -2i\sigma_0 \sin \left(\frac{1}{2} k x_0 \right) \approx -ik\sigma_0 x_0 \quad (kx_0 \ll 1)$ となり、プラズマポテンシャルは

$$\phi(k) = \frac{\rho(k)}{k^2 \epsilon_0 K(\omega_0, k)} = -i \frac{\sigma_0 x_0}{\epsilon_0} \frac{1}{k K(\omega_0, k)} \quad (6)$$

で与えられる。

ここで、 $K(\omega_0, k)$ はプラズマ誘電関数である。

(6)式の逆変換

$$\phi(x) = -i \frac{\sigma_0 x_0}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ikx}}{k K(\omega_0, k)} \frac{dk}{2\pi} = \frac{\sigma_0 x_0}{\epsilon_0} \left[\frac{e^{-k_0 x}}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{k} \text{Im} \left\{ \frac{1}{K(\omega_0, k)} \right\} e^{ikx} dk \right] \quad (7)$$

を数値計算することによって、ポテンシャルの空間的挙動が得られる。

exponential part は数デバイ長の範囲でしか重要でないの、積分の寄与についてのみ考える。実際の計算式及び規格化因子は最後にAppendixとして示す。

計算結果をFig.10 (a) (b) (c) に示す。Fig.10の(a)と(b)では、指数関数的なポテンシャルの空間減衰が見られるが、(c)ではほとんど減衰が見られない。この結果はpoleの

振る舞いからも支持される。しかし、我々のパラメータでは波のポテンシャルに対する高次モードの影響は見られない。また、高次モードの影響は負イオン濃度の増加とともに弱くなる傾向にある。

5.3 励起効率の数値計算

外部揺動電場 $E_{ext}(k, \omega)$ をプラズマに導入した際に励起される波動電場 $E(k, \omega)$ は

$$E(k, \omega) \propto \frac{E_{ext}(k, \omega)}{\frac{\partial K(k, \omega)}{\partial \omega}} \quad (8)$$

ここで、 $K(k, \omega)$ はプラズマ誘電関数である。従って、励起効率 η は次のように定義できる。

$$\eta = \left(\frac{\partial K(k, \omega)}{\partial \omega} \right)^{-1} \quad (9)$$

Fig.11 に負イオン濃度の変化に対する slow mode, higher order modes の励起効率の変化を示す。縦軸は fast mode の励起効率で規格化してある。図から slow mode の励起効率は fast mode の励起効率に比べて二桁程度小さいこと、また負イオン濃度の増加とともに小さくなっていくことがわかる。higher order modes の励起効率も fast mode の励起効率の0.3倍程度である。従って負イオンプラズマ中では fast mode の励起が dominant であり slow mode の観測は非常に困難であることがわかる。

6. まとめ および 今後の課題

負イオンダブルプラズマ装置を用いて負イオンプラズマ中のイオン波の分散関係を詳しく調べた。また数値計算によって波のポテンシャルの空間的振る舞い、および各モードの励起効率を調べた。以下に得られた結果をまとめる。

- 1：電子温度が0.1eV程度のターゲット内部のプラズマ中にSF₆ガスを導入すると、SF₆は効率よく電子を付着し負イオンとなり、負イオンプラズマが生成される。
- 2：SF₆ガスを導入することによってイオン波の位相速度が速くなり、伝播距離が長くなることが確認された。低周波領域において観測された波は、負イオンプラズマ中のイオン波の fast mode の分散関係と良く一致した。
- 3：励起周波数が正イオンプラズマ周波数の0.4倍付近を超える付近から、観測される波の分散関係が理論より予想される分散関係からずれてくる現象が観測された。また、その位相速度の励起周波数依存性はおよそ1/3乗であった。これは free- streaming の寄与によるものである。
- 4：運動論的分散式の数値計算から、負イオンの存在によって slow mode が現れることを確認した。また slow mode の減衰が非常に大きいことがわかった。
- 5：ポテンシャルの数値計算からも fast mode の特徴が再現される。
また、我々の実験のパラメータ（温度比）では高次モードの影響は見られない。

6：励起効率の数値計算から，slow mode の励起効率が fast mode の100分の1以下と非常に小さいことがわかった．また，負イオン濃度が増加するにつれ，fast mode が dominant になる．

今回報告した減衰率及び励起効率に関する計算は複素周波数空間で行ったものである．しかし，実際の実験と対応させるには複素波数空間での計算が必要である．Fig.12に複素波数空間で計算した場合の slow mode の励起効率を示す．図から明らかなように，この場合 slow mode の励起効率は fast mode のものと同程度となる．また，減衰率もプラズマ中に流れが存在する場合はその上流方向に向かう波に対して小さくなるため slow mode の伝播の可能性が大きくなる．最近実験で fast mode と slow mode の同時励起による干渉が観測されている¹⁴⁾．slow mode 励起に関する詳細な研究が今後の課題である．

参考文献

- 1) N.D'Angelo, S.v.Goeler and T.Ohes : Phys. Fluids , 9 , 1605 (1966)
- 2) A.Y.Wong, D.L.Mamas and D.Arnush : Phys. Fluids , 18 , 1489 (1975)
- 3) N.Sato, I.Ishikawa , C.Yoshida , S.Iizuka and R.Hatakeyama : Sci. Papers I.P.C.R. , 85 , 33 (1990)
- 4) Y.Nakamura, J.L.Ferrira and G.O.Ludwig : J. Plasma Phys. , 33 , 237 (1985)
- 5) T.Intrater and N.Hershkowitz : Phys. Fluids , 26 , 1942 (1983)
- 6) H.Amemiya : J. Phys. D (Appl. Phys.) , 23 , 999 (1990)
- 7) K.Koga, N.Hayashi and Y.Kawai : Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasmas and Beyond,1995 , 20 (1996)
- 8) G.M.Sessler and G.A.Pearson : Phys. Rev. , 162 , 108 (1967)
- 9) G.Joyce, K.Lonngren , I.Alexeff and W.D.Jones : Phys. Fluids , 12 , 2592 (1969)
- 10) H.J.Doucet and D.Gresillon : Phys. Fluids , 13 , 773 (1970)
- 11) L.Landau : J. Phys. (USSR) , 10 , 25 (1946)
- 12) I.Ishikawa, C.Yoshida, S.Iizuka and N.Sato : Sci. Papers I.P.C.R., 85 , 42 (1990)
- 13) R.W.Gould : Phys. Rev., 136 , A991 (1964)
- 14) Y.Nakamura, T.Odagiri and I.Tsukabayashi : Plasma Phys. Control. Fusion 39, 105 (1997)

Appendix ポテンシャルの数値積分に用いた式

$$\text{規格化因子} \quad \Phi = -\frac{\epsilon_0 \phi}{\sigma_0 x_0}, \quad z = \frac{\omega_0 x}{v_+}, \quad f = \frac{\omega_0}{\omega_{p+}}, \quad \eta = \frac{k v_+}{\omega_0}$$

$$\gamma = \frac{n_-}{n_+}, \quad T_p = \frac{T_+}{T_e}, \quad T_n = \frac{T_-}{T_e}, \quad m_e = \frac{m_-}{m_+}, \quad m_n = \frac{m_-}{m_+}$$

ポテンシャルの計算式

$$\Phi = \frac{f^2}{\pi} \int_0^\infty \text{Im} \left\{ \frac{-\eta}{\eta^2 f^2 - Z'(1/\eta) - (1-\gamma)Z'(\sqrt{m_e T_p}/\eta) - \gamma(T_p/T_n)Z'(\sqrt{m_n T_p}/T_n/\eta)} \right\} e^{i\eta z} d\eta$$

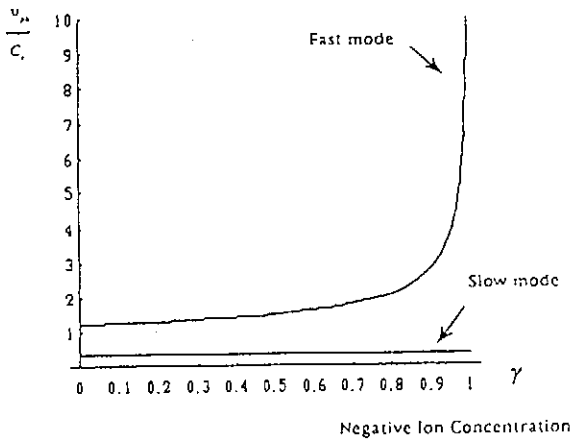


Fig. 1 fast mode, slow mode の位相速度の負イオン濃度に対する変化.
 $T = 1/6, \mu = 3.65$.

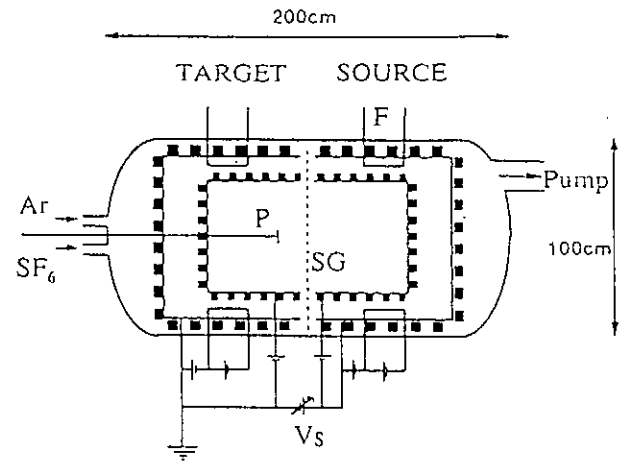


Fig. 2 負イオンダブルプラズマ装置

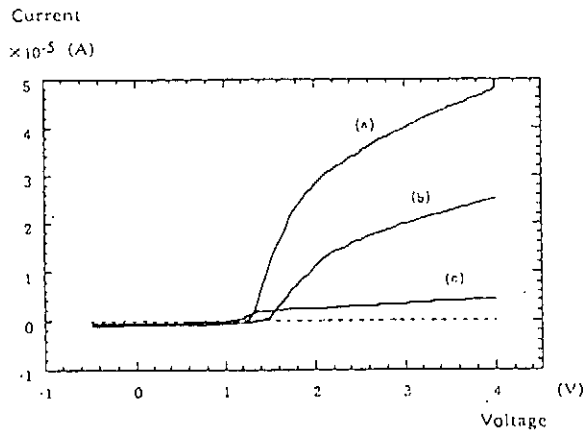


Fig. 3 SF_6 の圧力変化に対するプローブ特性の変化. (a) Ar : 4.0×10^{-4} Torr, (b) Ar + SF_6 (6.0×10^{-7} Torr), $\gamma = 0.47$, (c) Ar + SF_6 (2.0×10^{-6} Torr), $\gamma = 0.93$.

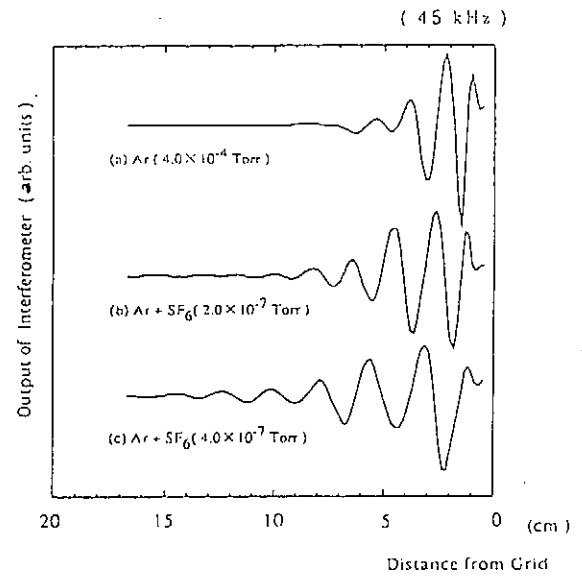


Fig. 4 Ar + SF_6 混合プラズマ中の干渉波形
 (b) $\gamma = 0.12$, (c) $\gamma = 0.23$.

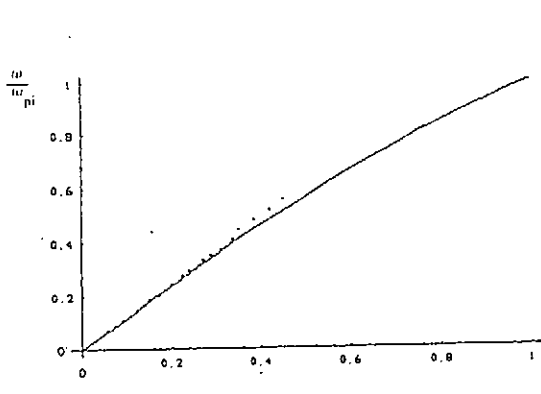


Fig. 5 Ar のみの場合の分散関係.
 実線はイオン音波の分散曲線.

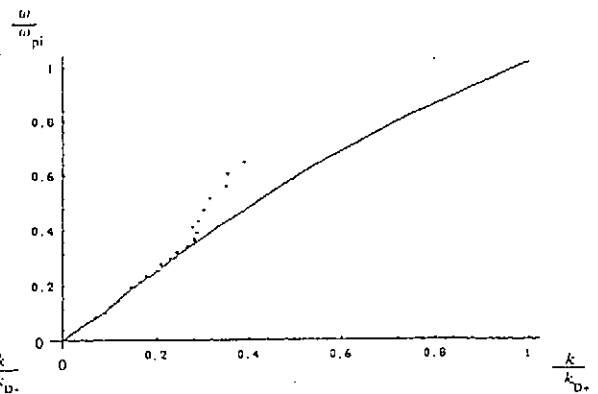
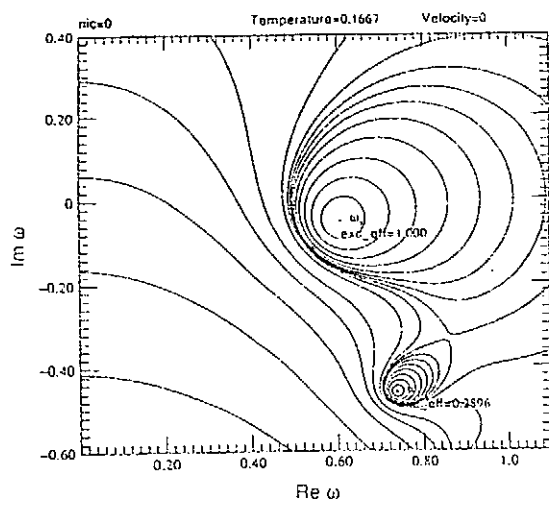
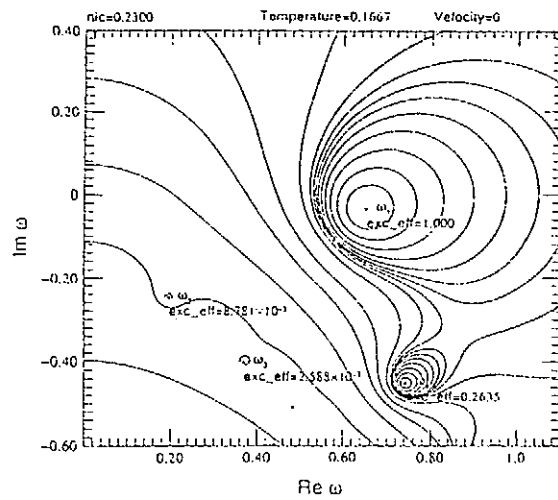


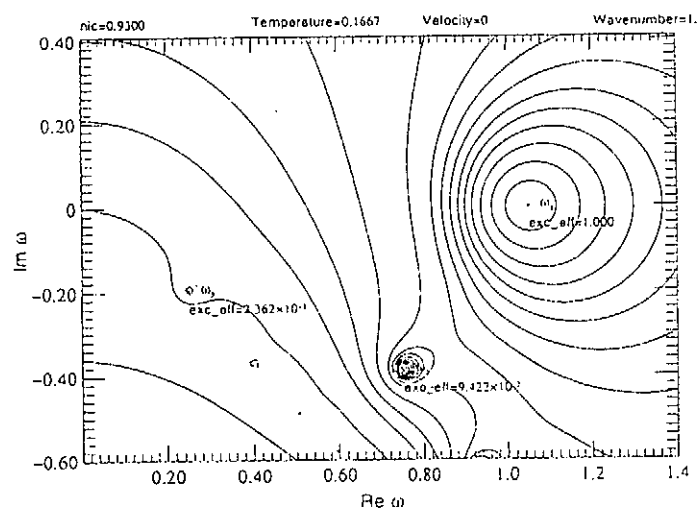
Fig. 6 Ar + SF_6 (4.0×10^{-7} Torr) の場合の分散関係. 実線は fast mode の分散曲線.



(a)



(b)



(c)

Fig.8 複素 ω 空間での等高線.

(a) $\gamma = 0, T = 1/6$

(b) $\gamma = 0.23, T = 1/6$

(c) $\gamma = 0.93, T = 1/6$

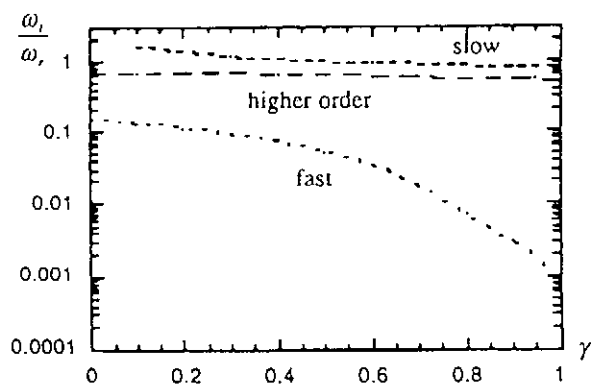


Fig.9 各モードの減衰率の負イオン濃度に対する変化. $T = 1/3$.

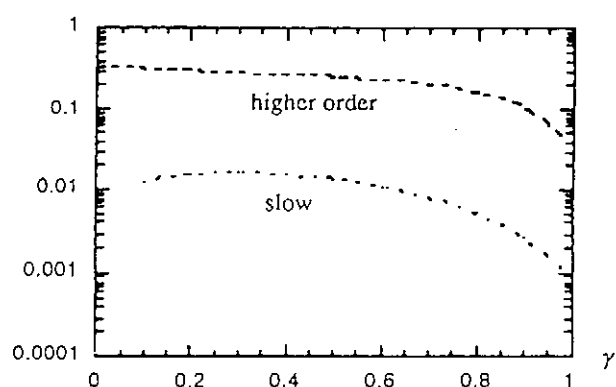
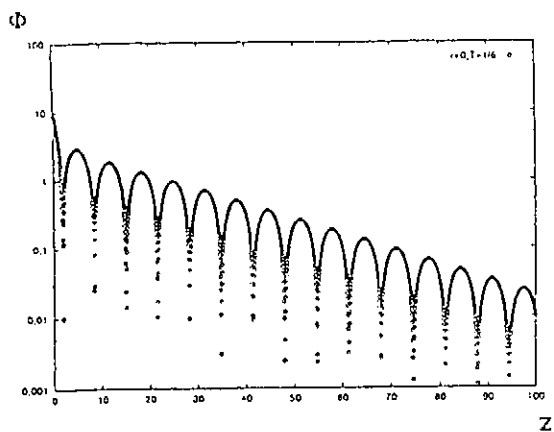
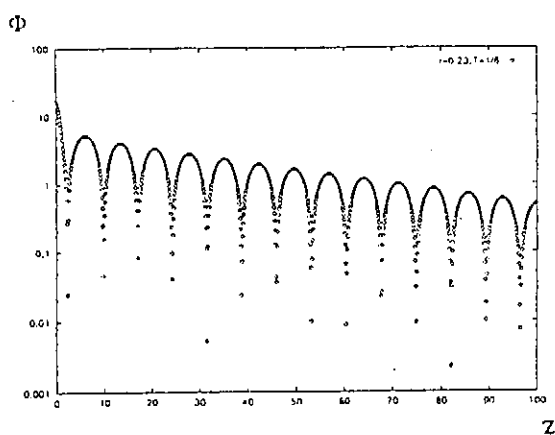


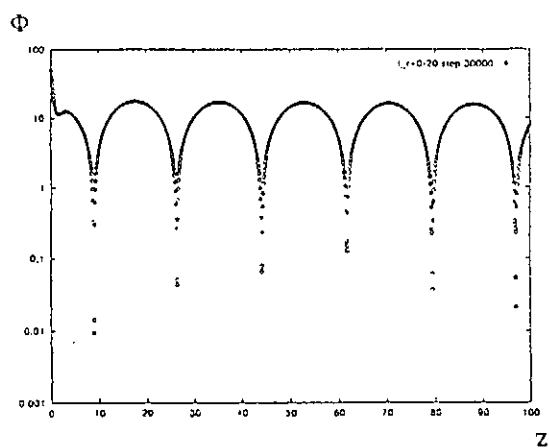
Fig.11 各モードの励起効率の負イオン濃度による変化. 縦軸はfast modeの励起効率で規格化. $T = 1/3$.



(a) $\gamma = 0, T = 1/6$



(b) $\gamma = 0.23, T = 1/6$



(c) $\gamma = 0.93, T = 1/6$

Fig.10 波のポテンシャルの空間的振る舞い.

slow mode 空間励起効率の負イオン濃度依存性

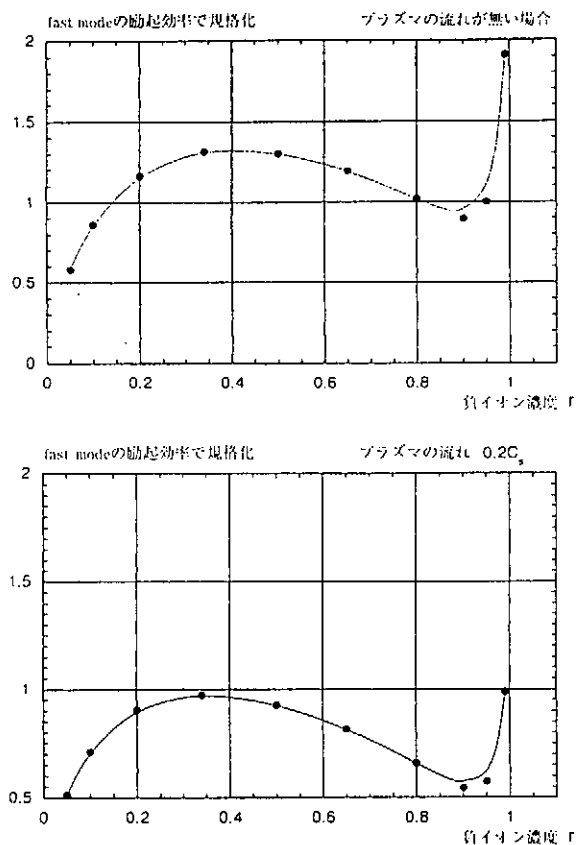


Fig.12 複素波数空間で計算した slow mode の励起効率 $T=1/2, \gamma=0.34$

イオン音波不安定性における間欠性カオスのタイプの同定 Type of Intermittent Chaos caused by an Ion Acoustic Wave Instability

九大総理工 谷口和成, 桑江裕文, 林信哉, 河合良信

K. Taniguchi, H. Kuwae, N. Hayashi, Y. Kawai

Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences, Kyushu University

1. 序論

近年カオス現象が発見されて以来, 物理学をはじめ様々な分野において研究が行われるに伴い, 自然界におけるカオスの存在の普遍性が示されてきた. プラズマ物理学においても例外ではなく, 直流放電系やビームプラズマ系などにおいてその観測結果が報告されている. プラズマ中のカオス現象は, ある不安定性(シース不安定性やビーム不安定性など)が非線形性により飽和状態になると, 周期倍分岐や間欠性を経てカオス状態に至るという報告がある^{1), 2)}.

直流放電系におけるイオン音波不安定性の研究^{3), 4)}は, 以前から放電管プラズマにおいて行われてきた. この不安定性が励起されると, 周期的な振動(ラミナー)中に稀に大振幅の振動(バースト)を伴っている時系列が観測されることが知られている. このバーストを伴う振動は間欠性カオスの特徴のひとつでありその可能性があるが, この一見, 不規則に見られる信号について, カオス的な観点から研究された報告はない.

本研究では, 電圧印加により励起された不安定性がイオン音波不安定性であることを示し, 観測される信号のカオス的解析(相空間における軌道の再構成, 相関次元および Lyapunov 指数の計算)を行った. また, 間欠性カオスには6つのタイプ(Type I, II, III, V, X, On-Off)があることが知られている. それぞれのタイプには $1/f$ ノイズ, ラミナーの存在確率分布, ファーストリターンマップ, 制御パラメータに対する Lyapunov 指数のスケールリング則などに特徴がある. 本研究においては間欠性カオスのタイプの同定を行うにあたり, $1/f$ ノイズ, ラミナー持続時間の存在確率分布の解析を行い, 理論との比較を行った.

2. 実験装置と計測方法

実験に用いたダブルプラズマ(D.P.)装置と測定系の概要を Fig. 1 に示す. 装置は長さ 120 cm, 直径 70 cm のステンレス製の真空容器である. 容器内に永久磁石を封入したステンレス製パイプで作られた長さ 50 cm, 直径 64 cm の籠状の枠を2個設置し, 容器内部にマルチダイポール型カスプミラーを形成している.

実験は容器内を 3.0×10^{-7} Torr 以下に排気した後, アルゴンガスを導入して $4.0 \sim 5.0 \times 10^{-4}$ Torr の圧力で行った. 永久磁石を封入した籠状の枠の円周にはそれぞれ, 12本のトリエテッドタングステンフィラメントが取り付けられている. このフィラメントから放出される熱電子は, フィラメントとステンレスパイプとの間に印加される 0 ~ 150 V の放電電圧によ

り加速され、中性原子と衝突、原子を電離させる。電離により生じた電子はさらに他の中性原子を電離する。こうして次々に衝突電離を繰り返し、プラズマを生成、維持している。プラズマはカスプミラーにより閉じこめられ、実験領域でのプラズマ密度の一様性を保っている。D.P. 装置はその中央のフローティング電位に保たれたセパレーショングリッドにより、ドライバー領域とターゲット領域の2つの領域に分けられている。

本実験では、通常とは異なりドライバー領域にプラズマを生成せずに、ターゲット領域のみで実験を行った。あらかじめターゲット領域のプラズマ中に直径 10 cm, 50 mesh / inch の2枚のステンレスメッシュグリッドを約 3 cm の間隔で挿入している。一方の極板をフローティング電位に固定、他方に電圧 V_m (0 ~ 40 V) を印加することにより、イオン音波不安定性を励起した。このときの放電電圧 V_f は 150 V, 放電電流 I_f は 60 mA であり、実験においてこれらの値は固定している。実験領域である極板間における電子密度は $2 \sim 8 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$, 電子温度は 0.5 ~ 2 eV である。

不安定性をコントロールするパラメータは V_m であり、不安定性は電圧印加極板における電流の揺動成分 I として測定している。

3. 実験結果

3.1 イオン音波不安定性の分散関係

プラズマ中に挿入した極板に電圧を印加することにより、イオンプラズマ周波数 (f_{pi}) 近傍に不安定性が励起される。印加電圧を増加させると逆 Landau damping により不安定性が成長していくことが知られている^{3),4)}。Fig. 2 は印加電圧 V_m に対する周波数スペクトルの変化を示している。800 kHz ($\sim f_{pi}$) 近傍に励起された不安定性は、 V_m を増加するにつれ、成長し、離散的な周波数スペクトルが現れる。Fig. 2 に示すように、低周波数領域において隣り合うスペクトルの周波数差はほとんど一定であるが、高周波数領域になるにつれ、周波数差は減少している。そこで、 n 番目のピーク周波数成分 f_n に対応する n 番目の波数 $k_n = 2\pi n / L$ (L : 極板間距離) を用いて、分散関係を求めた (Fig. 3)。これは、明らかに波の分散性を表している。離散的なスペクトルは、極板間でダブルレイヤーが形成されている場合にも見られるが⁵⁾、その場合このような分散性は示さない。従って、観測された不安定性はイオン音波不安定性であるといえる。

3.2 間欠性カオス現象

イオン音波不安定性の特徴として、信号の時系列がバースト状振動を示すことが挙げられる。 V_m を変化したときの時系列の様子を Fig. 4 (a) に示す。不安定性が励起されると、周期的な層状振動 (ラミナー) 中に稀に大振幅の振動 (バースト) が現れる。隣り合うバーストの間隔 (ラミナー持続時間) は V_m の増加に伴い、徐々に短くなり、ついにはバースト状振動が系全体を覆ってしまう。ある制御パラメータに対し、このような挙動を示す系

は、間欠性カオスである可能性がある。従って、実験により得られたデータをカオス的な観点から解析を行った。その結果を以下に示す。

3.2.1 軌道の再構成

Fig. 4 (b) は Fig. 4 (a) の時系列に対応する、埋め込み法により相空間に再構成した軌道を示している。ここで、サンプリング時間 $\Delta t = 1.0 \times 10^{-6}$ s, 時間遅れ $\tau = 10 \times \Delta t$ である。制御パラメータ V_m が増加するにつれ、周期的な状態から複雑に乱れた状態に移り、あるしきい値で飽和すると再び、周期的な状態へと変化する。図より、 $V_m = 30$ V の時、系はもっとも複雑になっていることがわかる。

3.2.2 相関次元の計算

相空間上に軌道を再構成した結果、不安定性が励起されてる状態において、ストレンジアトラクターを構成している可能性がある。カオティックな系は相空間にフラクタル次元を持つストレンジアトラクターを持つことから、その定量的な次元を求めるために相関次元⁶⁾の計算を行った。Fig. 5 は Fig. 4 (b) の再構成された軌道に対応する相関次元を示している。位相空間上の軌道がランダムに広がっている ($V_m = 25$ V), または周期的な状態 ($V_m = 26$ V) の時は、埋め込み次元を増加しても相関次元は飽和していない。前者はその系がノイズが支配的な状態にあること、後者は信号がノイズの影響を受けていることを示している。しかし、軌道が複雑なアトラクターを示す状態 ($V_m = 28$ V~37 V) では相関次元は埋め込み次元が2を越えたあたりから飽和し始め、埋め込み5以上で完全に飽和している。特に、最も複雑な軌道を示す $V_m = 30$ V の場合、相関次元は2.3 となり、2 以上の非整数次元を持つことから系はカオティックな状態にあるといえる。

3.2.3 Lyapunov 指数の計算

前節において、不安定性が励起されている状態では系がカオティックになっていることを述べた。しかし、系がカオスに至っていることを証明するためには相空間における近接する軌道の離れていく程度を定量的に示す Lyapunov 指数を計算し、その評価を行う必要がある。そこで、Wolf ら^{7),8)} のアルゴリズムを用いて、相関次元が完全に飽和した埋め込み次元が10 の場合の相空間上の近接軌道について Lyapunov 指数の計算を行った。

Fig. 6 は $V_m = 26$ V および 30 V の場合における、Lyapunov 指数の計算結果を示している。相関次元の計算結果からカオス状態にあると予想された $V_m = 30$ V の時、Lyapunov 指数は正の値であり、その飽和状態から求められる最大 Lyapunov 指数は1.9 であることが分かる。つまり、この時系はカオス状態にある。また、 $V_m = 26$ V の場合の Lyapunov 指数および最大 Lyapunov 指数はほぼ0 であり、系は周期状態にあることが分かる。以上の結果は、相関次元の計算結果に矛盾しない。

3.2.4 間欠性カオスのタイプの同定

これまでのカオス的解析の結果、励起された不安定性はカオスに至っていることが分かった。また、3.2.1で示したように、不安定性が励起されているとき、その系はバースト状の時系列を持つ。これらのことより、系は間欠性ルートを経てカオスに至っている可能性がある。序論で述べたように、間欠性カオスには6つのタイプ(Type I, II, III, V, X, on-off)があることが知られている。そこで、実験で観測した不安定性の間欠性のタイプの同定を行った。本研究における同定の手段としては、ラミナー持続時間の存在確率分布、 $1/f$ タイプノイズの解析を用い、それぞれ理論との比較により同定を行う。

・ラミナーの存在確率分布

ラミナー(層流振動)の持続時間の確率分布には間欠性のタイプにより、それぞれ分布に特徴がある¹¹⁾。 $V_m=30V$ の時系列から得られるその分布を Fig. 7 に示す。図に示すように、持続時間 τ が大きくなるにつれ、分布はべき的に増大している。この特徴は、Type I 間欠性における分布にほぼ一致する。

・ $1/f$ タイプノイズ

間欠性カオスには、時系列から計算されるパワースペクトルに $S(f) \propto f^{-\delta}$ で表されるスペクトル構造があるが、 δ の値によりタイプの分類が可能である。特に、不安定性の基本周波数がブロードな幅を持つ場合、その低周波数側のスペクトル特性 $f^{-\delta}$ は、Type I の場合は $\delta=2$ であり、その他の Type の場合 $\delta \neq 2$ となることが数値的、実験的に分かっている^{9), 10)}。 Fig. 8 はカオス状態にある時系列 ($V_m=28 \sim 32V$) に対する、パワースペクトルの両対数プロットである。図より低周波領域のスペクトルの傾き δ はそれぞれ、2.38, 1.94, 1.53 であった。つまり、時系列において最もバースト状の振動が明確に現れる $V_m=30V$ のとき、 $\delta \sim 2$ であることが分かる。

4. まとめ

プラズマ中に極板を挿入し、電圧を印加することによりイオン音波不安定性を励起した。不安定性励起状態に観測されるバースト状の自励振動のカオス的解析の結果、以下のことが分かった。

1. この系の制御パラメータは極板の印可電圧 (V_m) であり、 $V_m=30V$ の時、2.3次元のフラクタル性を持つ少数自由度系のカオス現象である。
2. 位相空間上に再構成されたアトラクターの最大 Lyapunov 指数は 1.9 である。従って Lyapunov 指数が正の値をとることから、このとき系はカオス状態にある。

上記 1, 2 の結果, およびバースト状の時系列の観測から系は間欠性カオスであると考えられる. また, 間欠性カオスのタイプの同定の結果, 以下のことが分かった.

3. ラミナー持続時間の確率分布は持続時間 τ が大きくなるにつれ, べき的に増大する分布をとる.
4. パワースペクトルの両対数プロットにおいて, 低周波数領域における f^δ タイプスペクトルの傾き δ は 1.94 であった.

以上の結果は, タイプ I 間欠性カオスの理論的性質および数値的解析結果とほぼ一致する. 従って, イオン音波不安定性が励起されている状態において, 系はタイプ I 間欠性カオス状態にあると言える.

参考文献

- 1) A. Komori, N. Ohno, T. Yamaura and Y. Kawai, Phys. Lett. **170A**, 439 (1992)
- 2) N. Hayashi and Y. Kawai, Phys. Plasmas, **3**, 4440 (1996)
- 3) H. Tanaca, A. Hirose and M. Koganei, Phys. Rev., **161**, 94 (1967)
- 4) H. Fujita, S. Yagura, Y. Kawai and N. Sato, Proc. ICPIG, Düsseldorf, p732, (1983)
- 5) D. B. Fenneman, M. Raether and M. Yamada, Phys. Fluids, **16**, 871 (1973)
- 6) M. Yamada and M. Raether, Phys. Fluids, **18**, 361 (1975)
- 7) S. Iizuka, P. Michelsen, J. J. Rasmussen, and R. Schrittwiser, and R. Hatakeyama, K. Saeki, and N. Sato, Phys. Rev. Lett., **48**, 145 (1982)
- 8) P. Grassberger and Procaccia, Phys. Rev. Lett., **50**, 153 (1983) ; Physica **9D**, 189 (1983)
- 9) A. Wolf, J. Swift, "Progress in Computing Lyapunov Exponents from Experimental Data"
in: Statistical Physics and Chaos in Fusion Plasmas, C. W. Horton Jr and L. E. Reichl (Wiely, New York, 1984)
- 10) A. Wolf, J. Swift, H. L. Swinney and J. Vastano, Physica, **16D**, 285 (1985)
- 11) A. Ben-Mizarchi, I. Procaccia, N. Rosenberg, A. Schmit, and H. G. Schuster, Phys. Rev., **A31**, 1830 (1985)
- 12) H. Mori, H. Okamoto, B. C. So and S. Kuroki, Prog. Theor. Phys., **76**, 784 (1986)
- 13) Y. Pomeau, J. C. Roux, A. Rossi, S. Bachelart and C. Vidal, J. Phys. Lett. (Paris), **42**, 271 (1981)

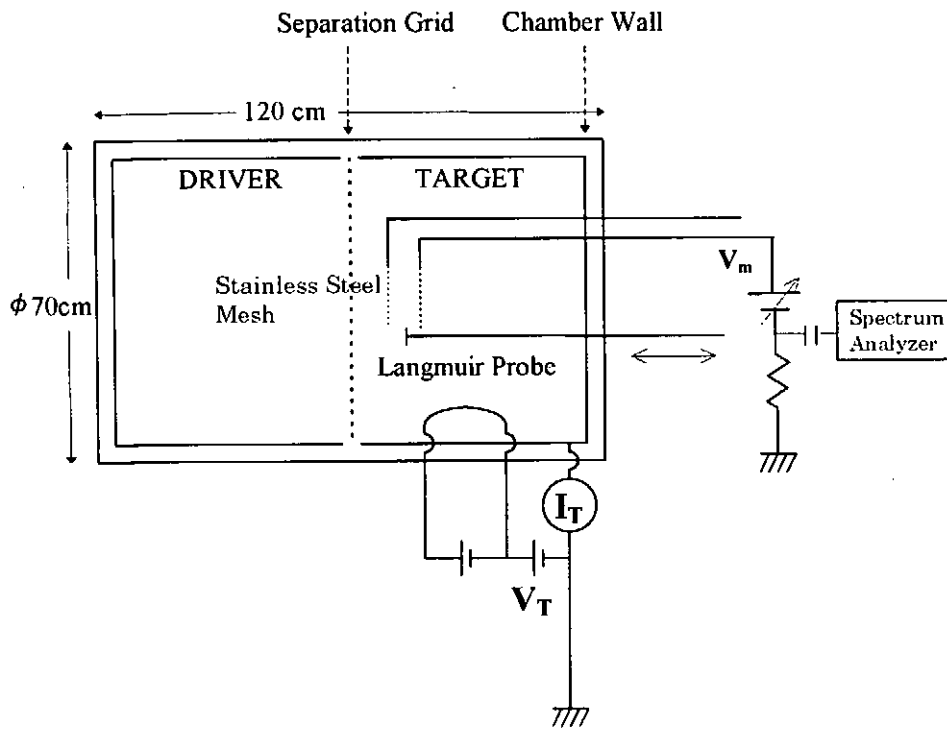


Fig. 1 実験装置およびその測定系の概略図

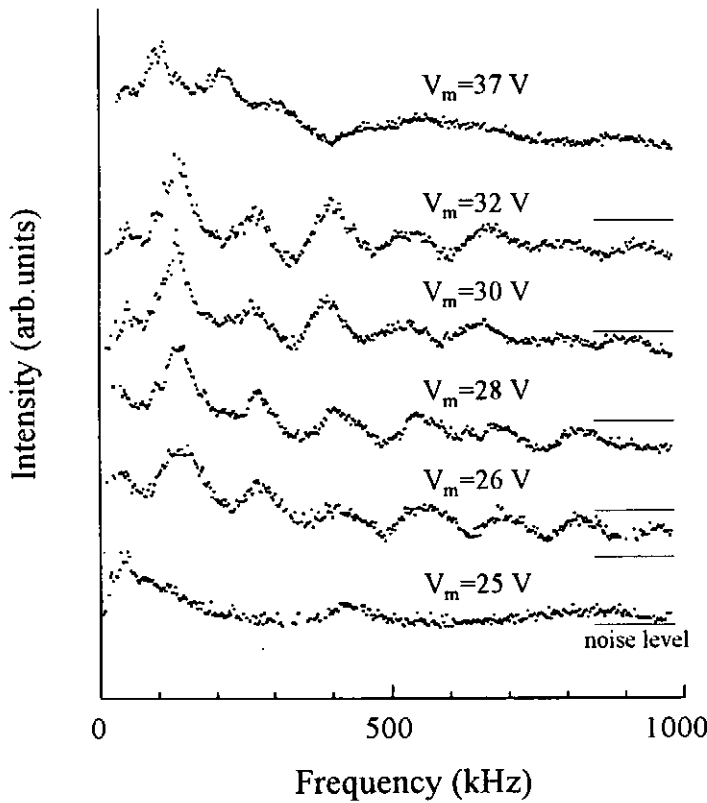
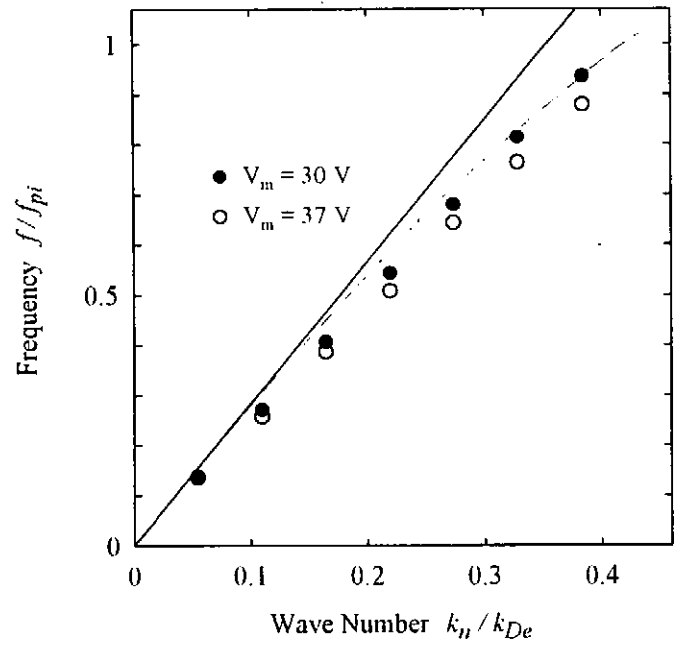


Fig. 2 印加電圧に対する周波数スペクトルの変化



$$k_n = 2\pi n / L \quad \begin{array}{l} n : \text{number of peak frequency} \\ L : \text{Distance between electrodes.} \end{array}$$

Solid line : イオン音波の分散関係
Dotted line : イオン音波不安定性の分散関係
 k_{De} : 電子デバイ波数

Fig. 3 分散関係

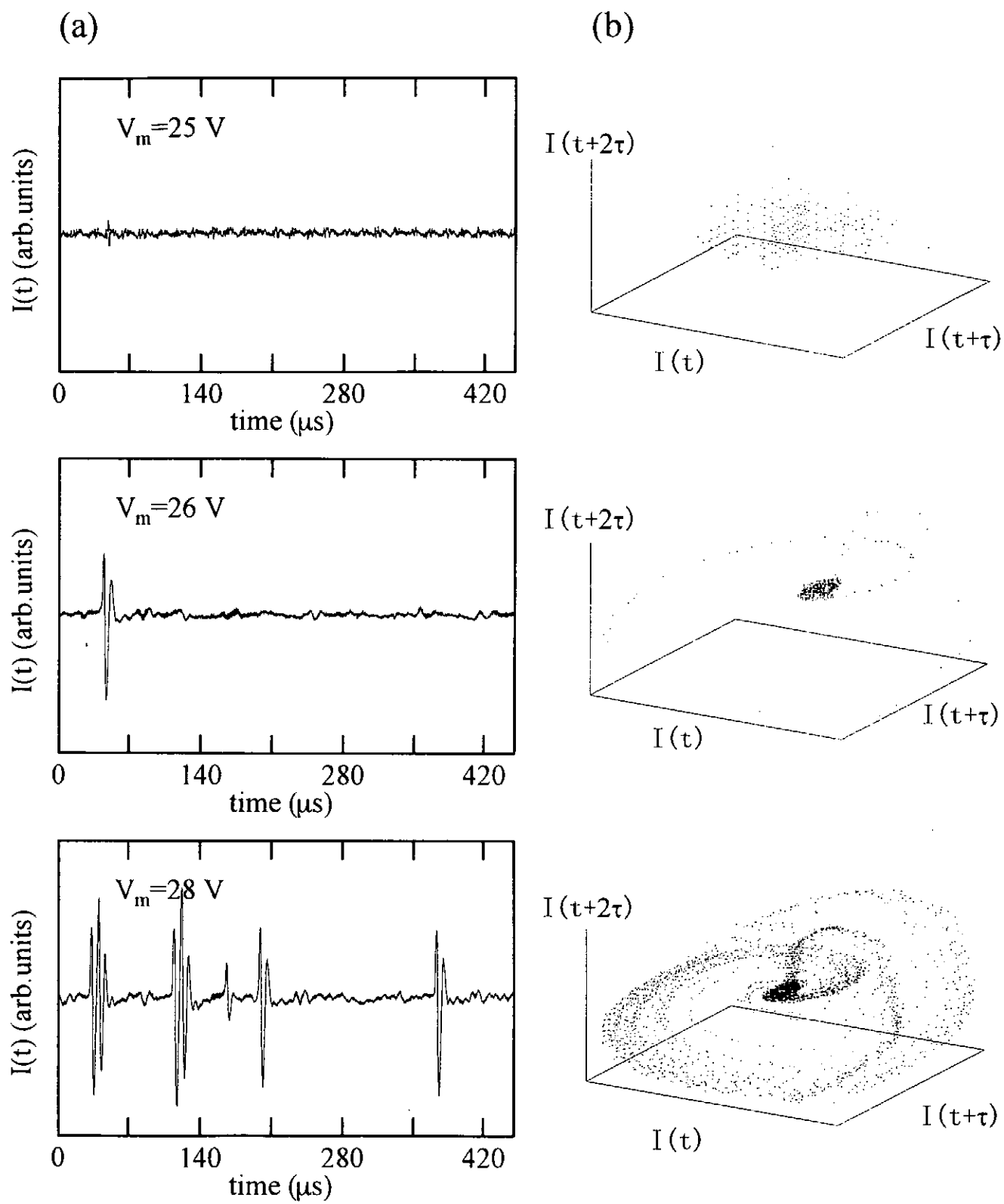


Fig. 4 (a)時系列と(b)相空間上に再構成した軌道

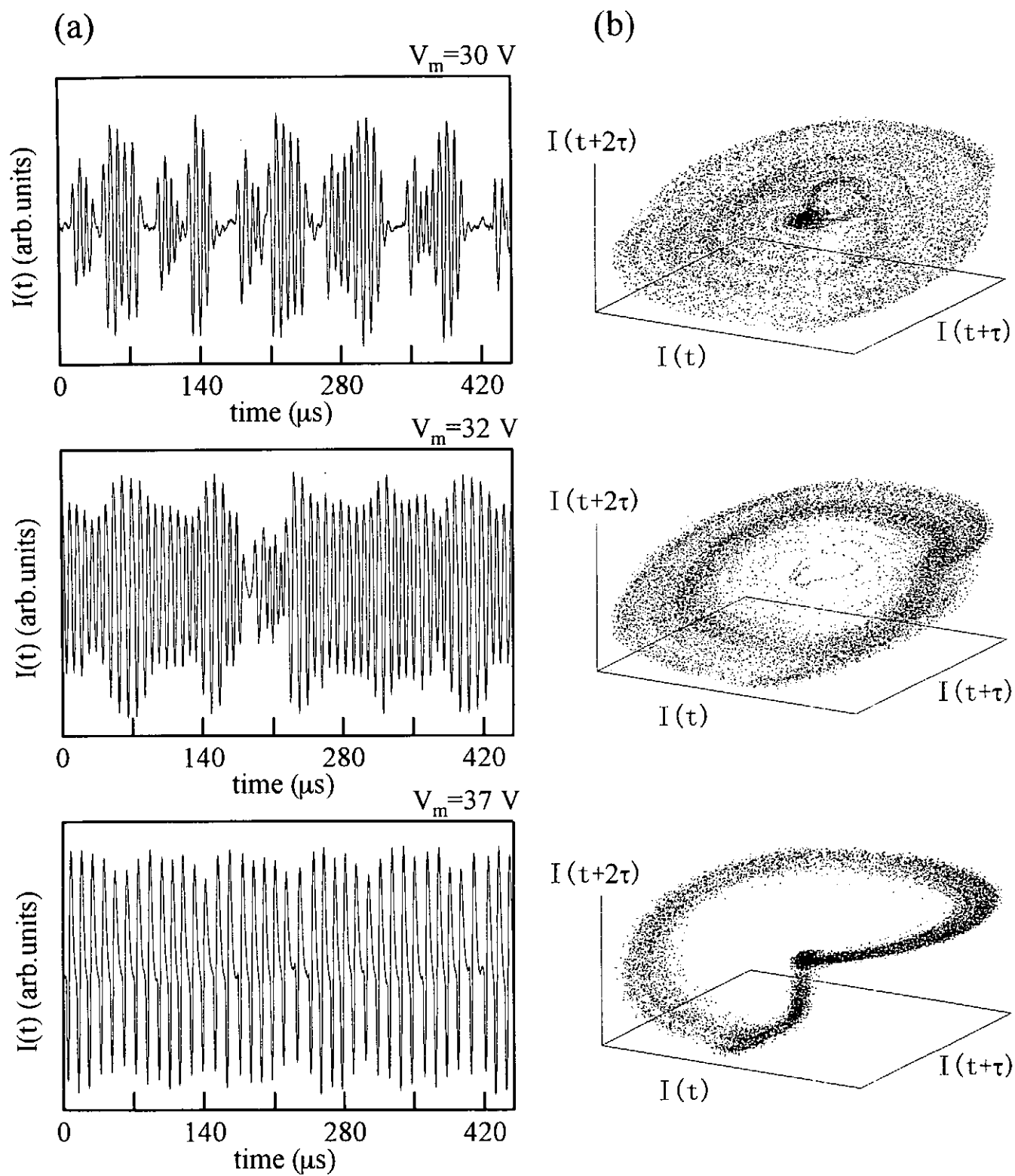


Fig. 4 (a)時系列と(b)相空間上に再構成した軌道

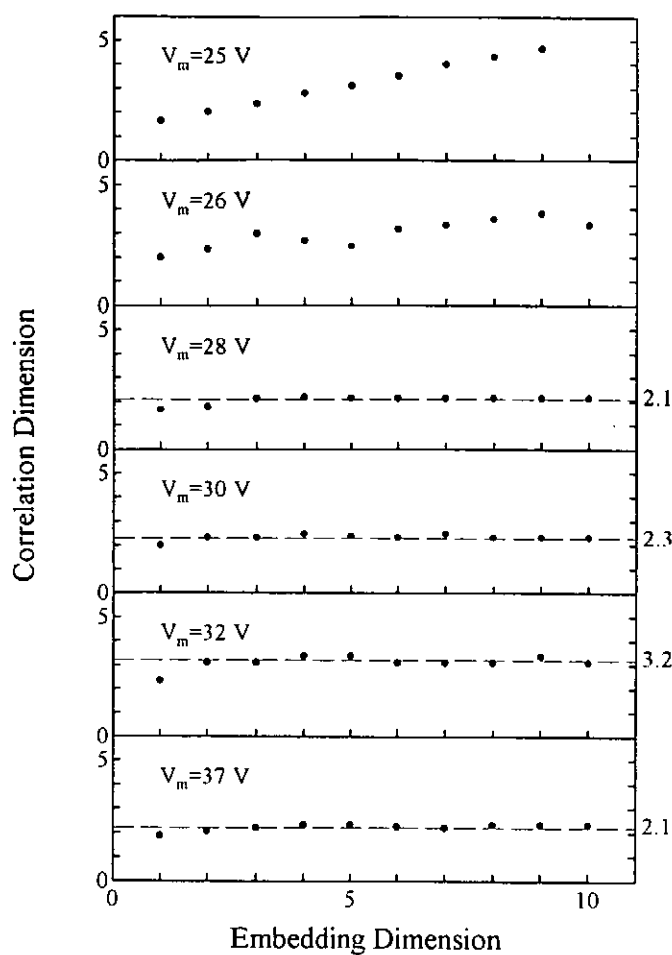


Fig. 5 相関次元

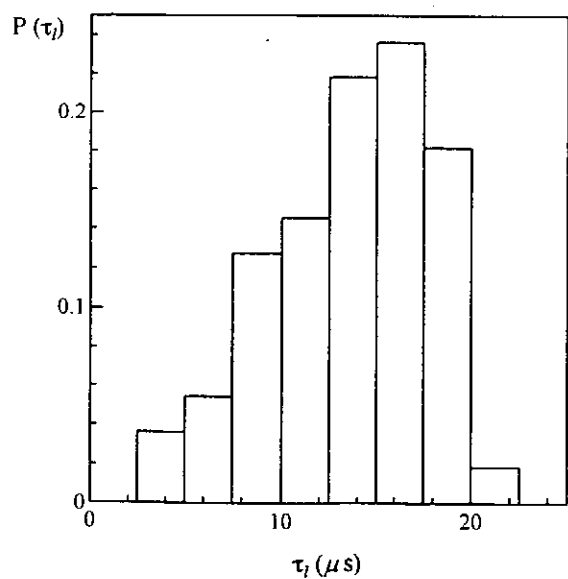


Fig. 7 ラミナー持続時間の確率分布

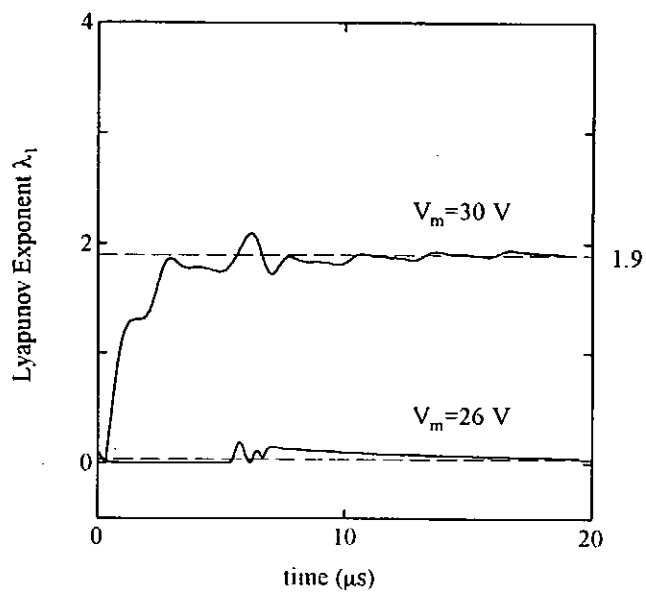


Fig. 6 Lyapunov 指数の変化

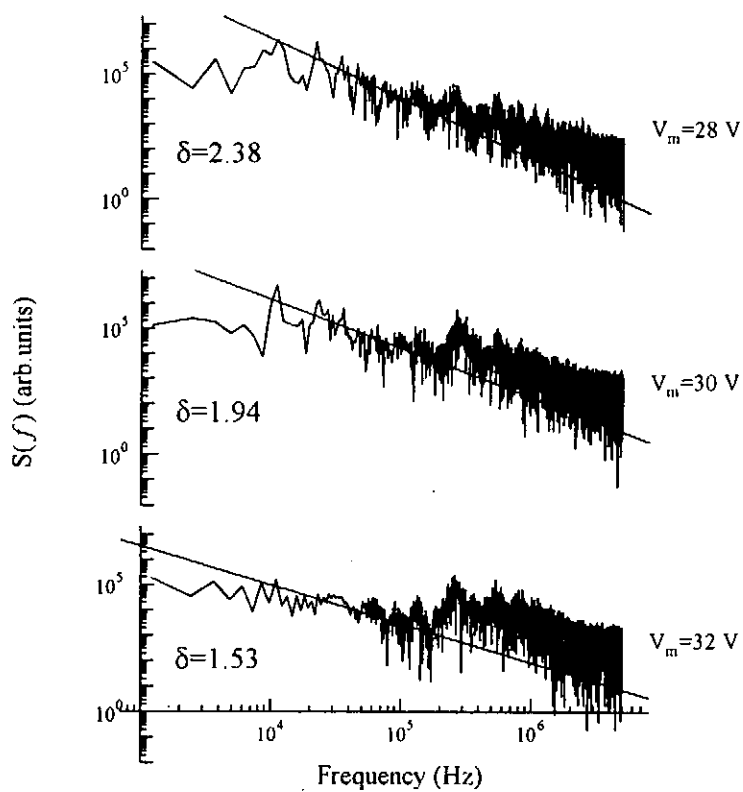


Fig. 8 パワースペクトルにおける $f^{-\delta}$ 型ノイズの傾き

プラズマ・シース系のエネルギー輸送と密度遷移現象

松永康 加藤 鞆一

早大理工

(Received)

§1. はじめに

熱電子陰極を用いた放電プラズマの電流電圧特性はヒステリシスを描き、電流不安定性が観測される。そのひとつのモデルとして、反応係数の温度依存性を考慮しエネルギー方程式と結びつけた多重定常状態を考察した結果、プラズマから周辺へのエネルギーの散逸と内部での熱の生成の比が閾値を決めることがわかった。従ってプラズマ周辺の物理量を考察する必要性がでてきた。容器壁への粒子、フラックス、エネルギーの輸送の電場、温度勾配の影響を検討し、密度遷移現象を再考したい。本研究はその予備検討である。

§2. 反応とエネルギー散逸による多重定常状態の考察

この節では、反応方程式とエネルギー方程式を用いた多重定常状態モデルについて、過去に考察した結果をまとめる。プラズマを非圧縮性完全流体とし、電子の変化のみを考える。基礎方程式は反応方程式とエネルギー変化の式とし、反応係数の温度依存性を介して両者を連立させ、一変数（温度）モデルとする。導出される式は非常に単純であるが、物理的に興味ある量を含んでいる^{1), 12)}。

電子数密度 N を記述する反応方程式は 2 体反応モデルを考える。

$$\frac{dN}{dt} = \alpha + \nu_i N - \rho N^2. \quad (2.1)$$

ここで、 α はビーム電子によるソースの強度を表し、 ν_i はプラズマ電子による電離係数、 ρ は、再結合係数である。再結合はバルクプラズマ中のみならず表面で生ずるものも念頭においている。表面では容器の粒子を含めた 3 体の電荷中性化が起こるが、プラズマが関与するのは 2 体なので両者を含めて二次型のモデルを採用している⁶⁾。

エネルギー保存則を次のように書く^{2, 7)}。

$$\frac{3}{2} k_B N \frac{dT}{dt} = -\frac{3}{2} k_B T G - \nabla \cdot \mathbf{H} + Q. \quad (2.2)$$

G 、 Q 、 $\mathbf{H}$ 、は各々、粒子数の変化、エネルギーの変化、周辺への熱の散逸を表す項である。ここで、運動量変化項、圧縮の項は無視している。また、粒子数変化は $G = dN/dt$ であり、

Q 、 $\nabla \cdot \mathbf{H}$ を次のように書く。

$$\begin{aligned} Q &= \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} - \frac{3}{2} \nu_n N k_B (T - T_0) - \nu_i \epsilon_i N, \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= \eta k_B (T - T_1). \end{aligned} \quad (2.3)$$

エネルギー生成はジュール熱のみとし、 $\mathbf{j} = -eN\mathbf{u}$ であり、 $\mathbf{u}$ は電子の巨視的な速度である。 Q の各項の負の符号はすべて散逸を表す。 ν_n は中性粒子との衝突頻度、 T_0 はバルクプラズマの緩和する温度、 η はプラズマの表面を通して面積的に散逸するエネルギーの係数で熱伝導係数に対応する。更に、 T_1 はプラズマ表面の有効温度であり、一般に T_0 とは異なる。従って、式(2.2)の温度変化を再び表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} k_B N \frac{dT}{dt} &= -\frac{3}{2} k_B T (\alpha + \nu_i N - \rho N^2) - eN\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}, \\ &\quad - \frac{3}{2} \nu_n N k_B (T - T_0) - \nu_i \epsilon_i N - \eta k_B (T - T_1). \end{aligned} \quad (2.4)$$

ここで、 η は定数と考えている。この η については後で議論する。実は、この密度に依存しない散逸項がないと密度方程式とエネルギー方程式がうまく結合しない。次に、温度変化、粒子数変化ともに緩和した定常状態を考える。

$$0 = \alpha + \nu_i N - \rho N^2. \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} 0 &= -eN\mathbf{u} \cdot \mathbf{E} - \frac{3}{2} \nu_n N k_B (T - T_0) - \nu_i \epsilon_i N \\ &\quad - \eta k_B (T - T_1). \end{aligned} \quad (2.6)$$

電離係数 ν_i を次のようなアレニウス型に仮定する^{3,6)}。この仮定は、化学反応のみならず、衝突断面積を用いた電離係数の計算からも導き出され一般的である¹⁾。多重定常状態のモデルでの非線形性はこのアレニウス型の表式によるものである。

$$\nu_i = \nu_{i0} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{k_B T}\right). \quad (2.7)$$

ここで、 ϵ_i は電離ポテンシャルである。再結合係数は、温度によらず一定と仮定する。この仮定は一般的ではない。再結合係数は比較的低い温度領域で逆べきの温度依存性 $\rho = T^{-\alpha}$ を持つ^{4,5)}。しかしこの依存性は、本理論にとって多重解の値を変化させるだけであり、定性的には問題の本質に変化を与えないことが後にわかった。従って、簡単のため ρ は温度に対して一定であるとする。

式(2.5)より、反応の定常解は、

$$\alpha + \nu_{i0} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{k_B T}\right) N - \rho N^2 = 0 \quad (2.8)$$

より、

$$k_B T = -\frac{\epsilon_i}{\log\left(\frac{N}{\nu_{i0}/\rho} - \frac{\alpha}{\nu_{i0} N}\right)} \quad (2.9)$$

となる。 N_0 を次のように定義する。

$$N_0 \equiv \frac{\nu_{i0}}{\rho}. \quad (2.10)$$

式 (2.6) の右辺を $F(N)$ とおき、 N_0, ϵ_i を使って無次元化する。

$$x = N/N_0, \quad (2.11)$$

$$\theta = k_B T / \epsilon_i. \quad (2.12)$$

更に、簡単のため規格化した温度 θ で表現する。

$$\begin{aligned} F(\theta) = & -\frac{e\mathbf{u} \cdot \mathbf{E}}{\nu_n \epsilon_i} x(\theta) - \frac{3}{2} x(\theta)(\theta - \theta_0) \\ & - \frac{\nu_{i0}}{\nu_n} \left(x^2 - \frac{\alpha}{N_0 \nu_{i0}} \right) - \frac{\eta}{N_0 \nu_n} (\theta - \theta_1) \end{aligned} \quad (2.13)$$

ここで、

$$x(\theta) = \frac{\exp(-\frac{1}{\theta}) + \sqrt{\exp(-\frac{2}{\theta}) + 4 \frac{\alpha}{N_0 \nu_{i0}}}}{2} \quad (2.14)$$

である。電流と結びつけるには、評価式の変数を密度で表した方が便利であるが、温度で表現したほうが表式がより単純である。従って、評価には専ら、式 (2.13) を使う。

式 (2.13) のおよその振る舞いを決めているのは、第一項と第四項である。実際、密度に依存しない第四項がないと、定常根は一つしかないことがわかっている。

式 (2.13) を扱いが簡単な温度 θ の関数とみて評価する。更に、密度変化の式のソース α をゼロと近似し、係数を適当に取り直して、新たに関数 f を次のように定義する。ここで、 a は第一項の熱の発生と、第四項のエネルギーの散逸の比に対応する。

$$f(\theta) = a \exp(-\frac{1}{\theta}) - (\theta - \theta_1). \quad (2.15)$$

$$a = \frac{-e\mathbf{u} \cdot \mathbf{E} N_0}{\epsilon_i \eta}. \quad (2.16)$$

このように評価すべき方程式は非常に単純化される。電場 E は、印加される平均電場を想定すれば可変である。従って、係数 a は可変な量であり、この関数の制御パラメータとなる。

さて、式 (2.15) を解析的に調べよう。そして、多重定常状態の存在が許される a の範囲を求める。 θ についての微分より、変曲点は係数に依存せず、

$$\theta = 1/2 \quad (2.17)$$

と決まる。これが、関数 $f(\theta)$ のおよその関数形を決めている。変曲点が $\theta = 1/2$ であるということは、 $f(\theta) = 0$ の根が存在するとして、1根は $\theta < 1/2$ に存在し、1根は $\theta > 1/2$ に存在することになる。 $f(\theta) = 0$ の根が三つ存在するためには、極大極小が存在することが必

要条件であるから、一階微分を調べればよい。変曲点の値 $\theta = 1/2$ を f' に代入し、この値が正ならば、極大極小が存在することになる。これより a の値の下限が決まる。

$$a > \exp(2)/4. \quad (2.18)$$

この時、 f は、 $f(1/2) = -1/4 + \theta_1$ となるので、 $\theta_1 < 1/4$ となる必要がある。 $f(\theta) = 0$ の根が三つある条件は、熱の発生とロス之比 a と θ_1 の値によって決まる。この範囲は、 $f(\theta) = 0$ と $f'(\theta) = 0$ を連立すればよい。連立すると、その条件式は

$$\theta^2 - \theta + \theta_1 < 0 \quad (2.19)$$

となるので、

$$\theta_1 < \theta < \theta_{II}, \quad (2.20)$$

$$\theta_1 \equiv \frac{1 - \sqrt{1 - 4\theta_1}}{2}, \quad (2.21)$$

$$\theta_{II} \equiv \frac{1 + \sqrt{1 - 4\theta_1}}{2} \quad (2.22)$$

となる。従って、3根が存在する a の範囲は、

$$\exp\left(\frac{1}{\theta_{II}}\right)(\theta_{II} - \theta_1) < a < \exp\left(\frac{1}{\theta_1}\right)(\theta_1 - \theta_1) \quad (2.23)$$

となる。

横軸を係数 a にとり、 $f(\theta) = 0$ を解いた多重解の様子を図1に示す。ここでは例として $\theta_1 = 0.2$ にとっている。係数 a （電場に対応する）を増大させていくと式(2.23)で示す多重解の領域に入り、ある閾値で解が分岐する。また逆に、高温定常状態から a を減少させると、下から上への変化とは異なった閾値で解が分岐する。このように係数 a をある領域に取れば、三つの定常解が存在することがわかった。また、図1のA、Cは安定解でBは不安定解となることがわかった。更に、不安定解についてはリミットサイクルのような振動解が存在することが期待される。これを確認するため時間変化を考慮した線形解析を行ったが、我々のモデルではリミットサイクルのような振動解は存在しないことがわかった。

さて η は熱伝導係数に対応する。熱伝導係数 κ は一般に次のように書ける⁷⁾。

$$\mathbf{H} = -\kappa \nabla T, \quad (2.24)$$

$$\kappa = N l v k_B, \quad (2.25)$$

$$l = \frac{1}{N_T \sigma}. \quad (2.26)$$

ここで、 l は電子の平均自由行程であり、 N_T はターゲット粒子の密度であり、 σ はターゲット粒子との衝突断面積である。完全電離プラズマ（高温）では κ はシュピッツアの式として知られる温度のべき関数である^{8,9)}（例えば、 $\kappa \sim \theta^{5/2}$ ）。この場合、評価式を、一般にべき

数 α を用いて式(2.15)と同様に次のように書く。

$$f(\theta) = a \exp\left(-\frac{1}{\theta}\right) - \theta^\alpha(\theta - \theta_1). \quad (2.27)$$

すると、 θ_1 に対する多重解の制限が次のように変わるだけで、多重解はやはり存在することがわかった。

$$\theta_1 < \frac{\alpha + 2 - 2\sqrt{\alpha + 1}}{\alpha^2}. \quad (2.28)$$

つまり、我々のモデルは、完全電離プラズマに対しては、熱伝導係数を修正することによって適用することができる。本研究の動機は我々の研究室における弱電離プラズマの実験であるが、本章の一変数多重定常状態のモデルはむしろ平衡系の完全電離プラズマの方が適用範囲が広い。

一方、弱電離プラズマでは、電子と中性粒子とのエネルギー伝達の衝突が電子と電子あるいはイオンとの衝突より大きい場合は、 κ は電子の密度に依存するようになる。系の温度勾配による特性長を R とすれば、 η は近似的に $\eta \approx \kappa/R^2$ と書ける。 κ が電子密度に依存し、その温度依存性が、評価式(2.15)のジュール熱による第一項と全く同じであると、多重定常状態は存在せず、 $\theta = a + \theta_1$ のただ一つの解が存在するだけである。しかし、ここで考えている電子は、プラズマ表面から周辺へ逃げていくものである。すると、この電子は温度依存性よりも、例えばボルツマン型のシース電位の影響を受けて、逃げたり、あるいはプラズマ内に戻ったりするはずである。内部の加熱に寄与する電子と、周辺の散逸に寄与する電子を分けようと言うのがこの1変数モデルの主張である。

更に、弱電離プラズマにおいても、電子から中性粒子あるいはイオンのエネルギー伝達の頻度が運動量変換の頻度の m/M 倍程度であり、主たる散逸の担い手が電子の場合にはこのモデルは正当化される。即ちエネルギー伝達の頻度が、

$$\nu_{ee} > \nu_n = \delta \nu_{en} \approx \frac{m}{M} \nu_{en} \quad (2.29)$$

となる状況に対しては中性粒子の効果は無視することができる。ここで ν_{ee} は電子によるエネルギー伝達頻度、 ν_n は中性粒子によるエネルギー伝達頻度、 δ は損失係数、 ν_{en} は中性粒子との運動量変換頻度を表す。電子とターゲット粒子とのエネルギー緩和時間は次式で与えられる¹⁰⁾。

$$\tau_{et} = \frac{3\sqrt{2}\pi\epsilon_0^2 m m_t}{N_t e^4 \log \Lambda} \left(\frac{T_e}{m} + \frac{T_t}{m_t} \right)^{3/2}. \quad (2.30)$$

例えば $N_e = 10^{10} \text{cm}^{-3}$ 、 $T_e = 1 \text{eV}$ とし、 $\log \Lambda = 10$ とすると、 $\nu_{ee} = 1/\tau_{ee} = 2 \times 10^4 \text{Hz}$ となる。弱電離低温プラズマでも非弾性衝突の影響が少なくエネルギー損失係数が小さく、かつ電子密度が 10^{10}cm^{-3} 程度あれば、電子・電子のエネルギー伝達頻度が電子・中性粒子のエネルギー伝達頻度より大きくなる。電離度で表せば、

$$N_e \sigma_{ee} v_e > N_n \sigma_n v_e \quad (2.31)$$

と近似して、

$$\frac{N_e}{N_n} > \frac{\sigma_n}{\sigma_{ee}} \quad (2.32)$$

となる程度の電離があればよい。 σ_{ee} 、 σ_n はそれぞれ電子、中性粒子によるエネルギー伝達の衝突断面積である。

第一近似として我々は η を電子密度に依存しない、従って温度に依存しないとした。また一方、散逸に寄与する密度変化はシース電位の影響を強く受けることもわかっている。この点を再度考察し、周辺の実効温度等を定義するため、次節で電位や流れが存する非平衡系での実効的な物理量を定義する。

§3. シース中の実効温度と電位の関係

前節のモデルは温度一変数で記述した。これに電位の影響を考えたい。まず、無衝突シース中の実効温度と電位の関係を決定する。周辺の電位がプラズマ電位より低い場合を考える。一次元問題とし電子の分布関数をハーフマクスウエル分布とし次のように書く。

$$f(\phi(x), v) = N_0 \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \exp(-\beta v^2 + \varphi) \Theta(v - V_r) \quad (3.1)$$

ただし

$$\beta \equiv \frac{m}{2T}, \varphi \equiv \frac{e\phi}{T}, V_r \equiv -\sqrt{\frac{2e(\phi - \phi_w)}{m}} \quad (3.2)$$

とする。ここで、 Θ はヘビサイドのステップ関数を表し、 T はプラズマ中の電子温度、 ϕ_w は壁での電位である。ハーフ・マクスウエル分布に反射する電子の影響を入れている。これより各モーメントを計算し、流れがある場合の、実効温度、熱流速を計算する。

$$N = \int_{V_r}^{\infty} f dv \quad (3.3)$$

$$\Gamma = \int_{V_r}^{\infty} v f dv \quad (3.4)$$

$$\langle v \rangle = \int_{V_r}^{\infty} v f dv / N \quad (3.5)$$

$$T_{\text{eff}} \equiv m \langle (v - \langle v \rangle)^2 \rangle \quad (3.6)$$

$$= \frac{m}{N} \int_{V_r}^{\infty} (v^2 - \langle v \rangle^2) f dv$$

$$Q = \frac{m}{2} \int_{V_r}^{\infty} v^3 f dv \quad (3.7)$$

$$H \equiv \frac{m}{2} \int_{V_r}^{\infty} (v - \langle v \rangle)^3 f dv \quad (3.8)$$

$$= \frac{m}{2} \int_{V_r}^{\infty} (v^3 - 3 \langle v \rangle v^2 + 2 \langle v \rangle^3 v) f dv$$

その結果は、

$$N = \frac{N_0}{2} \exp(\varphi) \operatorname{erfc}(-\sqrt{\varphi_e}) \quad (3.9)$$

$$\Gamma = \frac{N_0}{2} \sqrt{\frac{1}{\beta\pi}} \exp(\varphi_w) \quad (3.10)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{1}{\beta\pi}} \frac{\exp(-\varphi_e)}{\operatorname{erfc}(-\sqrt{\varphi_e})} \quad (3.11)$$

$$T_{\text{eff}} = T \left(1 - 2 \sqrt{\frac{\varphi_e}{\pi}} \frac{\exp(-\varphi_e)}{\operatorname{erfc}(-\sqrt{\varphi_e})} - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\exp(-\varphi_e)}{\operatorname{erfc}(-\sqrt{\varphi_e})} \right)^2 \right) \quad (3.12)$$

$$Q = \Gamma T (1 + \varphi - \varphi_w) \quad (3.12)$$

$$H = Q - \frac{3}{2} T_{\text{eff}} \Gamma - \frac{m}{2} \langle v \rangle^2 \Gamma \quad (3.13)$$

$$= \Gamma T \left(-\frac{1}{2} + \varphi_e + 3 \sqrt{\frac{\varphi_e}{\pi}} \frac{\exp(-\varphi_e)}{\operatorname{erfc}(-\sqrt{\varphi_e})} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\exp(-\varphi_e)}{\operatorname{erfc}(-\sqrt{\varphi_e})} \right)^2 \right)$$

となる。ただし

$$\varphi_e \equiv \frac{e(\phi - \phi_w)}{T} \quad (3.14)$$

$$\operatorname{erfc}(z) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^\infty \exp(-t^2) dt \quad (3.15)$$

と定義した。 $\phi = \phi_w$ 、即ち壁での実効温度は、 $T(1 - 2/\pi)$ となる。この様子を図 2 に示す。

一方、プラズマより周辺の電位が高い場合は加速電子の部分をひいて同様の計算により、

$$N = \frac{N_0}{2} \exp(\varphi) \operatorname{erfc}(\sqrt{\varphi}) \quad (3.16)$$

$$\Gamma = \frac{N_0}{2} \sqrt{\frac{1}{\beta\pi}} \quad (3.17)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{1}{\beta\pi}} \frac{\exp(-\varphi)}{\operatorname{erfc}(\sqrt{\varphi})} \quad (3.18)$$

$$T_{\text{eff}} = T \left(1 + 2 \sqrt{\frac{\varphi}{\pi}} \frac{\exp(-\varphi)}{\operatorname{erfc}(\sqrt{\varphi})} - \frac{2}{\pi} \left(\frac{\exp(-\varphi)}{\operatorname{erfc}(\sqrt{\varphi})} \right)^2 \right) \quad (3.19)$$

$$Q = \Gamma T (1 + \varphi) \quad (3.20)$$

$$H = Q - \frac{3}{2} T_{\text{eff}} \Gamma - \frac{m}{2} \langle v \rangle^2 \Gamma$$

$$= \Gamma T \left(-\frac{1}{2} + \varphi - 3 \sqrt{\frac{\varphi}{\pi}} \frac{\exp(-\varphi)}{\operatorname{erfc}(\sqrt{\varphi})} + \frac{2}{\pi} \left(\frac{\exp(-\varphi)}{\operatorname{erfc}(\sqrt{\varphi})} \right)^2 \right)$$

をうる。この様子を図 3 に示す。今度は電位差ではなく電位を横軸にとっている。また減少の度合いも先ほどより緩やかになっている。これにより、各物理量と電位の関係が示されたので、逆に以前求めた電位の空間分布を用いれば各点での温度を定義することができる¹³⁾。もちろん近似をあげてポアソンの式と組み合わせつつまの合った方法で電位分布を決定する必要もあるがそれは今後の課題である。熱流速の表式が電位依存性という形で表された

ので、プラズマから周辺へ流れる熱流の発散を計算すると、 $\nabla \cdot H$ は電位変化の関数として表される。

§4. まとめ

反応と散逸による多重定常状態を検討した。多重定常状態は簡単な一変数モデルでも存在する。存在する条件は、熱の生成（体積的な変化）と、散逸（面積的な変化）の係数の比により、熱力学以外の量も重要となる。定常解は安定点か鞍部点（saddle）のどちらかとなる。我々のモデルでは振動解は存在しない。弱電離プラズマにおいてはエネルギー伝達が主に電子で近似される場合に適用される。

シース中の実効温度を定義し電位との関係を導いた。これにより周辺への熱流等を電位の関数として計算できる。この表式をシース理論と自己無撞着に連立し遷移現象とどう関連づけるかが今後の課題である。

-
- 1) Y. P. Raizer: *Gas Discharge Physics* (Springer-Verlag, Berlin, 1991) Chap. 10.
 - 2) K. Miyamoto: *Plasma Physics for Nuclear Fusion* (Revised Edition) (The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1989) Chap. 6.
 - 3) J. Keizer: *Statistical Thermodynamics of Nonequilibrium Processes* (Springer-Verlag, New York, 1987) Chap. 7, Chap. 8 and Chap. 9.
 - 4) J. N. Fox and R. M. Hobson: *Phys. Rev. Lett.* **17** (1966) 161.
 - 5) F. J. Mehr and M. A. Biondi: *Phys. Rev.* **176** (1968) 322.
 - 6) M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg: *Principles of Plasma Discharge and Materials Processing* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1994) Chap. 3 and Chap. 9.
 - 7) 関口 忠：現代プラズマ理工学（オーム社、東京、1982）
 - 8) L. Spitzer Jr. and R. Härm: *Phys. Rev.* **89** (1953) 977.
 - 9) L. Spitzer Jr. : *Physics of Fully Ionized Gases* (Interscience, New York, 1962) Chap. 3 and 4.
 - 10) 高村秀一：プラズマ加熱基礎論（名古屋大学出版会、名古屋、1986）Chap.3.
 - 11) Y. Matusnaga and T. Kato: *J. Phys. Soc. Jpn.* **66** (1997) 152.
 - 12) Y. Matusnaga and T. Kato: NIFS-PROC-27 (1996) 55.
 - 13) Y. Matusnaga and T. Kato: *J. Phys. Soc. Jpn.* **63** (1994)4396.

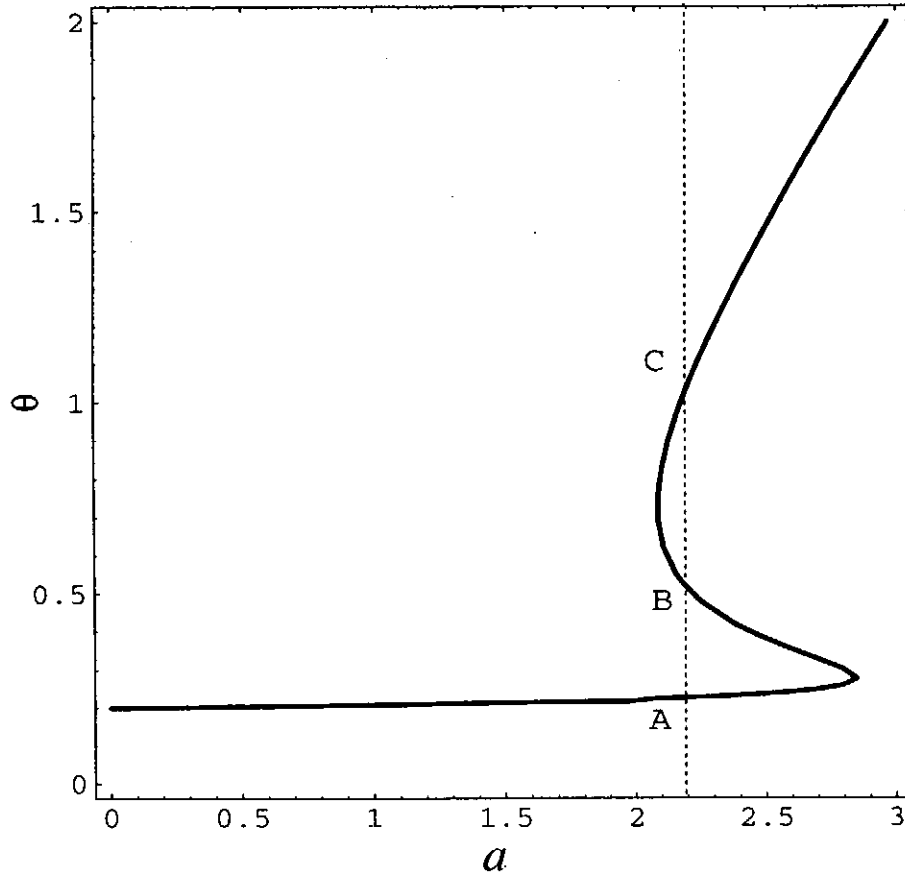


Fig. 1. 定常解の条件 $f(\theta) = 0$ を解き、係数 a と規格化された温度 θ の関係を示した。ここでは、 $\theta_1 = 0.2$ ととり、ソース α は無視したモデルを示している。多重解が存在する a の範囲は 2.08 から 2.85 である。点線は、 $a = 2.2$ を表しており、次の図がその断面となる。ここで θ はアルゴンの電離電圧 (15.8 eV) で規格化した温度、係数 a は生成と散逸にエネルギー比を表し電場に対応する。文献 12 のモデルでは電場 E を 1V/cm にとり特性長を 0.1cm にとると $a \approx 2$ となる。B 点は鞍点を表し、A、C 点は安定解を表す。

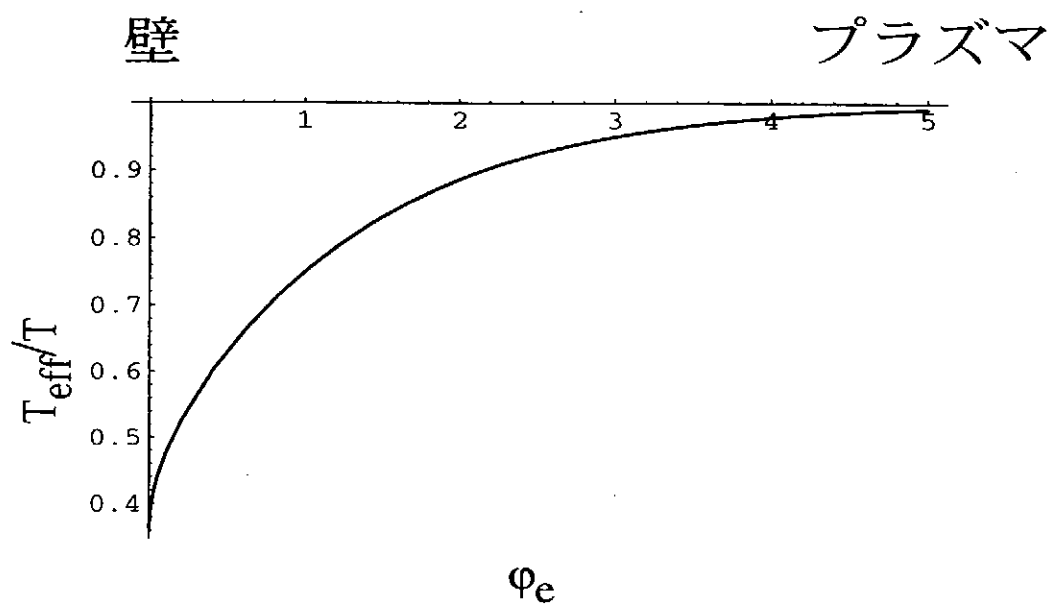


Fig. 2. 電位差と実効温度の関係。プラズマより周辺の電位が低い場合。

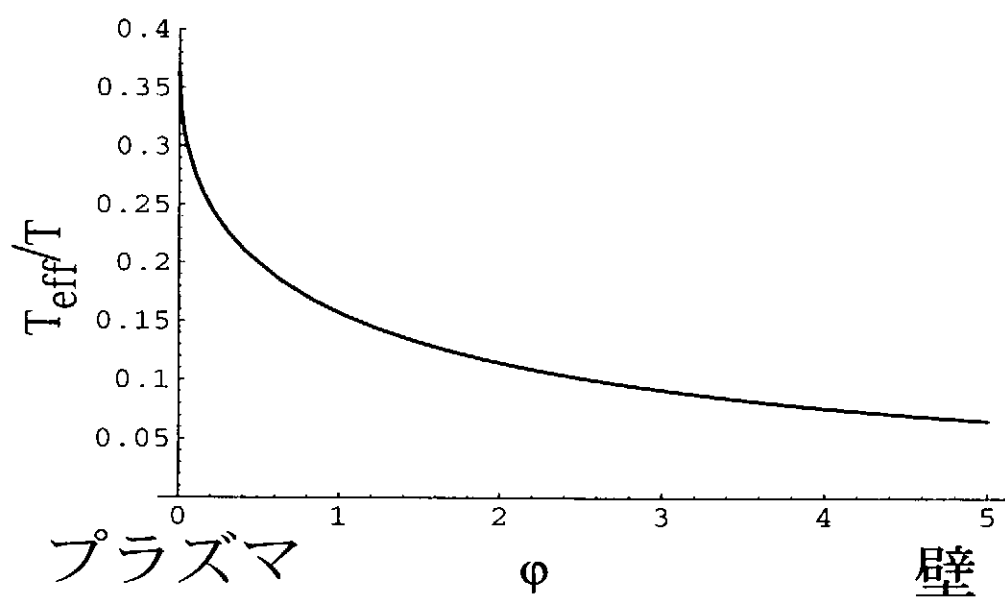


Fig. 3. 電位と実効温度の関係。プラズマより周辺の電位が高い場合。

Particle Orbit Mappings in Dissipative Helical Systems

T. Yamagishi

Tokyo Metropolitan Institute of Technology

Abstract

Applying the guiding center velocity derived from a generalized Ohm's law, simple two dimensional nonlinear mapping equations for electron orbits have been derived in a helically symmetric sterallator/Heliotron configuration. This mapping equations for dissipative helical systems is found to reduce to an area preserving map in the non-dissipative limit. Performing the mapping many times by computer, it is found that the electron orbit fills in certain annular region almost ergodically in the presence of a small dissipation. Such orbits are, however, found to be not necessarily stochastic, which has been confirmed by examining the Fourier spectra and also calculating the Lyapunov exponent. In the low frequency region of the Fourier transform of the electron orbit, the $1/f$ -noise spectrum has also been observed commonly in the $l=1$ dissipative helical configuration. The stable mode locking phenomenon has also been observed in electron orbits by calculating the averaged rotation number.

Keywords: electron orbit mapping, helical system, electron dissipation, stochasticity, fast Fourier transform, frequency spectrum, Lyapunov exponent, $1/f$ -noise spectrum, average rotation number, mode locking phenomenon, Devil's staircase, Arnold's Tongue.

§ 1. Introduction

Magnetic surface configuration in a helically symmetric plasma confinement system is usually determined from the flux (Hamiltonian) conservation relation.¹⁾ When the symmetry is destroyed, we must determine the confinement configuration following magnetic field lines for a long time by solving the simultaneous differential equations.²⁾ Particle orbits in the nonsymmetric system are also determined by the same way by solving corresponding differential equations.

Integration of the differential equations precisely for a long time, and making the Poincare mapping in order to examine the phase space orbit structure is time consuming, even if we use a super computer.

In this report, we derive simple two dimensional particle orbit mapping equations making use of the guiding center drift velocity determined from the generalized Ohm's law. This mapping involves electron diffusion coefficient, thereby the orbit mapping represents a dissipative system. If we remove the effect of electron dissipation, the orbit mapping is reduced to the area preserving one which can also be reduced to the familiar standard mapping. So far the nonlinear mapping in the dissipative system has been studied completely separately from the area preserving system, because chaotic behaviors of these systems are entirely different, i.e. the dissipative system may tend to a strange attractor while the area preserving system may show ergodic behavior.

Since our mapping equations are applicable to the dissipative and area preserving systems by changing the electron dissipation, we will study how electron orbits may change by changing from the area preserving system (APS) to the dissipative system (DS). Since we concentrate to the change from APS to DS, we use a simple mapping equation neglecting the particle drift motion, although our formulation involves these drift effects as shown in § 2. Our mapping equation for particle orbit is, therefore, reduces to that of magnetic field lines when the dissipative effect tends to zero.

In order to see particle orbit behavior, we will plot in § 3 the Poincare mapping results in two dimensional phase space for various values of parameters. To see the change of orbit from the regular one to chaotic one, we also examine the frequency spectrum of Fourier transformed orbits, and found the $1/f$ -frequency spectrum for $l=1$ dissipative helical configuration, which will be shown in § 4. The averaged rotation number of orbit has also been calculated, and the mode locking phenomenon has been found from the Devil staircase. The mode locking behavior is also shown by the graphics of Arnold's Tongue. These results will be shown in § 5. The global orbit stability has also been investigated by calculating the Lyapunov exponent for each orbit, which are presented in two dimensional graphics in § 6. The results are summarized in § 7.

§ 2. Mapping Equation in a Helical Magnetic Field

We start with the particle guiding center velocity $\mathbf{v}_G$ which can be expressed by the sum:

$$\mathbf{v}_G = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp} \quad (1)$$

The parallel component along the magnetic field can be expressed by $\mathbf{v}_{\parallel} = v_{\parallel} \mathbf{b}$ with $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$. We derive the perpendicular component $\mathbf{v}_{\perp}$ from the generalized Ohm's law

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{\nabla p_i}{en} = \frac{\mathbf{j}_{\parallel}}{\sigma_{\parallel}} + \frac{\mathbf{j}_{\perp}}{\sigma_{\perp}} \quad (2)$$

where $\sigma_{\parallel} = 2n_e e^2 / m_e \nu_e$ and $\sigma_{\perp} = \sigma_{\parallel} / 2$ are the parallel and perpendicular components of electric conductivity, respectively, ν_e is electron collision frequency, and other notations are standard. From eq.(2), the perpendicular velocity is solved in the form:

$$\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v}_E + \mathbf{v}_d + \mathbf{v}_D \quad (3)$$

where $\mathbf{v}_E$ and $\mathbf{v}_d$ are the $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift velocity, diamagnetic drift velocity, respectively, and $\mathbf{v}_D$ is due to the electron dissipation:

$$\mathbf{v}_E = \frac{c}{B} \mathbf{E} \times \mathbf{b} , \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_d = - \frac{c T_i}{e B} \frac{\nabla n \times \mathbf{b}}{n} , \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_D = - \frac{c}{\sigma_{\perp} B^2} \mathbf{j}_{\perp} \times \mathbf{b}$$

If we replace $\mathbf{j}_{\perp}$ in $\mathbf{v}_D$ by the diamagnetic drift current: $\mathbf{j}_d = en(\mathbf{v}_{di} - \mathbf{v}_{de}) = -c(T_i + T_e)/B \nabla n \times \mathbf{b}$, we have

$$\mathbf{v}_D = - D_e (1 + \tau) \frac{\nabla n}{n} . \quad (6)$$

where $D_e = \rho_e^2 \nu_e$ is the classical electron diffusion coefficient, $\tau = T_e/T_i$ and the temperature gradients have been neglected for the sake of simplicity. In the cylindrical coordinate system (r, θ, z) , each component of eq.(1) can be written in the form

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v_{\parallel} b_r - D_e (1 + \tau) \frac{n'}{n} , \quad (7)$$

$$v_{\theta} = r \frac{d\theta}{dt} = v_{\parallel} b_{\theta} + v_E + v_d , \quad (8)$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = v_{\parallel} b_z , \quad (9)$$

where $\mathbf{b}=(b_r, b_\theta, b_z)$ is the unit vector of the magnetic field.

In the particle orbit equation (7), the diffusion coefficient D_e , which is derived from the averaging of the particle orbit, has been included. Since the diffusion coefficient comes from the gyro-averaging of electron orbit, and since we are considering the gyro-averaged guiding center drift orbit, the inclusion of the classical diffusion coefficient in the orbit equation may be reasonable. In our model, the dissipative term in eq.(7) is due to the diamagnetic current, therefore, it depends on the sign of the density gradient. For $n'>0$, which is a characteristic of the central region of a Stellarator, the radial coordinate may be reduced due to the dissipative effect as time t goes on.

We assume $|b_z| \gg |b_\theta|$ and $|b_r|$, i.e., $|b_z|=1$. In this case, $v_E = -cE/B$ and $v_d = (cT_i/eB)n'/n$. Integrating eqs.(7) and (8), bearing in mind the relation $v_{||} dt = dz$, we have

$$\Delta r = \int b_r dz - \int D_e (1 + \tau) \frac{n'}{n} \frac{dz}{v_{||}}, \quad (10)$$

$$\Delta \theta = \int \frac{b_\theta}{r} dz + \int (v_E + v_d) \frac{dz}{r v_{||}}, \quad (11)$$

In order to determine the parallel components (the first terms in eqs.(10) and (11)), we assume a helical magnetic field¹⁾³⁾:

$$B_r = h_r \sin u, \quad (12)$$

$$B_\theta = B_{\theta 0} + h_\theta \cos u, \quad (13)$$

$$B_z = B_0 (1 - \epsilon_h \cos u), \quad (14)$$

where $u = l\theta - kz$ with $k = n/R$. The coefficients h_r , h_θ and ϵ_h are given by

$$h_r = l B_0 I_1'(kr) = B_0 \frac{lR}{ka} x^{l-1}, \quad (15)$$

$$h_\theta = l B_0 \frac{lR}{na} I_1(kr) = \delta B_0 \frac{lR}{na} \epsilon_h x^{l-1}, \quad (16)$$

$$\epsilon_h = \delta l B_0 I_1(kr) = \epsilon_0 x^l, \quad (17)$$

where I_1 is the modified Bessel function and $x = r/a$ with a being the helical conductor radius. The equation of magnetic field can be written in the form

$$\frac{dz}{B_z} = \frac{dr}{B_r} = \frac{r d\theta}{B_\theta} = \frac{r du}{B_u} \quad (18)$$

where $B_u = l B_\theta - kr B_z$.

From eq.(9) and (18), the first integral term in eq.(10) may be evaluated as

$$\int b, dz = \int \frac{B_r}{B_u} r dr = -\frac{r h_r}{B_u} \Delta \cos u \quad (19)$$

Since $\Delta \cos u = -\Delta u \sin u = -\Delta u \sin \ell \theta$ for $u = \ell \theta + 2\pi n$, eq.(10) can be expressed by

$$\Delta x = K \sin \ell \theta + D(x), \quad (20)$$

where $K = r h_r \Delta u / B_u$ and $D(x)$ is the second dissipative term in eq.(10). From eq.(18) and the definition of B_u , we have

$$\frac{du}{dz} = \frac{B_u}{r B_z} = \frac{r}{R} (\ell \iota_0 - n) \quad (21)$$

Integrating eq.(21), we find the displacement: $\Delta u = (\ell \iota_0 - n)$, where ι_0 is the rotational transform defined by $\iota_0 = 1/q$ with $q = r B_z / R B_\theta$ being the safety factor. Since $B_u = (r B_z / R) (\ell \iota_0 - n)$, the resonance denominator in K cancels out: $K = R h_r / B_z$.

The dissipative term in eq. (19) may be approximated by

$$D(x) = -\frac{2\pi R}{a v_{\parallel}} D_e (1 + \tau) \frac{n'}{n}. \quad (22)$$

If we assume a classical electron diffusion, we have $D_e \propto n T_e^{-1/2}$, and from eq.(22), $D(x) \propto n' / T_e$. If we assume an uniform temperature T_e , and the density profile is given by $n(x) = n_0 (1 - x^2)^\alpha$, the dissipative term can be written by

$$D(x) = c_d x (1 - x^2)^{\alpha-1}, \quad (23)$$

where $c_d = -4\pi R D_{e0} (1 + \tau) / a^2 v_e$ with D_{e0} being the diffusion coefficient at $x=0$. For the parabolic profile ($\alpha=1$), from eq.(20), we have a mapping equation for the radial coordinate

$$x_{n+1} = x_n (1 - c_d) + K \sin \ell \theta_n, \quad (24)$$

In this particular case of the parabolic profile, only the density gradient effect remains and the boundary condition at $x=1$ disappears in eq. (24).

The poloidal angle displacement can be written, from eqs.(11), (13) and (14), in the form

$$\Delta \theta = \iota_0(x) + \int \frac{dz}{r v_{\parallel}} (v_E + v_d). \quad (25)$$

For the sake of simplicity, we assume that the second drift effect is much smaller than the first field

line rotation: $\iota_0 \gg 2\pi l(v_E + v_d)/v_e l/\epsilon$. In this case, the poloidal angle displacement is given by the vacuum helical field rotational transform:

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \iota_0(x_{n+1}), \quad (26)$$

where ι_0 is assumed to be a function of x_{n+1} rather than x_n in order to satisfy the area preservation when $c_d=0$, as in the case of standard map. The Jacobian defined by $J = \partial(x_{n+1}, \theta_{n+1}) / \partial(x_n, \theta_n)$ for the two dimensional map given by eqs.(24) and (26) becomes

$$J = \begin{pmatrix} 1 - c_d & Kl \cos l\theta_n \\ \iota_0'(1 - c_d) & 1 + \iota_0' l K \cos l\theta_n \end{pmatrix} \quad (27)$$

and the determinant is $|J|=1-c_d$ which indicates that the mapping given by eqs.(24) and (26) conserves the area $\Delta x \Delta \theta$, when the dissipation is absent, $c_d=0$. The area conservation is destroyed by the dissipation, i.e. $J < 1$ for $c_d > 0$ ($n' > 0$). For $n' < 0$, in our model, c_d becomes negative and the Jacobian becomes larger than unity, $J > 1$. In this case, the orbit becomes unstable as the linear drift mode.

Notice that if ι_0 is constant, the mapping equations become linear, and we have no resonance interactions and therefore no stochasticity of electron orbits. The shear of field lines is essentially important for the stochasticity of field line orbits. If we expand ι_0 in Taylor series in term of the shear parameter $s = r_0' / l_0$, eq.(26) can be written in the form:

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \iota_0^c(1 + s x_{n+1}), \quad (28)$$

where ι_0^c is the rotational transform at $x=0$. The mapping equations (24) and (28) correspond to the dissipative circle map¹¹⁾. When we have no dissipation, $c_d=0$, eqs. (24) and (28) can also be reduced to the standard map by replacing $I_n = l \iota_0^c(1 + s x_n)$ and $\Theta_n = l \theta_n$:

$$I_{n+1} = I_n - K_s \sin \Theta, \quad (29)$$

$$\Theta_{n+1} = \Theta_n + I_{n+1}, \quad (30)$$

which has been studied for many aspects in details by many authors.⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾ If we expand $\iota_0(x_{n+1})$ in eq.(28) near the separatrix we have the separatrix mapping.⁴⁾⁸⁾ Introducing eq.(29) into eq.(30), and replacing I_n by a constant Ω , we have the circle map

$$\Theta_{n+1} = \Theta_n + \Omega - K \sin \Theta_n$$

which has been studied in detail by many authors.^{9)~15)}

§ 3. Electron Orbit Mapping

We now proceed to execution of the two dimensional mapping: $(x_n, \theta_n) \rightarrow (x_{n+1}, \theta_{n+1})$ given by eqs. (24) and (28) in order to see orbit structures and the effects of magnetic field shear and electron dissipation on the mapping.

First we carried out many times mappings by computer for the area preserving case neglecting the electron dissipation, $c_d=0$, in eq.(24). When the shear s is small, the mapping just gives trivial uniform rotation in the poloidal direction. As we increase the shear, we have the resonance points x_r which satisfy the condition : $\iota_0(x_r)m=2\pi n$ for arbitrary integers m and n . At the resonance, the orbit shows island structure as seen in Figs.1a and 1b, where $l=1$ with the helical amplitude $K=0.2$ for two different $s=0.5$ and 1.0 , respectively, have been plotted. To see the detail of the island structure the mapping has been shifted, i.e., the actual calculations in Figs. 1 were made by using $\cos\theta_n$ instead of $\sin\theta_n$ in eq.(24). This change shifts orbits in the θ -direction and does not make essential difference. If we have no big island as in Fig.1a, the plasma confinement region should be the central region $x<1$. Although we have plotted even in the central region for the constant helical amplitude K in order to see the phase space structure, if we apply for the plasma confinement, the negative x_n is unphysical because it represents the radial coordinate. The non-zero helical amplitude at the axis $x=0$ means that the axis itself suffers a helical displacement, which may be applicable in the $l=1$ helical axis configuration. For the $l=2$ vacuum helical magnetic field and the MHD helical configuration, the helical amplitude has to be zero at the axis.¹⁾

When we take into account the electron dissipation, the system changes from the area preserving map to the dissipative map, and the phase space structure of the map may change. We first estimate the dissipation coefficient c_d introduced in the previous section. Since $c_d \propto nR/(aTB^2)$, in a low density high temperature plasma in strong magnetic field, it may be very small. For example for the configuration with $R=120\text{cm}$, $a=20\text{cm}$, $T=400\text{eV}$, $B=5\text{KG}$ and $n=10^{13}\text{cm}^{-3}$, we have $c_d=o(10^{-7})$. However, for higher density with lower temperature plasmas in lower magnetic field, the coefficient c_d may increase up to $o(10^{-5})$. Furthermore, if we take into account anomalous electron diffusion effect, c_d could be larger by two order of magnitude.

For the dissipative system, we made 20000 points mapping experiment for the same 20 orbits in the helical system with $l=1$, $s=1$ and $K=0.2$ as in Figs.1a and 1b. Results have been plotted in Figs.1c and 1d for two different dissipations, $c_d=0.0005$ and 0.001 , respectively. Near the island center, orbits show cusp shape as seen in Fig.1c, which change to strange swirl shape when c_d increases as seen in Fig. 1d. From these figures, we may see how small dissipation changes the orbit structure. With these small dissipations, all orbits look like chaotic except near the island center as seen in Figs. 1c and 1d. We found that, when the dissipation presents, each orbit on the magnetic surface fills ergodically in certain annular region. It looks like as if the magnetic surface

has certain thickness. Although the orbit in the annular region looks like chaotic, our second finding is that the orbit in the annular region is not necessarily stochastic, which will be discussed later by evaluating Fourier spectrum.

With small positive c_d ($n' > 0$), each orbit slightly shifts to lower position. Similarly an orbit around the island center slightly shrink. For the unstable case $c_d < 0$ ($n' < 0$), each orbit shifts to higher position. Even in the unstable case, if the dissipation is small, $|c_d| < o(10^{-5})$, the orbit structure is similar to the stable case with $c_d > 0$. It does not diverge for several thousand mappings.

We also examined the orbit structure for negative shear case in the same helical system with $l=1$ and $K=0.2$. For $s=-0.5$ and $c_d=0$, we have no large island as seen in Fig. 1e, and the central axial region $x < 1$ may be used for the plasma confinement as in the case of Fig.1a. While for $s=-1$ and $c_d=0$, we have a big island as seen in Fig.1f. In this configuration, the island may be used for the plasma confinement region as in the helical axis configuration like the Heliac.¹⁶⁾

We introduced small amounts of electron dissipation to the case of Fig1f. The phase space orbit structure has been changed as seen in Figs. 1g and 1h, where $c_d=0.0002$ and 0.0005 , respectively, have been introduced. As mentioned in the cases of Figs. 1c and 1d, we can see that orbits around the island center fill certain annular regions. The outer annular regions look ergodic and chaotic. They are, however, not necessarily stochastic. The most of orbits except very close to the separatrix are regular. We confirmed this regularity of orbits by mapping two nearby orbits whose annular regions intersect, and finding that an orbit remains in its own annular region, i.e., no transition happens even if nearby annular region intersects. This regularity of the dissipative orbits will also be confirmed by evaluating the Fourier spectrum and the Lyapunov exponent in the next section.

In order to see the helical confinement configuration, we have also plotted in the rectangular coordinate system (X,Y) by the transformation: $X=x \cos\theta$ and $Y=x \sin\theta$. In the same helical system with $l=1$ and $K=0.2$, the same orbit mapping in Fig. 1a has been plotted in the rectangular coordinate system in Fig. 1i. With small electron dissipation, $c_d=0.0005$, the orbit mapping has been plotted in Fig.1j in the rectangular coordinate system. In the Heliac configuration with $s=-1$, a comparison is also made between the area preserving map and small dissipative system with $c_d=0.0002$ in Figs.1k and 1l.

We have also made mapping experiments for $l=2$ helical magnetic field configurations with $K=0.2$. In the non-dissipative helical system, increasing the shear from $s=0.2$ to 1.0 , the orbit configurations change very much as shown in Figs. 2a, 2b and 2c. In the small shear case, orbit shows concentric helical deformations as seen in Fig. 2a, while increasing the shear produces a big island configuration as seen in Fig.2b. In this case too, the island may be used for the plasma confinement. The configuration is similar to the Heliac configuration. The difference is the number

of helical windings. Even in the non-dissipative system with $s=1$, we observe the satellite islands and orbit stochasticity at the separatrix as presented in Fig. 2c.

The effect of electron dissipation has been examined in the same helical configuration with $l=2$ and $K=0.2$. Dissipations with $c_d=0.0005$ and 0.001 have been introduced to the case in Fig. 2c. Results are presented, respectively, in Figs. 2d and 2e, in which we can see that for $c_d>0$ ($n>0$) the orbit has a tendency to be concentrated in the central region and also to the island central region as we increase the amount of the dissipation. As the dissipation increases more, this tendency becomes even stronger, and the orbits converge to certain strange attractor region. In the opposite unstable case with $c_d<0$ ($n<0$), orbits show opposite tendency, i.e., they move to outer region and island orbit expands, and finally tend to diverge as the dissipation increases.

The $l=2$ helical configuration with $K=0.2$ as presented in Fig. 2c has been plotted in the rectangular coordinate in Fig. 2g. In this case, the volume of the bean shape configuration is much smaller than that of Heliac configuration as in Fig. 1k. The dissipative system in Fig. 2f is also plotted in the rectangular coordinate system in Fig. 2h. We can see how orbits are concentrated in the central and island center regions with the dissipative effect.

§ 4. Orbit Frequency Spectra

We have seen the behavior of electron orbits in helical magnetic fields by executing Poincare mapping for various values of the magnetic field shear s and electron dissipation c_d . We may see the change of orbit structure by directly examining the orbit mapping results. We should be careful, however, to examine the stochasticity of orbit by examining orbit mapping as did in the previous section. A quasi-periodic orbit sometimes looks chaotic one. Classical way to examine the orbit stochasticity may be to plot the frequency spectrum of the Fourier transformation of the orbit. For regular orbit, the frequency spectrum may show single or a few resonant sharp peaks. While for stochastic orbit, the spectrum may show broad band noise spectrum. We have analyzed the change of the frequency spectra of the orbit in the helical configurations for $l=1$ and 2 by changing the shear s and dissipation c_d .

We made the discrete time series of the orbit radial coordinate, $\{x_j\}$, in the mapping iterations. The Fourier transformation of $\{x_j\}$ by

$$\tilde{x}_k = \sum_{j=1}^n x_j \exp\left(-i \frac{2\pi j}{n} k\right), \quad (31)$$

produces a transformed discrete set $\{x_k\}$. Since the index j is considered as "time", the Fourier transformation parameter k can be considered as "frequency". The original set $\{x_j\}$ can be

reproduced by the inverse Fourier transformation:

$$x_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tilde{x}_k \exp \left(i \frac{2\pi k}{n} j \right). \quad (32)$$

In what follows we plotted $\ln|x_k|$ as the frequency spectrum of the electron orbit for various values of s and c_d calculating by the fast Fourier transformation method.

The time series of the radial position of electron orbit is plotted as an example in Fig.3a for the case with $l=1$, $s=0.5$ and $c_d=0$, where the horizontal time coordinate is the number of iterations n . The frequency spectra of Fourier transformed radial position for various values of s have been plotted in Figs. 3b, 3c and 3d for the non-dissipative cases, where the vertical coordinate represent log scale of the transformed value x_n . In these figures the resonance frequencies increase gradually as we increase the shear value from $s=0.2$ to $s=1$. Although the number of frequency spike increases as we increase s , this process may not be due to the period doubling bifurcation, because these frequencies are not commensurable, i.e., not harmonic relation each other.

When we introduced the electron dissipation by $c_d=0.001$ to the case of Fig.3b, the frequency spectrum changed as shown in Fig.3e. One will see, in Fig.3e, that the two resonances in Fig.3b were broadened. Furthermore, the amplitude $|x_k|$ raises in the low frequency region significantly. The frequency spectrum in the low frequency region in Fig.3e agrees with the so called $1/f$ -noise spectrum shown by the dotted curve which has been observed universally in many experimental situations.¹⁷⁾

We also introduced various values of dissipation to the case of Fig. 3d. Results are plotted in Fig. 3f, 3g and 3h for $c_d=0.0005$, 0.001 and 0.005, respectively. With a small dissipation, the resonance frequency broadened significantly all over, and the $1/f$ -spectrum is observed in the low frequency region as seen in Fig. 3f. A comparison is also made with the $1/f$ -spectrum in Fig.3g. Further increase of the dissipation preserved the $1/f$ -spectrum. This typical $1/f$ -spectrum is due to the existence of the dissipation, and also limited to the case of the $l=1$ configuration.

In order to see the characteristics of orbits which fill annular region around the island center presented in Fig. 1g for $l=1$, we examined the Fourier spectra of these orbits. Although these orbits look ergodic and stochastic, we found that they are not really stochastic, because the Fourier spectra indicate just a few resonant peaks as shown, as an example, in Fig. 3h for the case with $K=0.2$, $s=-1$, $c_d=0.0002$, $x_0=1$, and $\theta_0=3.14$. We should be careful to examine the orbit stochasticity by orbit mappings particularly for the dissipative systems.

We have also examined the frequency spectra of electron orbits in the $l=2$ helical systems. For a non-dissipative case with $K=0.3$ and $s=0.5$, the two resonances are observed as seen in Fig.4a. Even in this non-dissipative case, when s is increased to $s=1.0$, the spectrum is broadened in the

whole frequency range as shown in Fig. 4b. In the circle map, a few incommensurate frequencies before the onset of broad band noise is the typical root of transition from quasi-periodicity to chaos. (12) The $l=2$ helical orbit seems almost chaotic by small scale islands as seen in the case of Fig. 2c. To this case, we added the dissipation. Results are presented in Fig.4c and 4d for $c_d=0.0002$ and 0.001 , respectively. In these $l=2$ frequency spectra, the $1/f$ -noise spectrum is limited in the very low frequency region.

§ 5. Mode Locking Phenomenon

Finally we study the mode locking phenomenon due to the nonlinear effect on the rotation number of orbits. The number of rotation in the poloidal direction as we go along the axial direction one period, is the most important characteristics of orbits on the toroidal surface. For the unperturbed orbits, it is called as the rotational transform ι_0 . When we have a nonlinear effect, the orbit may fluctuate from the unperturbed orbit due to the stochasticity. For such orbits, we evaluate the average rotation number defined by

$$\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (T^n \theta_0 - \theta_0), \quad (33)$$

where the operator T , in our problem, is the nonlinear transformation given by eqs. (24) and (28). When the nonlinear effect K or s tends to zero, ρ tends to $\iota_0(x)/2\pi = (1+sx)\iota_0/2\pi$, because $T^n \theta = \theta + n \iota_0(x)/2\pi$. Examining the behavior of this rotation number ρ as a function of the unperturbed rotational transform ι_0 , the fractal character and mode locking phenomenon in the Devil's staircase has been studied by many authors in the one dimensional circle mapping. ¹¹⁾¹⁶⁾

The rotation number ρ given by eq.(33), in our 2-dimensional problem, is a function of the helical amplitude K , shear parameter s , and ι_0 . ρ is a continuous and increasing, but its derivative $d\rho/d\iota_0$ is discontinuous. As an example, the rotation number ρ versus ι_0 is presented in Fig. 5a for $l=2$, $s=0.5$, $K=0.2$ and $c_d=0$ (the area preserving case), where ρ has been evaluated by eq.(33) with $n=200$. As seen in Fig. 5a, it forms so called the Devil's staircase, i.e., it consists of self similarity with different scaling as in the one dimensional circle mapping.¹¹⁾¹²⁾ The rotation number ρ becomes constant for certain ranges of ι_0 , which means that the one to one correspondence between ι_0 and the original mode numbers m and n with the relation: $\iota_0/2\pi=n/m$ has been destroyed, and this resonance condition is locked for the certain range of ι_0 due to the nonlinear effect. At this mode locked state, the orbit becomes periodic and ρ takes a rational value n/m . For the quasiperiodic orbits, ρ becomes irrational. This mode locking or the plateau of ρ may be induced by the trapping of orbit in a magnetic island, because the orbit rotation around the center of

local island does not increase the global poloidal angle θ . In Fig.5a, one can see three plateaus which may, respectively, correspond to $\rho=1/2$ ($m=2$ and $n=1$), $\rho=1$ ($m=1$ and $n=1$), and $\rho=3/2$ ($m=2$ and $n=3$). There is also a narrow plateau corresponding to $\rho=0$ ($m=1$ and $n=0$) in the left side.

When we increase the helical amplitude K , ρ becomes stochastic in some portions of ι_0 as shown in Fig. 5b for $l=2$, $s=0.5$, $K=0.5$ and $c_d=0$. The same thing happens when we increase the shear parameter s for a fixed K . Although the particle orbit was very sensitive to the dissipative effect as seen in the previous sections, the rotation number ρ was not so sensitive to the dissipative effect c_d as shown in Fig. 5c for $c_d=0.002$, $l=2$, $K=0.2$, and $s=0.5$. As seen in Fig.5b and 5c, the mode locking or the plateau is stable against the helical perturbation K and the dissipative effect c_d . The behavior of the rotation number ρ versus ι_0 for $l=1$ is similar to that of $l=2$, but the number of plateau becomes about half and the width becomes larger as shown in Fig. 5d for $K=0.2$, $s=0.5$ and $c_d=0$.

The variation of the width of the plateau in the K - ι_0 plane is shown in Fig. 6a for $l=2$, $s=0.2$ and $c_d=0$, where ρ has been calculated by eq.(33) with $n=300$ for each of 400×400 mesh points in the K - ι_0 plane. The black region indicates the plateau in Fig. 6a. This black region is also called as Arnold's Tongue in the one dimensional circle map.¹²⁾ Usually the top of the Arnold Tongue is sharp like a needle.¹²⁾ Our largest tongue is not so sharp more like a real tongue as seen in Fig. 6a. The difference may be due to the difference between the one dimensional circle map and our two dimensional map. The Arnold Tongue for the case of $l=1$ is also presented in Fig. 6b, where the number of tongue is reduced but the width of each tongue becomes large. The boundary of the largest tongue in Fig. 6b, when the helical amplitude K is small, seems to be expressed by the parabolic curve: $K=c(\iota_0/2\pi - n/m)^2$, where c is a constant and $n=2$ and $m=3$. This equation indicates that the plateau length $(\iota_0/2\pi - n/m)$ is proportional to the magnetic island width δ , because the island width δ is expressed in terms of the helical amplitude K ²⁾¹⁸⁾: $\delta=|aRK/ns|^{1/2}$ which can be rewritten in the form: $K=(ns/aR)\delta^2$ where a and R are the minor and major radius, respectively. We have also examined the behavior of Arnold's Tongue in a dissipative case which was similar to that of area preserving case because the mode locking is stable against the dissipation.

We have examined the averaged rotation number mainly in the area preserving system with $c_d=0$. In this case, the electron orbit is reduced to that of the magnetic field lines, since the gyromotion and drift motion have been neglected for the sake of simplicity.

§ 6. Lyapunov Exponent

We have examined the orbit characteristics by the frequency spectra obtained from the fast Fourier transformation of mapping data. By this classical method, we have to make a view graph of frequency spectrum for each orbit. Direct method to examine the orbit behavior may be to evaluate the Lyapunov exponent for each orbit.

To evaluate the Lyapunov exponent σ for the two dimensional orbit vector $\mathbf{x} = (x, \theta)$, we consider the displacement vector $\delta\mathbf{x}$. After n mapping, the displacement may satisfy

$$\delta\mathbf{x}_{n+1} = J(\mathbf{x}_n) \delta\mathbf{x}_n = J_n \delta\mathbf{x}_0, \quad (34)$$

where J_n is the n product of the Jacobian matrix given by

$$J_n = J(\mathbf{x}_n)J(\mathbf{x}_{n-1}) \cdots J(\mathbf{x}_1). \quad (35)$$

Let $\delta\mathbf{x}_i$ and λ_i are the i -th eigenvector and corresponding eigenvalue of the Jacobian matrix $J(\mathbf{x}_i)$, respectively, then we have $J(\mathbf{x}_i)\delta\mathbf{x}_i = \lambda_i \delta\mathbf{x}_i$, and $\delta\mathbf{x}_{n+1} = \lambda_n \lambda_{n-1} \cdots \lambda_1 \delta\mathbf{x}_0$ from eq.(34). If we introduce the Lyapunov exponent σ_j for the j -th component of the vector $\delta\mathbf{x}_{n+1}$ by the relation: $\delta x_{n+1}^j = \delta x_0^j \exp(\sigma_j n)$ for large n , σ_j may be given by

$$\sigma_j = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| \frac{\delta x_{n+1}^j}{\delta x_0^j} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln \left| \prod_{i=1}^n \lambda_i \right| \quad (36)$$

In eq.(36) we have to evaluate the eigenvalue λ_i for each step, which may be time consuming. Instead of calculating the eigenvalue in each step, we evaluate the eigenvalue λ of the final matrix J_n and calculate the j -th component of the Lyapunov exponent by

$$\sigma_j = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln |\bar{\lambda}^j| \quad (37)$$

In a dissipative two dimensional map, the sum of Lyapunov exponents is equal to the area concentration rate A_0 :⁷⁾

$$\sigma_1 + \sigma_2 = A_0 \quad (38)$$

For the area preserving map, since $A_0 \rightarrow 0$, we have

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 0. \quad (39)$$

In this case, if the one component σ_1 is calculated, another component is given by $\sigma_2 = -\sigma_1$.

Here we consider the behavior of the eigenvalue λ of the Jacobian Matrix J given by eq.(27), which satisfies the quadratic equation :

$$\lambda^2 - \text{Tr}(J) \lambda + 1 - c_d = 0, \quad (40)$$

where $\text{Tr}(J)$ means the trace of matrix J . From eq.(40), the eigenvalue λ is easily obtained in the form:

$$\lambda = \frac{1}{2} \left(\text{Tr}(J) + \sqrt{\text{Tr}(J)^2 - 4(1 - c_d)} \right) \quad (41)$$

When $|\text{Tr}(J)|^2 < 4(1-c_d)$, the eigenvalue λ becomes complex and is on the circle with the radius $(1-c_d)^{1/2}$ in the complex plane, i.e., $|\lambda| = (1-c_d)^{1/2}$. In general the absolute eigenvalue is always larger than this radius. This radius is unity, $|\lambda|=1$, for the area preserving map ($c_d=0$), and the corresponding Lyapunov exponent σ tends to zero.

In order to see the basic characteristics of the Lyapunov exponent given by eq.(37), we calculated σ as a function of the helical amplitude K for the area preserving map ($c_d=0$). The result is presented in Fig. 7a in which σ is exactly zero in the interval where the eigenvalue is complex and $|\lambda|=1$. In other intervals σ is positive, therefore, σ for the angle coordinate θ is larger or equal to zero as seen Fig. 7a, i.e., the corresponding orbit is at best marginally stable in the interval where $|\lambda|=1$, otherwise it is unstable. For the dissipative map, σ is plotted as a function of c_d in Fig. 7b. The exponent σ is slightly negative in the interval where the eigenvalue is complex and $|\lambda| = (1-c_d)^{1/2}$ as seen in Fig. 7b. Since the deviation of σ from zero is purely due to c_d , it may be given by $\sigma = -c_d/2$ in the interval where λ is complex or $|\text{Tr}(J)|^2 < 4(1-c_d)$ is satisfied, which agrees well with the numerical result.

We also examined the relation (39) by calculating σ_1 and σ_2 independently making use of eq.(37). Results calculated by 100 iterations are presented in Figs. 7c and 7d for σ_1 and σ_2 , respectively, in the case of $l=1$ system. Comparing these figures, one will see eq.(39) actually holds for the area preserving map.

In order to see the global orbit stability characteristics of the helical system, we evaluated the Lyapunov exponent σ as a function of the initial orbit coordinates (x_0, θ_0) , the helical amplitude K , shear parameter s , dissipation coefficient c_d and rotational transform ι_0 . A graphics of σ in the initial two dimensional coordinate (x_0, θ_0) plane is shown in Fig. 8a for an area preserving case, where the dark black corresponds to $\sigma=0$, while white points correspond to positive maximum of σ , and the gray regions correspond to the value of σ in between these two limits. In Fig. 8a, we can see the global stability structure: the orbit starting near the separatrix is most unstable, and the orbit near the center of island may be most stable. The stable and unstable regions are stratified in the cases with small K as seen in Fig. 8a. A two dimensional graphics of σ for the dissipative case is also presented in Fig. 8b, where the magnetic structure is the same as in Fig. 8a. Comparing Fig. 8a and 8b, we may see that the global orbit stability characteristics does not change very much even for a large dissipation $c_d=0.001$. When the helical amplitude K and rotational transform ι_0 are increased, the two dimensional stability structure changes as shown in Fig. 8c. We can observe the fractal self similar structure in Fig. 8d which is an enlarged upper left portion of Fig.8c.

The two dimensional graphics of the Lyapunov exponent have been examined for other pair of parameters. The graphics on the plane (K, ι_0) are presented for $s=0.5$ and $s=1$ in Figs. 9a and 9b,

respectively. The Fig. 9b which plots σ -values corresponds to the case in Fig. 6b which plots ρ' -values. We can see the unstable white region around the Arnold Tongue (islands) or the separatrix regions. We can also see the Arnold Cat-like stable black region in Fig. 9b. The strange stratified structures in other two dimensional graphics on the (K, θ_0) -plane can also be seen in Figs. 9c and 9d for $t_0=1$ and 4, respectively.

§ 7. Summary

Making use of the guiding center drift velocity derived from the generalized Ohm's law, the mapping equations for the gyro-averaged guiding center electron orbit in the helically symmetric sterallator system has been derived. Since the electron diffusion coefficient is included, the mapping equations apply for the dissipative systems. Without the electron dissipation, the mapping equations become an area preserving one which also reduce to the familiar standard mapping equations. In our model, the determinant of the Jacobian matrix of the orbit map is given by $|J|=1-c_d$, and the dissipation coefficient c_d is proportional to the plasma density gradient n' . Therefore, the mapping area contracts for the positive gradient $n'>0$ which may contribute to the orbit stability, while for the negative density gradient $n'<0$, the mapping area expands and may contribute to the orbit instability as in the drift modes. In the mapping equations, the inhomogeneity (non-zero shear) of the rotational transform is essential to the nonlinearity and therefore to the stochasticity in the nondissipative system.

Making use of these equation, we have examined the effect of the shear of the magnetic field lines, helical amplitude, rotational transform and electron dissipation on electron orbits by performing many mappings by computer. We found that the change of shear parameter and sign change the electron orbit configuration significantly, and very small amount of the electron dissipation changed the electron orbit mapping configuration. With the dissipation, the orbit fills in certain annular region almost ergodically, in which the orbit seems chaotic. We found, however, that the orbit which fills in the annular region due to the dissipation is not necessarily stochastic. We confirmed this fact by examining the change of the frequency spectrum applying the fast Fourier transform for electron orbits, and also calculating the Lyapunov exponent for almost all orbits. We must be very careful to examine the orbit stochasticity by the mapping method.

The change of Fourier spectrum has also been examined by varying the shear parameter, helical winding number l , and the dissipative effect c_d . We found that the transition of the regular orbit to stochastic one is not through the period doubling bifurcation, it may be through the quasi-periodic transition. In the dissipative mappings, we also found that the $1/f$ -noise spectrum appears in the low frequency region mainly in the $l=1$ helical systems. In the area preserving systems, the frequency spectrum broadening induced by the shear effect did not show the $1/f$ -shape. The

1/f-spectrum is found to be induced by the dissipative effect. The reason why the 1/f-spectrum occurs is, however, still an open question.

Evaluating the averaged rotation number for electron orbit, the mode locking phenomenon has been found from the Devil staircase as in the one dimensional circle mapping. It is also found that the length of plateau in the averaged rotation number is proportional to the magnetic island width and the mode locking phenomenon is stable against the dissipation and the nonlinear effect. All numerical calculations and graphics presented in the paper are carried out making use of the Mathematica.¹⁹⁾

References

- (1) L.S.Solov'ev and V.D.Schaf'ranov, Reviews of Plasma Physics, Vol.5, Consultant Bureau, New York, 1970.
- (2) N.N.Filonenko, R.Z.Sagdeev and G.M.Zaslavsky, Nucl. Fusion, **7**(1967)253.
- (3) K. Miyamoto, Plasma Physics for Fusion (in Japanese), Iwanami, 1976.
- (4) B. V. Chilikov, Physics Report, **52** (1979)263.
- (5) Y. Ichikawa, et al, Prog. Theor. Phys. Suppl. No.98 (1989)1.
- (6) J. M. Greene, J. Math. Phys. **20**(1979)1183 .
- (7) A.J.Lichtenberg and M.A.Lieberman, *Regular and Stochastic Motion*, Springer-Verlag, New York, 1983.
- (8) T. Yamagishi, Transactions of Fusion Technology, **27** (1995)505.
- (9) R.L.Devaney, *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, The Benjamin Pub. Co. Inc., Menlo Park, 1986.
- (10) H.G.Schuster, *Deterministic Chaos*, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1995.
- (11) M.H.Jensen, P.Bak and T.Bohr, Phys.Rev.Lett., **50**(1983)1637.
- (12) *idem*, Physical Review A, **30**(1984)1960, *ibid*, **30**(1984)1970.
- (13) T.Yamagishi, Memoir of Tokyo Metropolitan Institute of Technology, **10**(1996)208.
- (14) T.W.Dixon, T.Chergetta and B.G.Kenny, CHAOS **6**(1996)32.
- (15) S.N.Rasband, *Chaotic Dynamics of Nonlinear Systems*, John-Weley&Sons, New York, 1990.
- (16) S. Yoshikawa, Nucl. Fusion, **23**(1983)667.
- (17) H. Takayasu, *Fractal* (in Japanese), Asakura-shoten, Tokyo, 1986.
- (18) T.Yamagishi, M.S.Chu, D.K.Bhadra and F.L.Hinton, J. Nucl. Material, **128&129**(1984)118.
- (19) S.Wolfram, *Mathematica*, Addison-Wesely Pub. Co., New York, 1991.

Figures Captions

Fig.1: Two dimensional Poincare' mapping for electron orbits in helical systems with $l=1$, $K=0.2$ and $\iota_0^c=2.123$. **a:** $s=0.5$ and $c_d=0.0$, **b:** $s=1.0$ and $c_d=0$, **c:** $s=1.0$ and $c_d=0.0005$, **d:** $s=1.0$ and $c_d=0.001$, **e:** $s=-0.5$ and $c_d=0$, **f:** $s=-1.0$ and $c_d=0$, **g:** $s=-1.0$ and $c_d=0.0002$, **h:** $s=-1.0$ and $c_d=0.0005$. Poincare mapping in the rectangular coordinate system. **i:** $s=0.5$ and $c_d=0$, **j:** $s=0.5$ and $c_d=0.0005$, **k:** $s=-1.0$ and $c_d=0$, **l:** $s=-1$ and $c_d=0.0002$.

Fig.2: Two dimensional Poincare' mapping for electron orbits in helical systems with $l=2$, $K=0.2$ and $\iota_0^c=2.123$. **a:** $s=0.2$ and $c_d=0.0$, **b:** $s=0.5$ and $c_d=0$, **c:** $s=1.0$ and $c_d=0.0$, **d:** $s=1.0$ and $c_d=0.0005$, **e:** $s=1.0$ and $c_d=0.001$, **f:** $s=0.5$ and $c_d=0.001$. Poincare mapping in the rectangular coordinate system. **g:** $s=1.0$ and $c_d=0$, **h:** $s=0.5$ and $c_d=0.0002$.

Fig.3: Time variation of radial coordinate x_n for $l=1$, $s=0.5$, $K=0.3$ and $x_0=1.0$ (**a**), and frequency spectra of fast Fourier transform of x_n for $l=1$ and $K=0.3$. **b:** $s=0.2$ and $c_d=0$, **c:** $s=0.5$ and $c_d=0$, **d:** $s=1$ and $c_d=0$, **e:** $s=0.2$ and $c_d=0.001$ (the dotted curve represents the $1/f$ -spectrum), **f:** $s=1$ and $c_d=0.0005$, **g:** $s=1$ and $c_d=0.001$ (the dotted curve represents the $1/f$ -spectrum), **h:** $s=1$ and $c_d=0.005$.

Fig.4: Frequency spectra of fast Fourier transform of x_n for $l=2$ and $K=0.3$. **a:** $s=0.5$ and $c_d=0$, **b:** $s=1$ and $c_d=0$, **c:** $s=1$ and $c_d=0.0002$, **d:** $s=1$ and $c_d=0.001$.

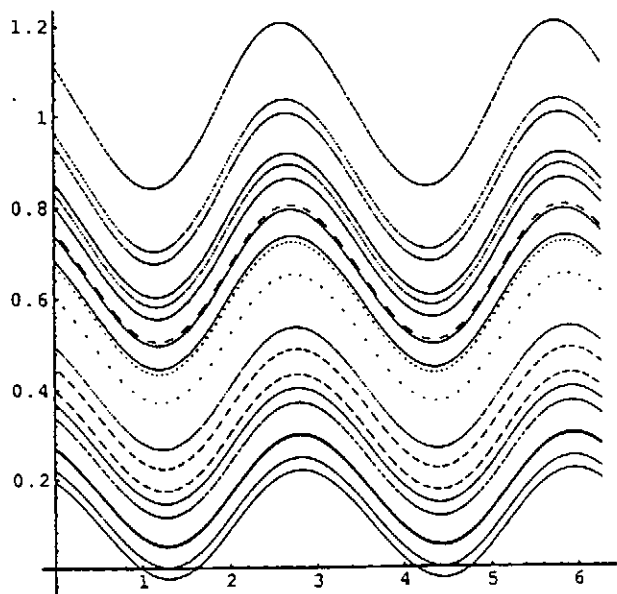
Fig.5: Variations of averaged rotation number ρ versus ι_0 for **a:** $l=2$, $K=0.2$, $s=0.5$ and $c_d=0$ (the area preserving map), **b:** $l=2$, $K=0.5$, $s=0.5$ and $c_d=0$, **c:** $l=2$, $K=0.2$, $s=0.5$, and $c_d=0.002$, **d:** $l=1$, $K=0.2$, $s=0.5$ and $c_d=0$.

Fig.6: Variations of plateau (black region) in (K, ι_0) -plane for area preserving map ($c_d=0$), **a:** $l=2$ and $s=0.2$, **b:** $l=1$ and $s=0.5$.

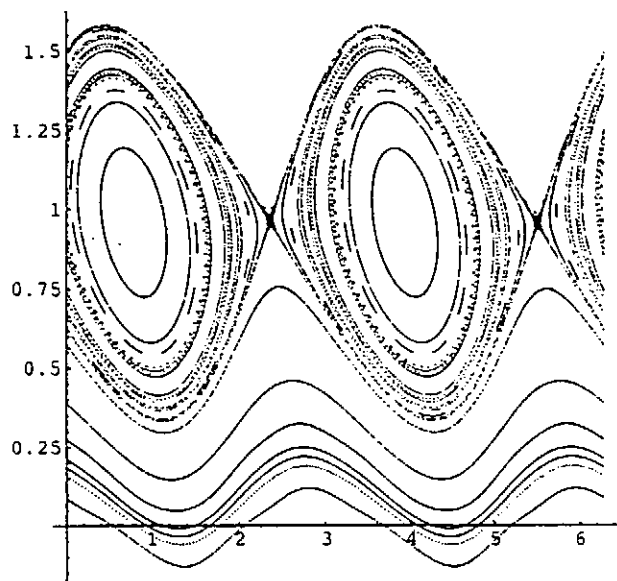
Fig.7: Variations of Lyapunov exponents calculated for $l=1$ system with $x_0=1.5$, $\theta_0=2$, and $\iota_0=1$. **a:** σ versus K for area preserving map with $c_d=0$ and $s=0.5$, **b:** σ versus c_d dissipative map with $K=0.2$ and $s=0.5$, **c:** σ_1 versus K for $c_d=0$ and $s=1$, **d:** σ_2 versus K for $c_d=0$ and $s=1$.

Fig.8: Two dimensional graphics of Lyapunov exponent on the initial orbit coordinates (x_0, θ_0) for $l=1$ system with $s=-1$. **a:** area preserving map ($c_d=0$) with $K=0.3$ and $\iota_0=1$, **b:** dissipative map ($c_d=0.001$) with $K=0.3$ and $\iota_0=1$, **c:** $c_d=0$, $K=0.5$ and $\iota_0=2$, **d:** enlargement of upper left portion of **c**.

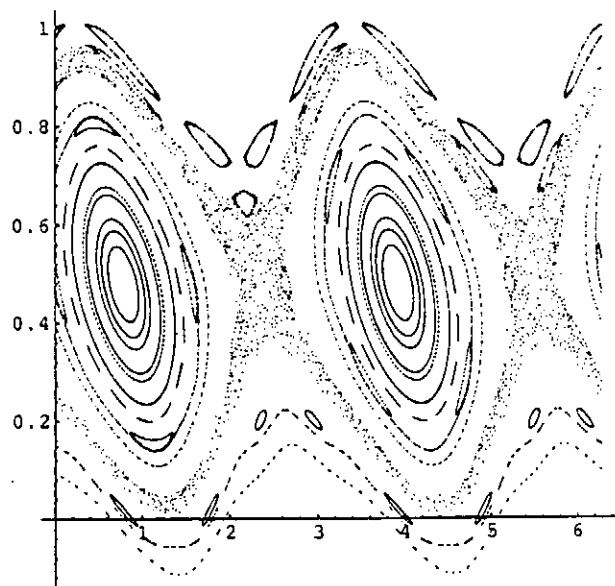
Fig.9: Two dimensional graphics of Lyapunov exponent on the (K, ι_0) plane for $l=1$ system with $c_d=0$, $x_0=1$ and $\theta_0=2$. **a:** $s=0.5$, **b:** $s=1$.
Two dimensional graphics of Lyapunov exponent on the (K, θ_0) plane for the case with $c_d=0$, $x_0=0.2$ and $s=1$. **c:** $\iota_0=1$, **d:** $\iota_0=4$.



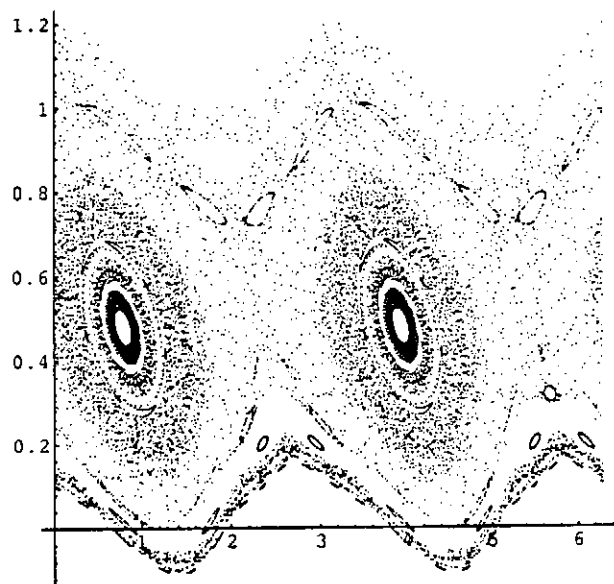
a



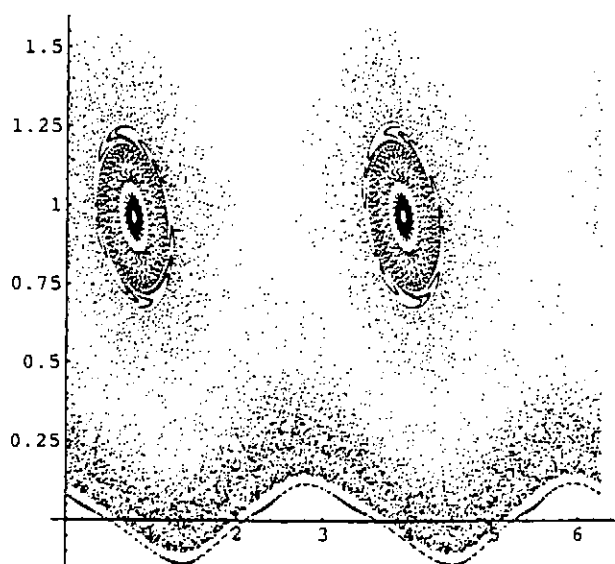
b



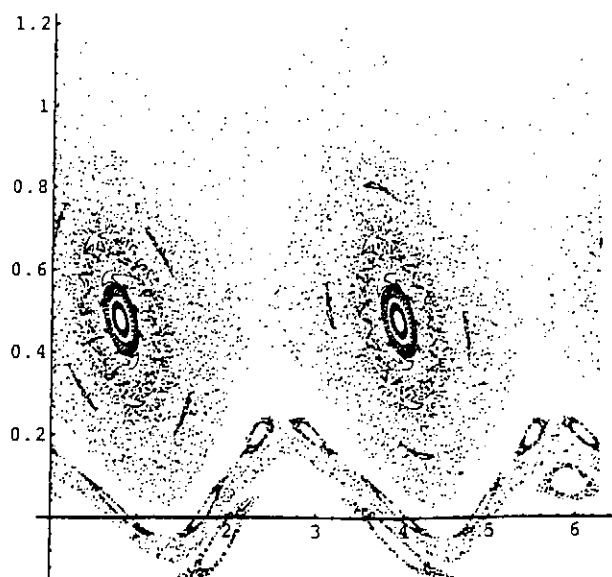
c



d



e



f

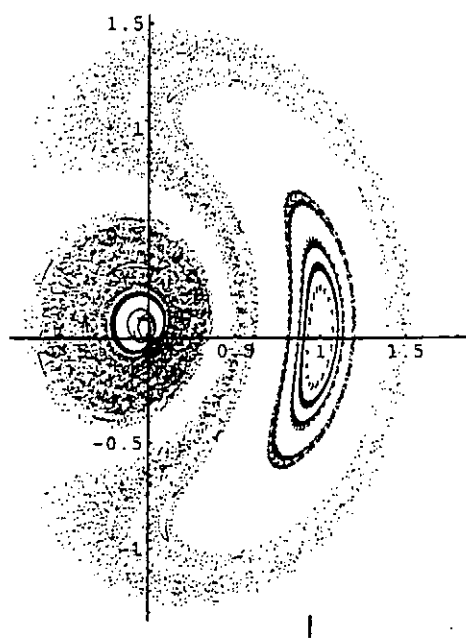
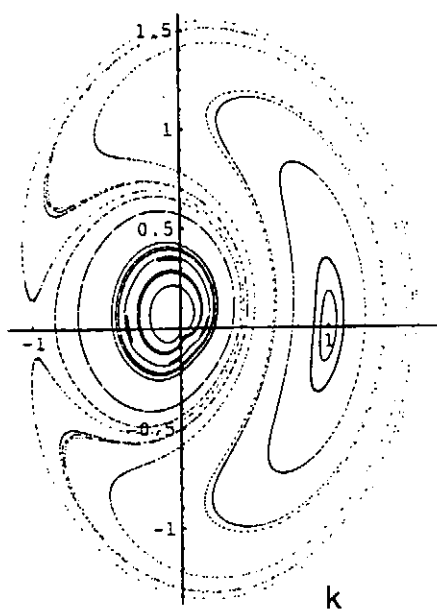
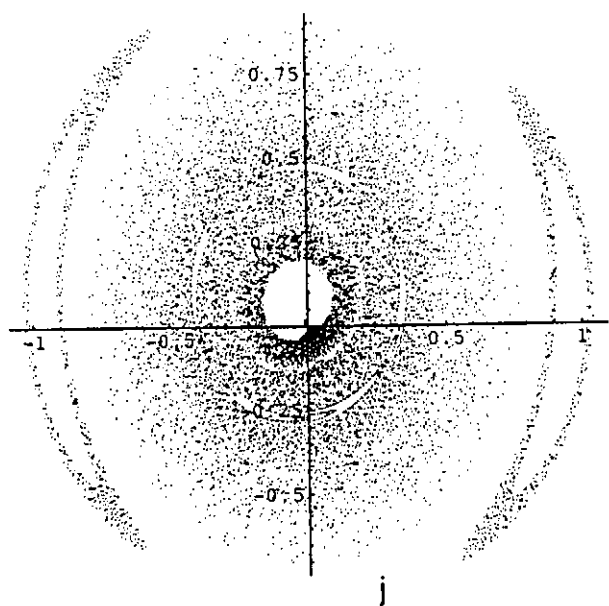
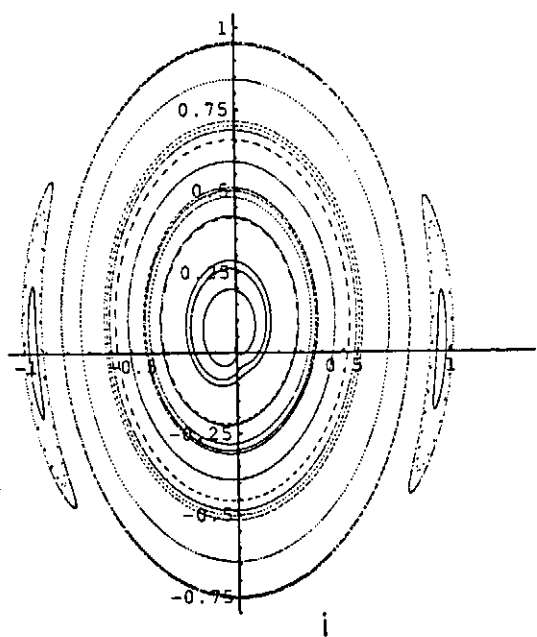
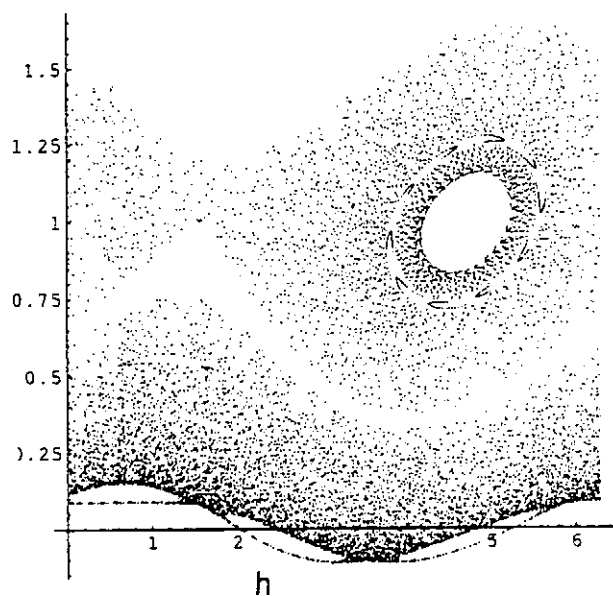
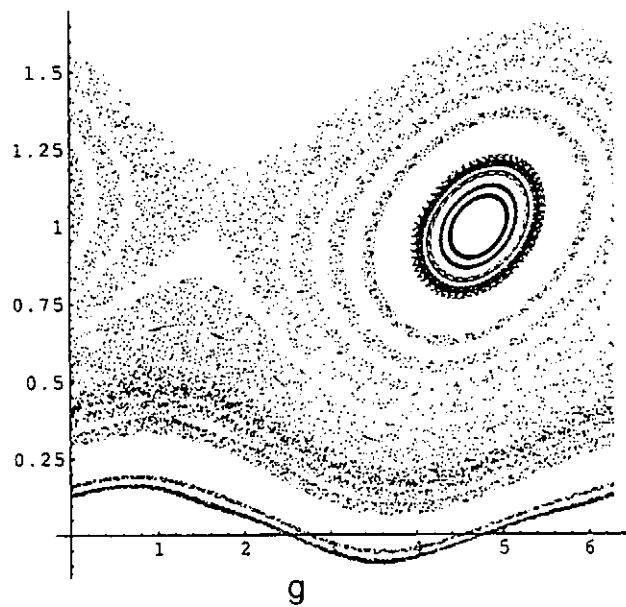
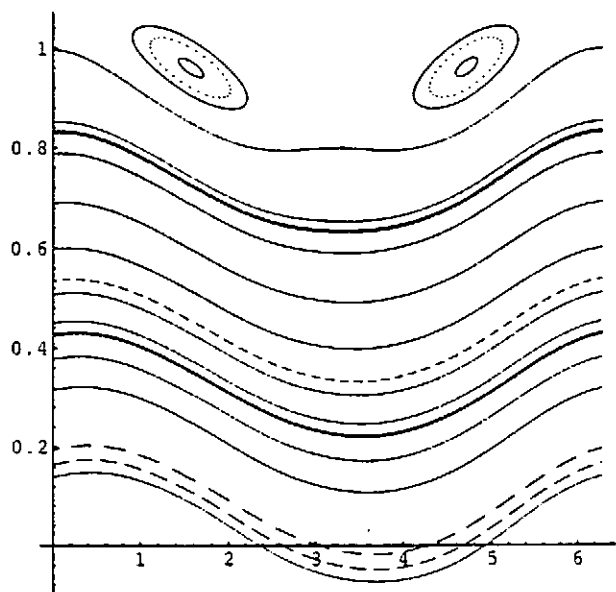
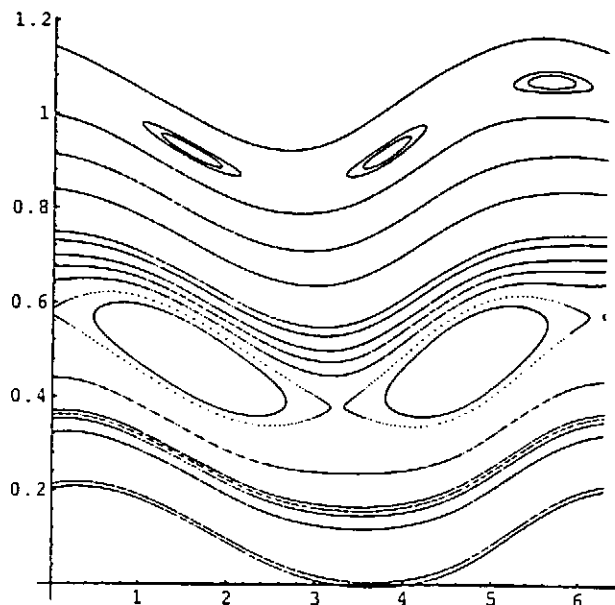


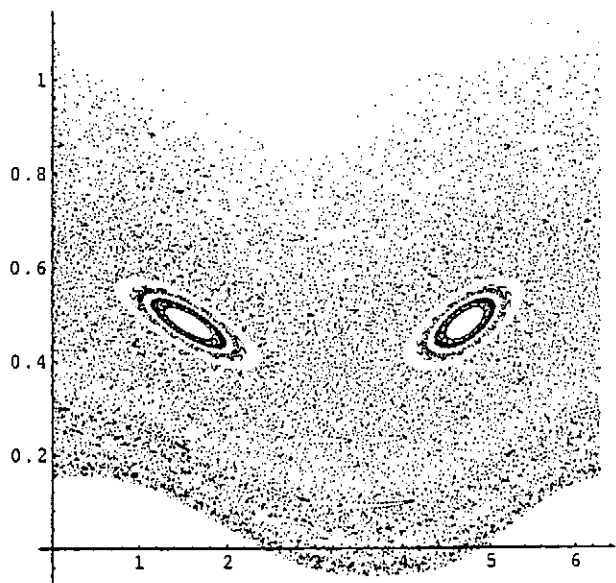
Fig.1



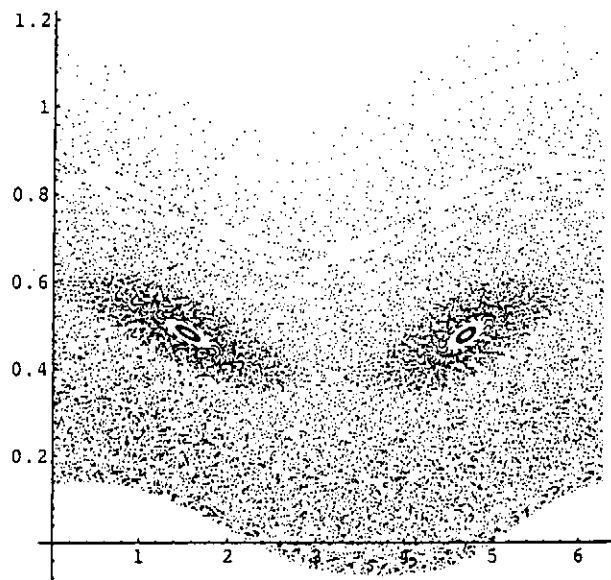
a



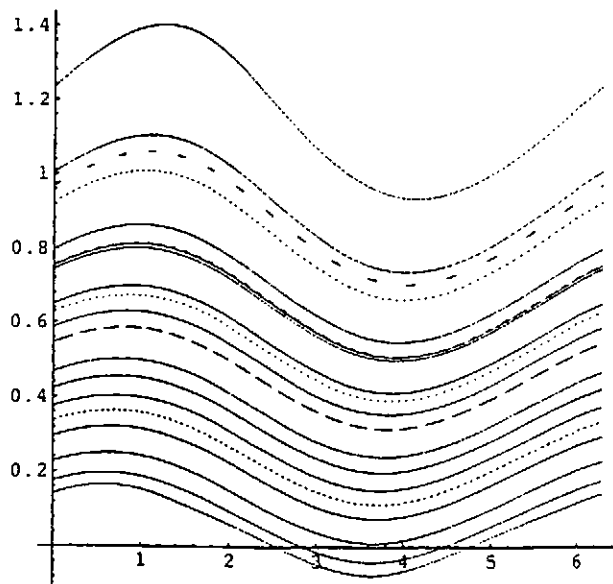
b



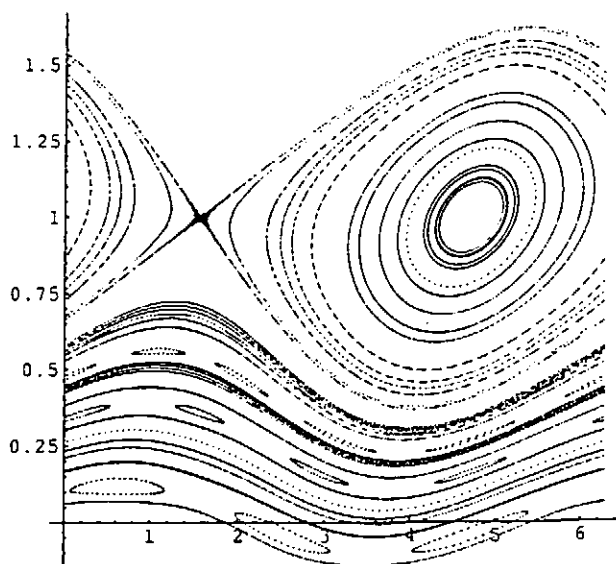
c



d



e



f

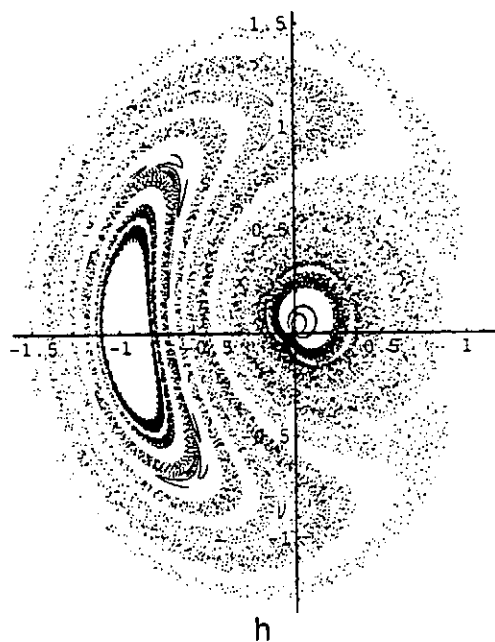
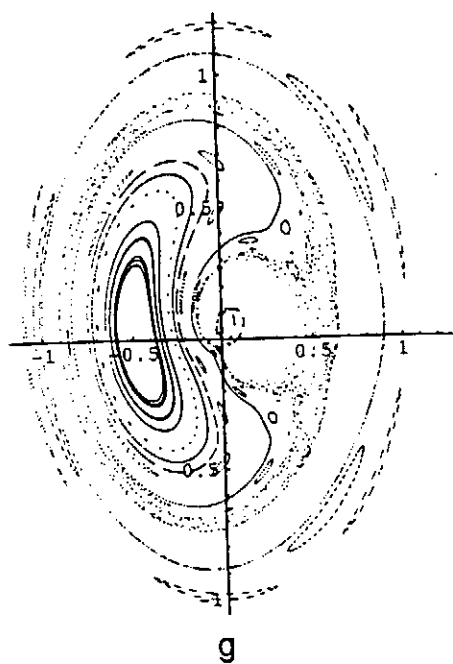
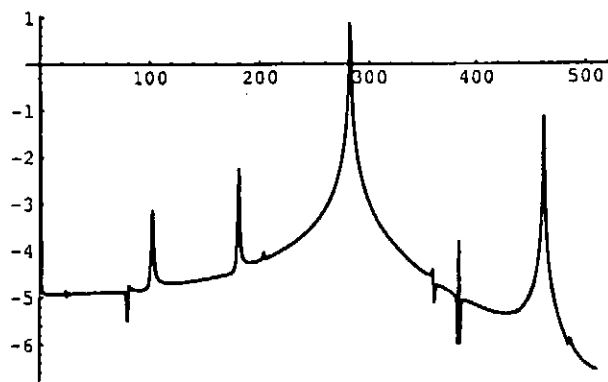
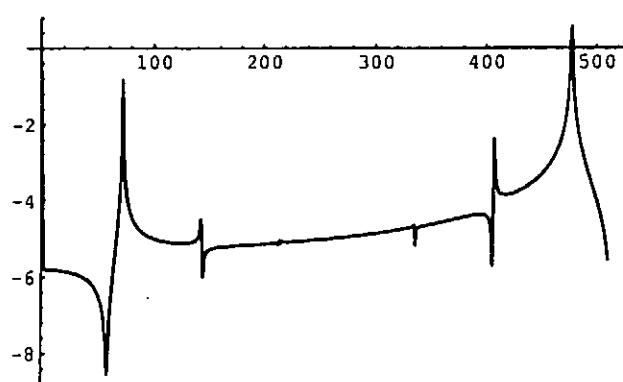
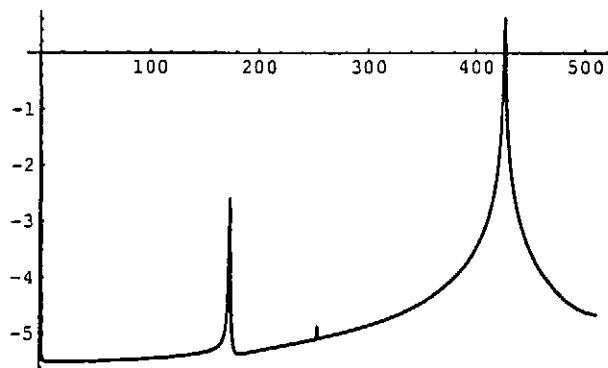
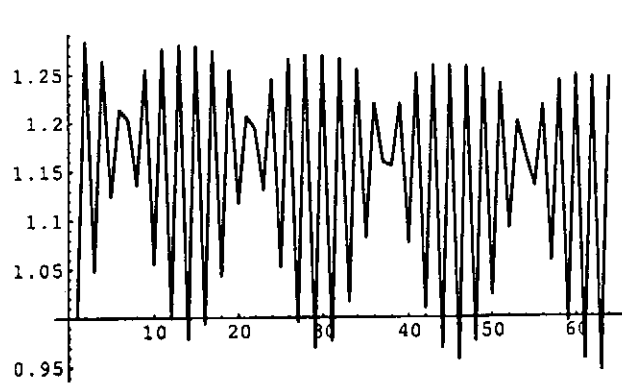
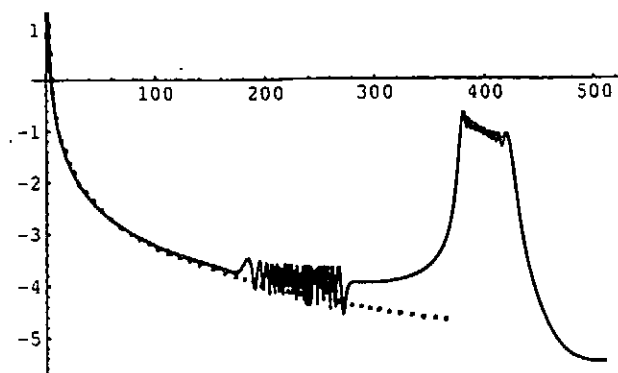
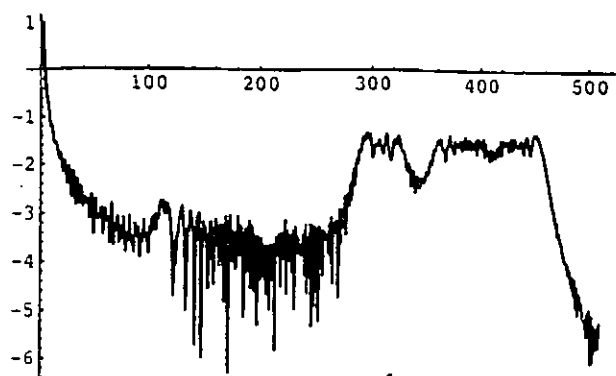


Fig.2

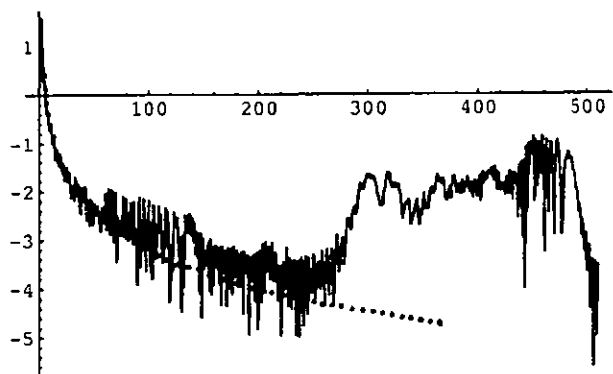




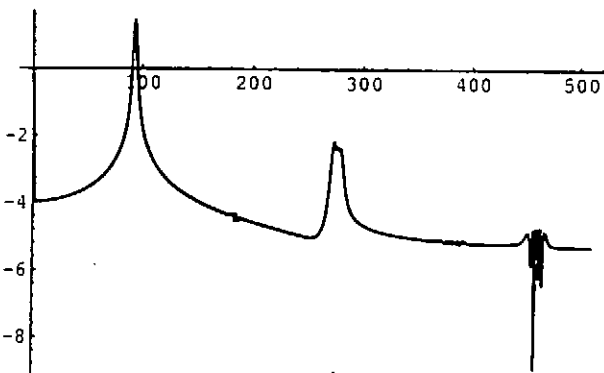
e



f

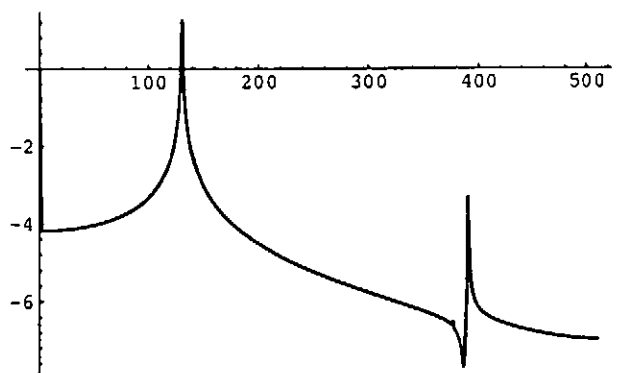


g

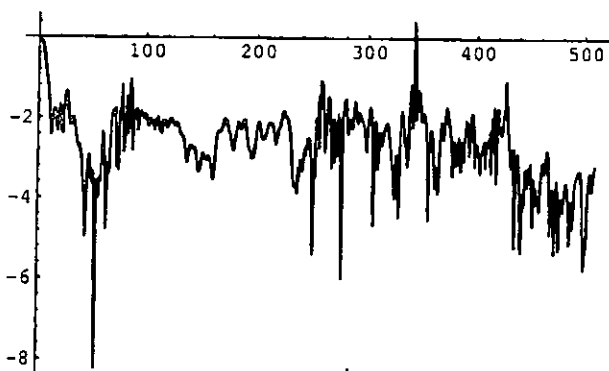


h

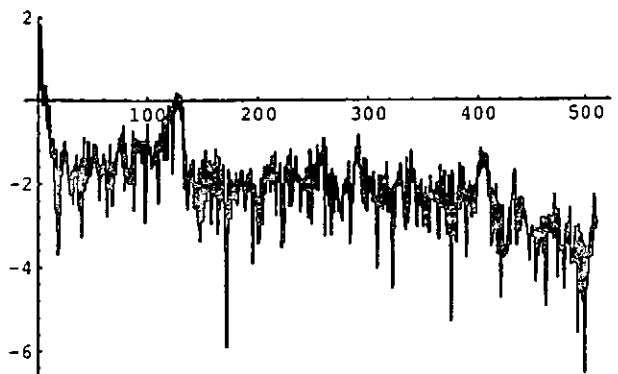
Fig.3



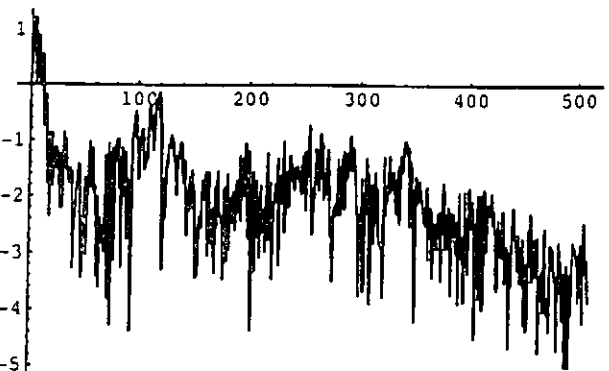
a



b

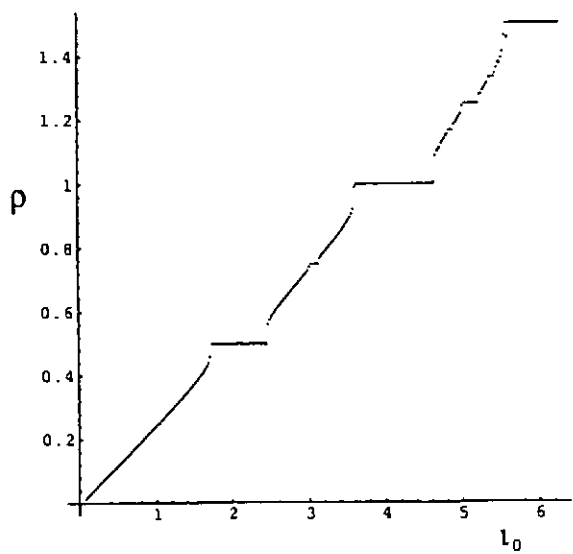


c

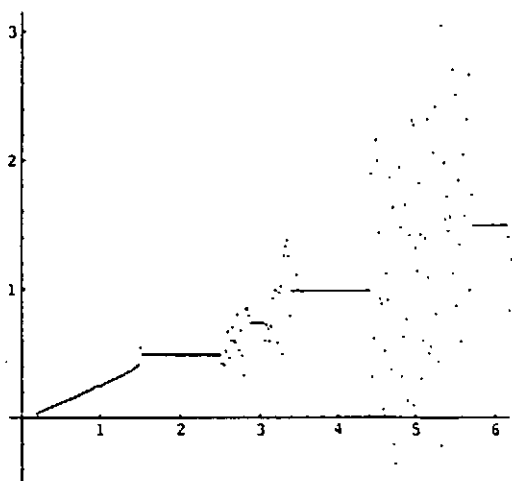


d

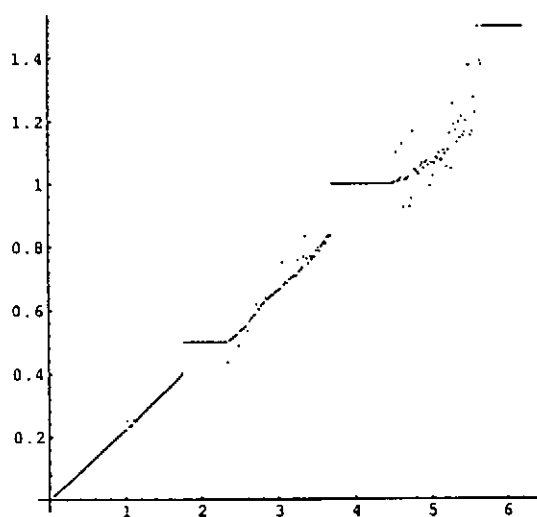
Fig.4



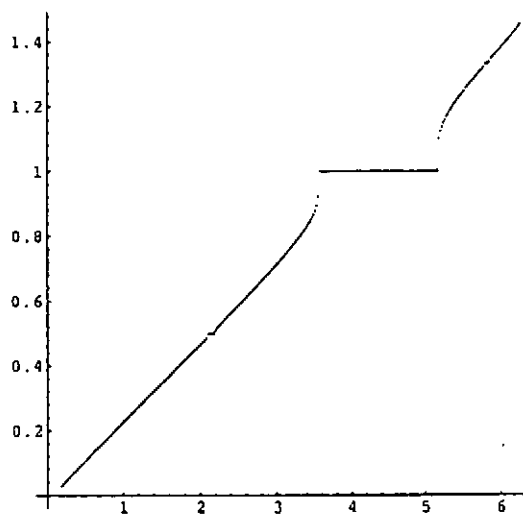
a



b

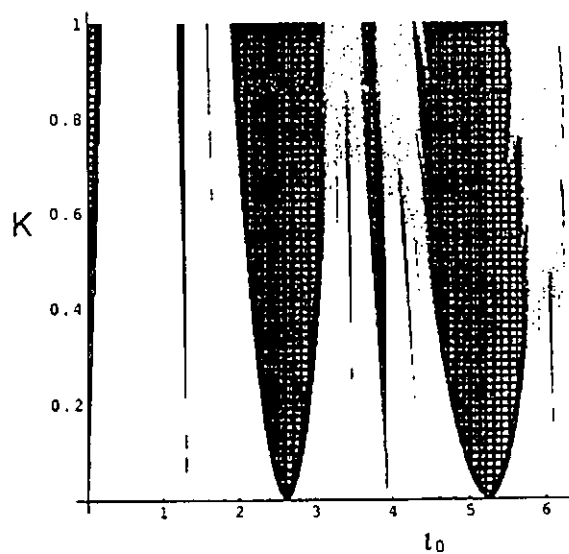


c

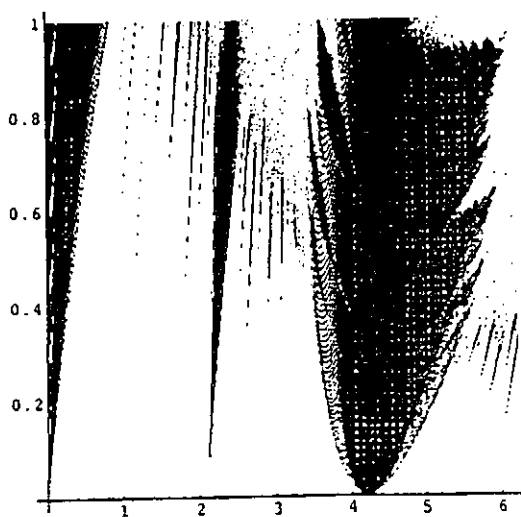


d

Fig.5



a



b

Fig.6

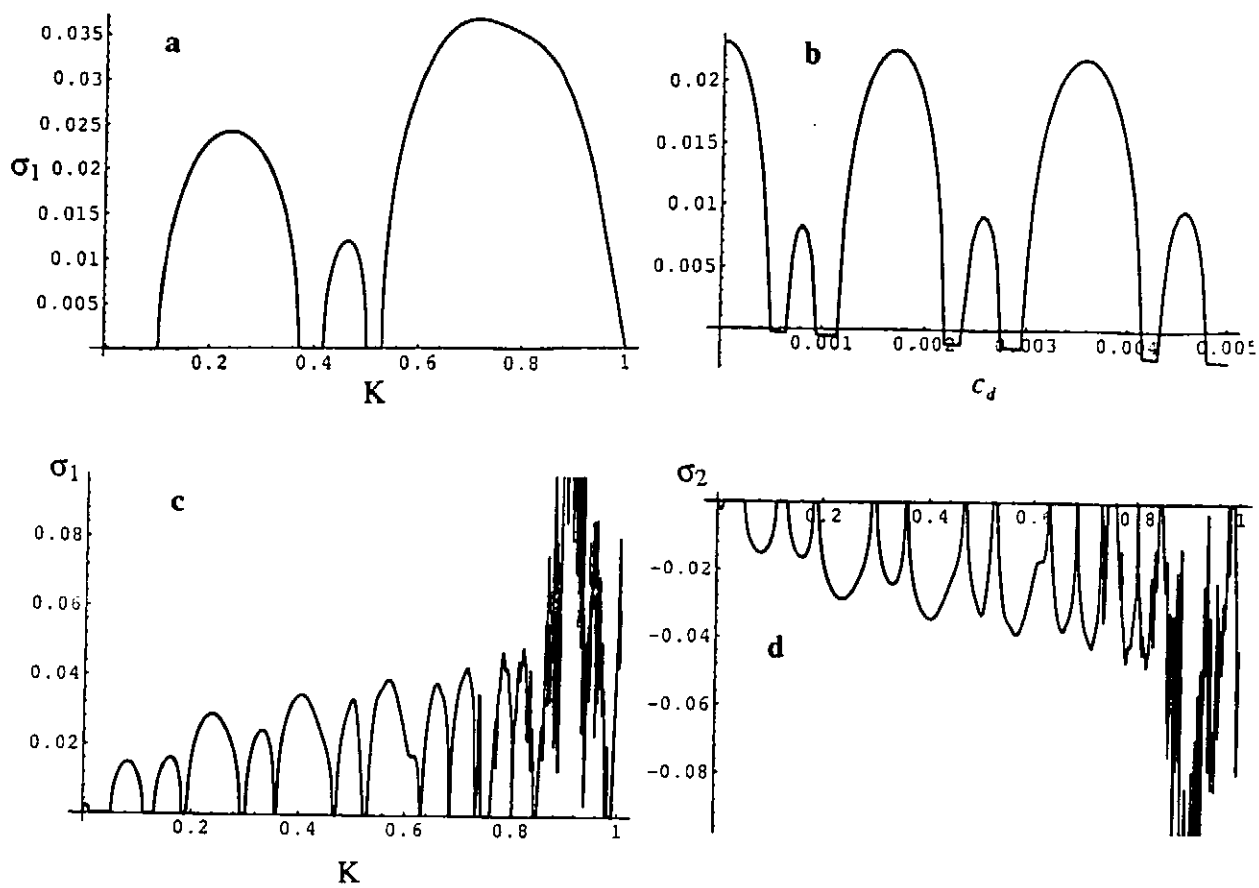
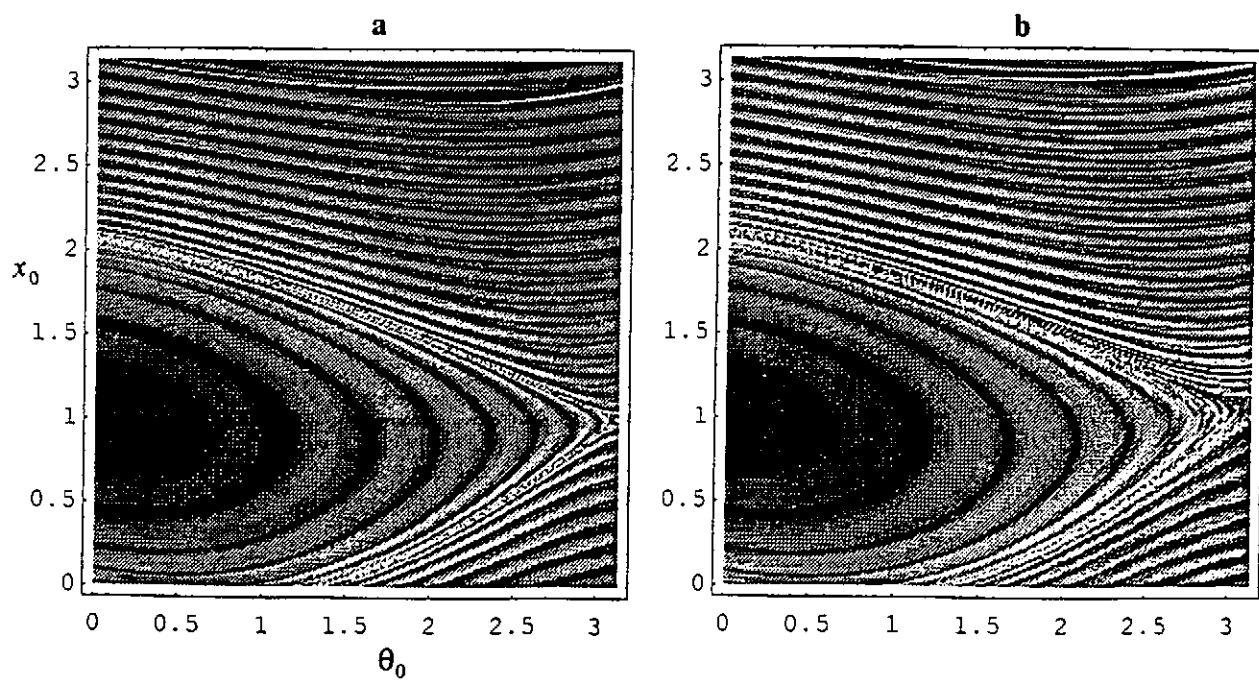


Fig. 7



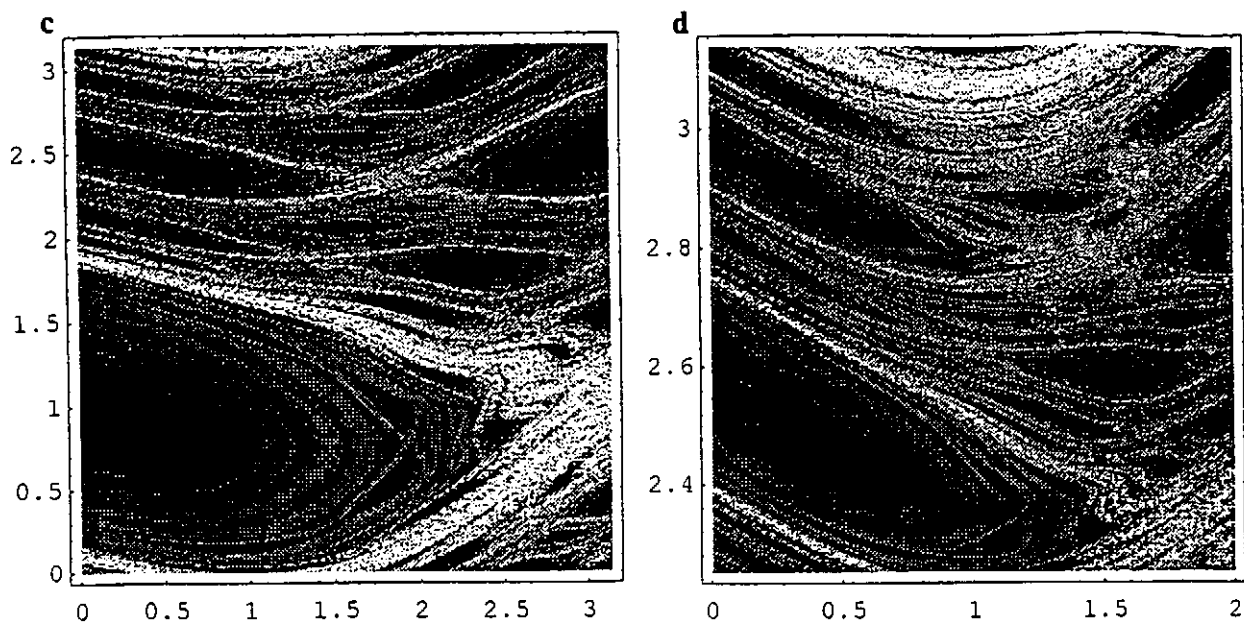


Fig. 8

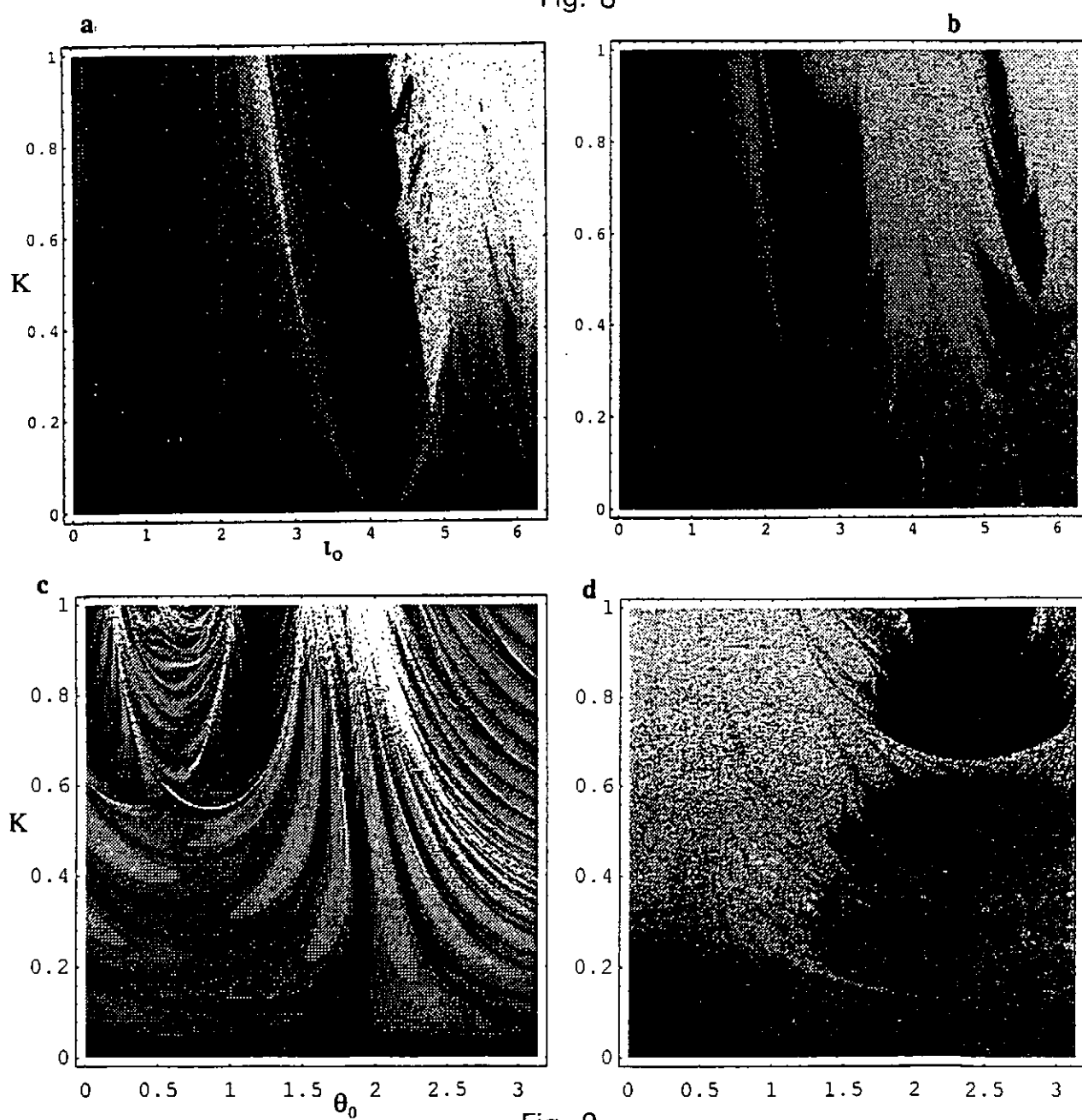


Fig. 9

円写像等によるヘリカル系磁気容器 磁気面乱れの評価

Evaluation of degradation of magnetic surfaces by circle mapping and others.

東京理科大学・理工・電気 小越澄雄, 三島木茂宏, 吉井啓一, 前田譲治

S. Kogoshi, S. Mishimagi, K. Yoshii, J. Maeda (Science University of Tokyo)

1. はじめに

核融合炉としての磁気容器の最も重要な性質の1つは、高 β プラズマを閉じ込めることが可能なことである。この β 値の限界を決める要因の1つは、高 β 時におけるシャフラノフシフト量であると言われてきた。しかし、最近の林氏等[1-3]の研究により、上記の平衡限界 β 値に達する前に、外側の磁気面が崩壊してしまう可能性のあることが分かってきた。ヘリカル系磁気容器においては、磁気面の乱れは、ヘリカル対称性が、トロイダル性により一部破れ、有理面のところで、磁気島が成長して始まると言われている[4]。また、磁気面の崩壊は、隣接する磁気島が成長して重なり合うことにより生じると考えられている[5]。こうした磁気面の乱れの程度を評価する指標として、通常、磁気面断面（ポアンカレ断面）における磁気島の巾が用いられてきた。しかし、この方法の欠点は、多量の計算が必要になること、及び隣接する磁気島の重なりが生じた後の乱れを定量化することができないことである。

そこで、我々は、3種類の磁気面乱れの評価法（(1)円写像による磁気面乱れの評価法、(2)回転変換値の分布による評価法及び(3)フラクタル次元による磁気面乱れの評価法）を提案し、磁気島の巾による評価法（従来法）と比較検討を行った。

本研究では、まず、低次の有理面（ $l = 2.0$ 、 $l = 2.3$ ）を持つヘリオトロロン型磁気容器を選び、そのコイルアスペクト比を変化させることにより、磁気島の大きさの変化を観測し

た。次に、このデータを基にして、上記の磁気面乱れの評価法について従来法との比較検討を行った。

2. 解析及び検討

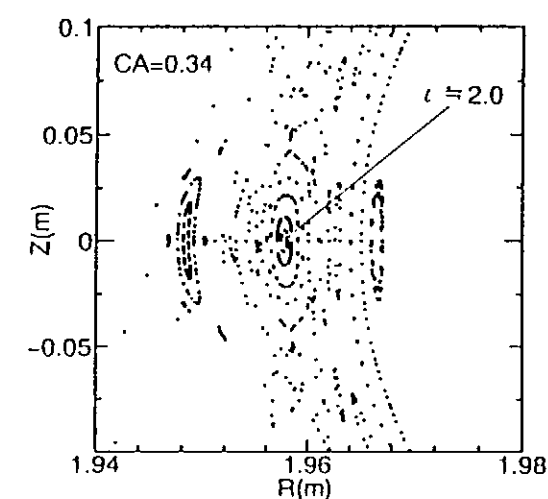
(1)コイルアスペクト比を変化させたときの磁気島の大きさの変化

表1に計算に用いたヘリオトロロン型磁気容器の仕様を示す。磁気面は磁力

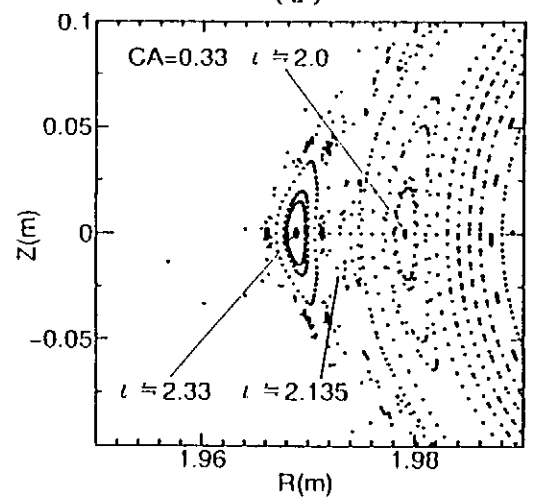
表1 装置パラメータ

極数	$L = 2$	コイル巻数	$M = 7$
主半径	$R_0 = 2.1 \text{ m}$		
小半径	$CA = 0.31 - 0.34 \text{ m}$		
垂直磁界コイル			
半径	$R_{\text{vout}} = 2.6 \text{ m}$		
	$R_{\text{vin}} = 1.6 \text{ m}$		
垂直位置	$Z_v = \pm 0.5 \text{ m}$		
電流比	$I_b / I_{\text{vout}} = -2.7$		
	$I_{\text{vin}} / I_{\text{vout}} = 0.956$		

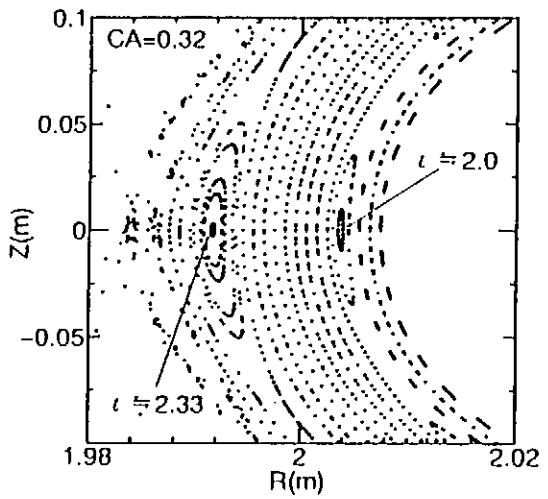
線の方程式を6次のルンゲクッタ法で解くことにより求めた。ポアンカレ断面は、磁力線をトロイダル方向に20周させたときのトロイダル角 $\phi = 0$ の面との交点及びこの面と対称な面での交点の集合として求めた。図1に周辺部のポアンカレ断面を示す。コイル小半径 CA の値を大きくすると、回転変換値 $l = 2.0$ 近辺の磁気島の大きさが大きくなっていくことが分かる。また $CA = 0.33$ のときには、回転変換値 2.0 と 2.3 の磁気島の境界辺りで、ポアンカレ断面が大きく乱れていることが分かる。これは、2つの磁



(a)



(b)



(c)

図1 コイルアスペクト比を変化させたときのポアンカレ断面の様子 (a)CA=0.34. (b)CA=0.33. (c)CA=0.32. 他のパラメータは表1に示した値。

気島が重なり、磁力線の振る舞いがカオス的となったためである。図2に $l = 2.0$ 近辺の磁気島の巾とその磁気島の中心で測ったアスペクト比との関係を示す。この図は、アスペクト比を小さくすると、よりトロイダル性が強まり磁気面の乱れが大きくなっていくことを示唆している。

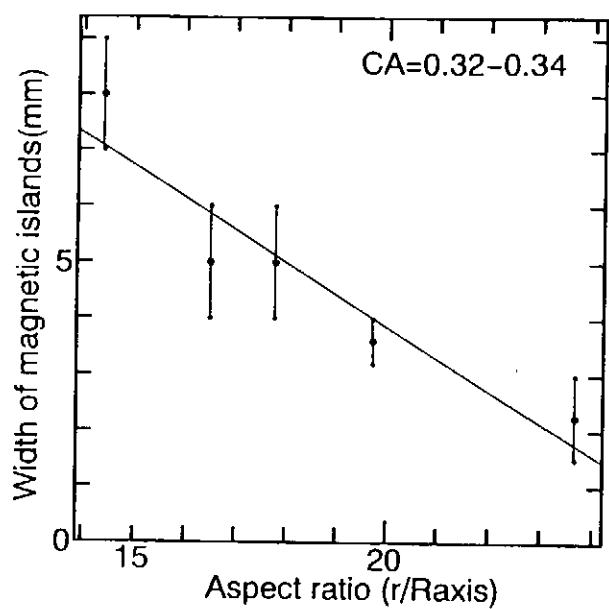


図2 磁気島の巾のアスペクト比依存性 ($l = 2.0$)

(2)円写像による磁気面乱れの評価法

ここでは、ポアンカレ断面におけるポロイダル角 θ_n の変化を円写像 ($\theta_{n+1} = \theta_n + K \sin(\theta_n + \alpha) + \Omega$) で近似し、駆動振動の振幅 K の値で、磁気面の乱れを評価できるかどうかの検討、及び $|K| > 1$ で円写像はカオスとなるが、このことに対応して隣接する磁気島の重なり部分の乱れの評価の指標となれるかどうかについて特に着目して解析を行った。

円写像は、二つの競合する周波数をもつ強制振動系を単純化したモデルであり、次式で表される。

$$\phi_{n+1} = \phi_n + (\kappa / 2\pi) * \sin(2\pi * \phi_n) + \omega \dots (1)$$

ここで、 $0 \leq \phi < 1$ 、正弦項は振幅
($\kappa / 2\pi$)の周期的駆動力、 ω は自然周波数と駆動周波数の比である。

この写像は円周をそれ自身に写像する。 $(\kappa / 2\pi) > 1$ のとき、円周はそれ自身の上に重なり、写像は反転不能となりカオス行動が生じる[6]。これは、無限個の自由度を経ずして、 T^2 トーラスからストレンジアトラクターへの遷移を示す一例である。

以下に、磁気面断面上でのポロイダル角の変化がこの円写像の式に位相角を加えた式で近似できることを示す。ある磁気面上における点pを考える。座標をトロイダル座標($R = R_0 + r * \cos(\theta)$)、 ϕ 、 $Z = r * \sin(\theta)$)とし、点pにおけるポロイダル角を θ 、トロイダル角を ϕ とすると、磁力線を表す θ 、 ϕ の関係式は次式となる。

$$\begin{aligned} d\theta/d\phi &= (R_0 B_\phi) / (r B_\theta) \\ &\approx (R_0 B_\phi / r) / (B_{\phi 0} / (1 + r/R_0 * \cos(\theta))) \\ &= (R_0 B_\phi / r B_{\phi 0}) * (1 + r/R_0 * \cos(\theta)) \\ &\approx \Omega * (1 + r/R_0 * \cos(\theta)) \end{aligned}$$

いま、点pを通過する磁力線がトロイダル方向にn回まわったときのポロイダル角を θ_n とすると、上式を積分して

$$\theta_{n+1} - \theta_n + r/R_0 * (\sin(\theta_{n+1}) - \sin(\theta_n)) = 2\pi\Omega$$

が得られる。

ここで、

$$\theta_{n+1} \approx \theta_n + 2\pi\Omega$$

と近似して上の式に代入し、整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \theta_{n+1} \approx \theta_n - 2 * (r/R_0) * \cos(\pi\Omega) * \sin(\theta_n + \pi\Omega) \\ + 2\pi\Omega \end{aligned}$$

この式を整理して次式の形で表す。

$$\theta_{n+1} = \theta_n + K * \sin(\theta_n + \alpha) + \Omega \quad \dots (2)$$

式(1)の 2π 倍し、位相角 α を加え

たものが式(2)となっていることが分かる。

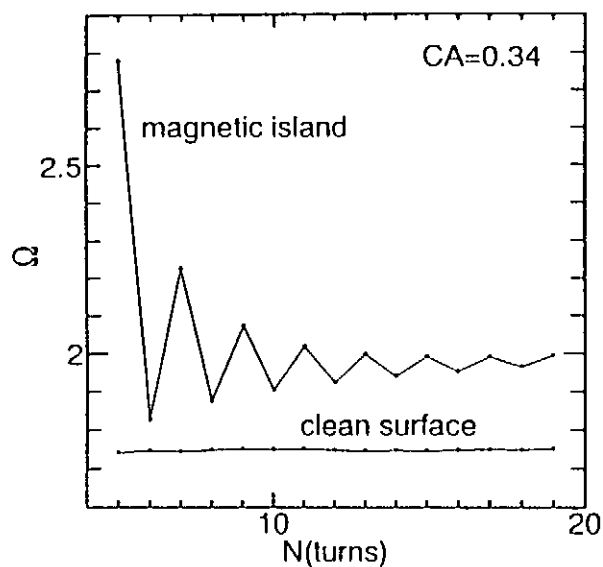
磁力線をトロイダル方向に20周させ、トロイダル角 $\phi = 0$ の面との交点におけるポロイダル角を求め、このポロイダル角の変化を最小2乗法により式(2)で近似した。トロイダル方向の周回数を20回としたのは、図3より分かるように、式(2)で近似した磁気島における回転変換値 Ω の値がこのあたりで、収束しているためである。表2に式(2)及び式(2)で $\alpha = 0$ としたときの近似の度合いを示す。ここで、ERRの項で示されている値は(平均誤差)/(回転変換角)*100の値である。

表2 解析結果と近似式との比較

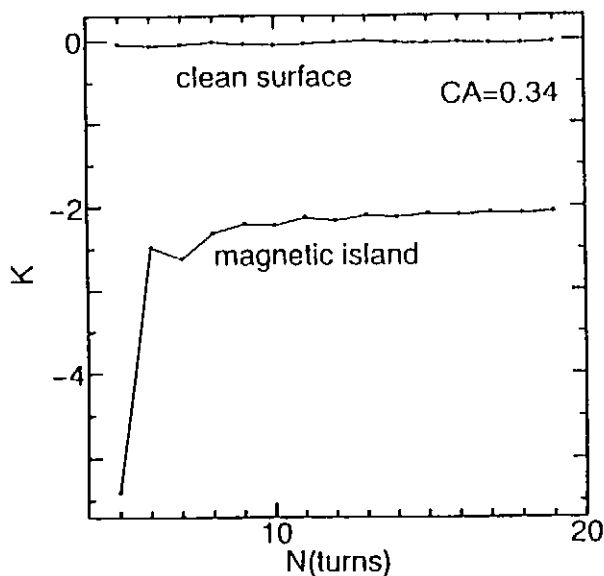
解析結果 $r(\text{cm})$	ι	近似式(2)					
		$\alpha \neq 0$			$\alpha = 0$		
		K	Ω	ERR	K	Ω	ERR
1.8	1.0	-0.0	1.0	0.0	-0.0	1.0	0.0
3.6	1.0	-0.1	1.0	0.1	0.0	1.0	2.0
5.4	1.1	-0.0	1.1	0.4	-0.0	1.1	5.6
7.3	1.2	-0.2	1.2	0.5	0.1	1.2	7.1
9.2	1.3	-0.9	1.3	0.2	0.4	1.3	4.3
11	1.5	-0.2	1.5	0.0	-0.2	1.5	0.4
13	1.8	-0.0	1.8	0.4	-0.0	1.8	3.2
14	2.0	-2.1	2.0	0.0	-2.1	2.0	0.0
16	2.3	-0.4	2.3	0.2	0.4	2.3	1.3

CA=0.34(m), others given in Table 1

この表から、式(2)のERRの値が小さく、よく近似できていることが分かる。図4に|K|の値の磁力線計算における出発点($Z = 0$, $\theta = 0$)のR座標(R1)依存性を示す。回転変換値 $\iota = 2.0$ 近辺で|K|の値が2近くになっていることが分かる。磁気島の巾とこの|K|値の関係を図5に示す。この図より磁気島の巾と|K|の値に



(a)



(b)

図3 Ω 、 K の値のトロイダル方向磁力線追跡回数 (N) 依存性

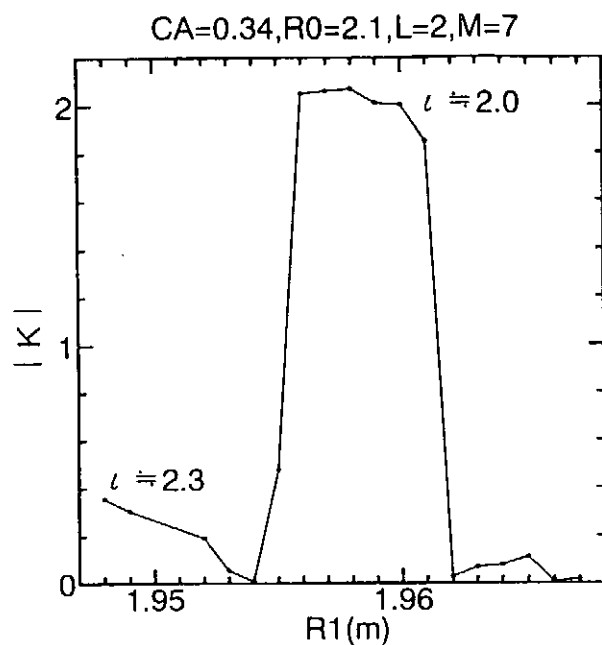
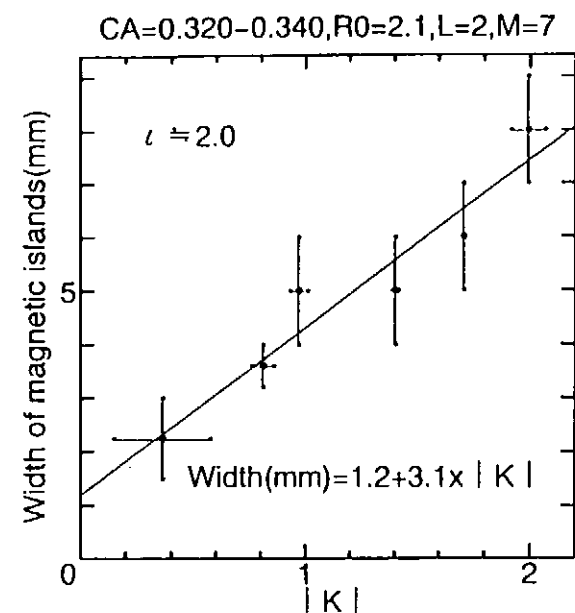


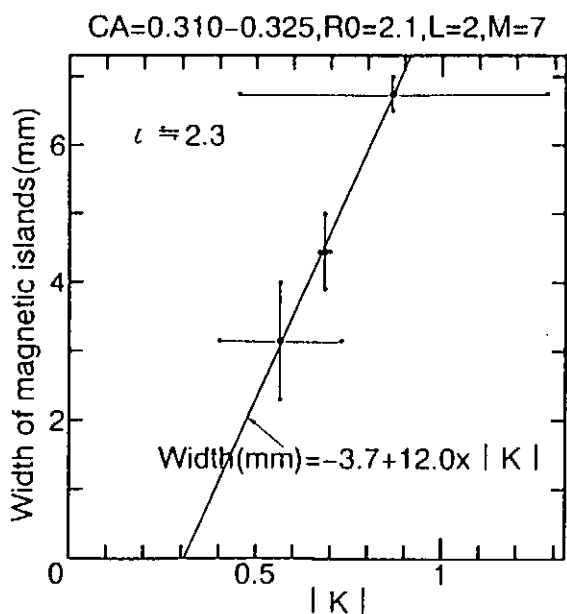
図4 $|K|$ の分布

は正の相関があることが分かる。もし、図4のように K の値の分布が、磁気島の所でほぼ平らになっていれば、空間的に $R1$ の値を細分して計算をする必要が無く、従来法より計算量を減らすことができる。しかし、図4以外の場合、磁気島においては、式(2)で近似した回転変換値が数値計算より求めた値より5%以上大きくなる例があった。そして、そのときの $|K|$ の値は、近辺の値より大きな値となっていた(図5ではこれらの値は除いてある)。従って、今回用いた近似式(2)では、従来法と同じ程度の空間的に緻密な計算が必要であった。我々は、近似式(2)の改良が必要であると考えている。 K の値の $R1$ 方向分布より磁気島の巾を推定する場合も、計算量は従来法と同程度となる。

次に、隣接する磁気島が重なり合ったと思われるポアンカレ断面(図6のNO.18, X印)の $|K|$ の値を求めてみると約0.003であった。一方 $|K| > 1$ の磁力線の $\phi-\theta$ 面での軌跡を見てみると2本の磁力線(図7、直線と破線で



(a)



(b)

図5 磁気島の巾対 $|K|$
(a) $\iota \approx 2.0$, (b) $\iota \approx 2.3$

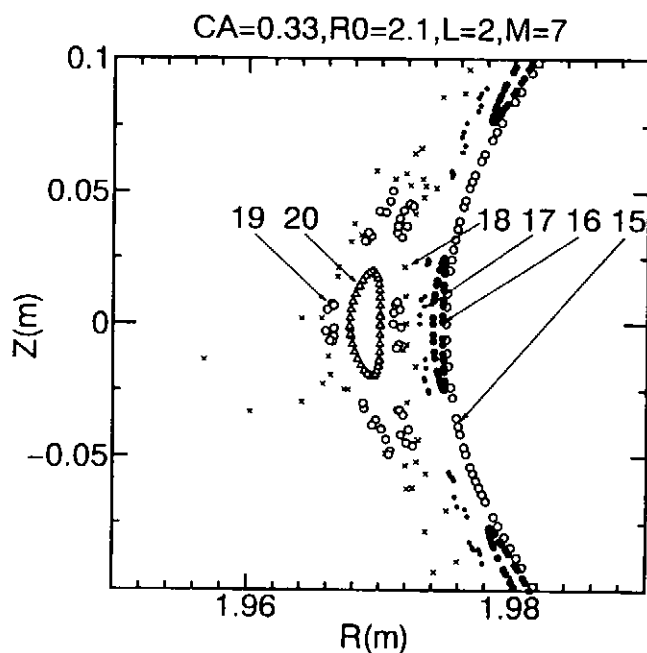


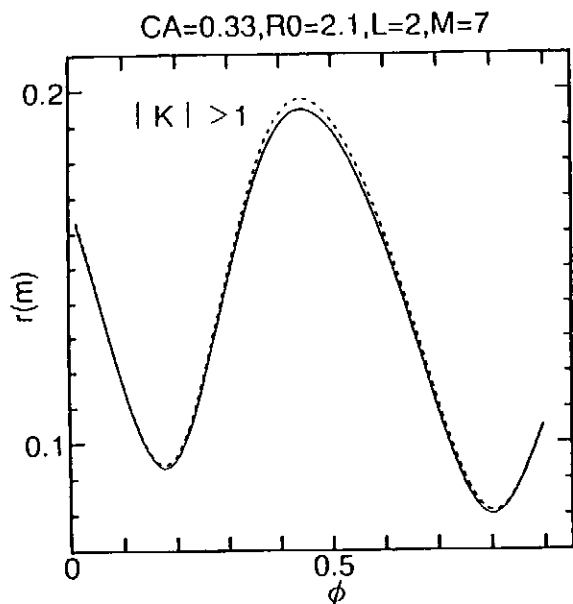
図6 隣接する磁気島が重なり合ったポアンカレ断面 ($CA=0.33$)

表示) が交差しているように見える。しかし $\phi-r$ 面 (r は磁気軸からの距離) でみると交差しているとおもわれた箇所で r の値が異なっていて、実際には交差していないことが分かる。こうした領域の乱れを評価するには、小半径 r 方向も含む、より有効な写像法の開発が必要であると考えられる。

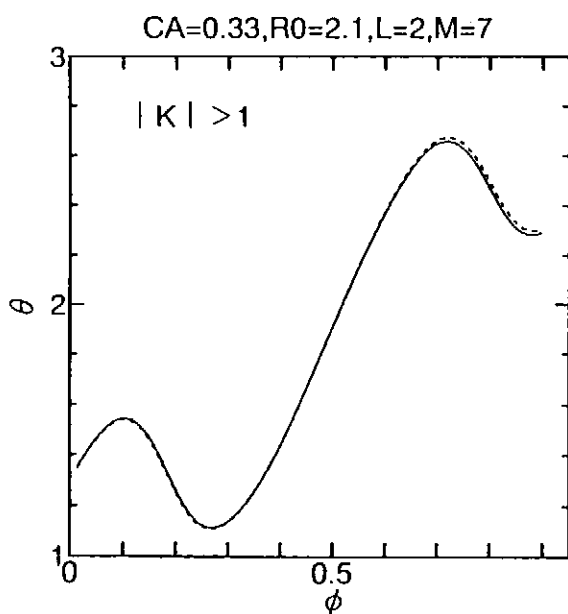
以上のことから、今回用いた円写像法は、磁気面乱れの評価法として使用可能と考えられるが、磁気島の巾による評価法と比較して、特に計算量を減らす効果はなく、また隣接する磁気島の重なりにより生じたポアンカレ断面の乱れの評価には使用できないと考えられる。

(3) 回転変換値の分布による評価法

磁気島を構成する磁力線は、磁気島の中心を回りながら、磁気島の中心と同様に、磁気軸の回りを回転していると考えられる。従って、磁気島を構成している磁気面の回転変換値はほぼ同一の値となることが予想される。このことから、回転変換値が一定となった



(a)



(b)

図7 磁力線の ϕ - r , ϕ - θ 面プロット
($CA=0.33$)

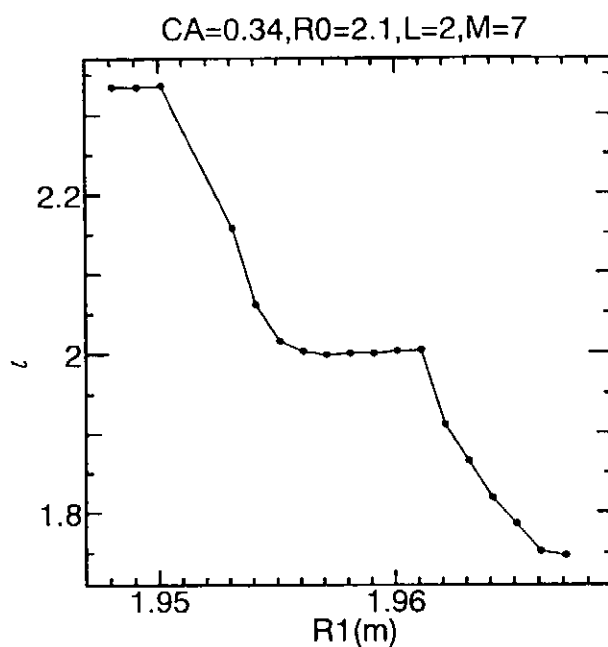


図8 回転変換値 (l) の $R1$ 依存性

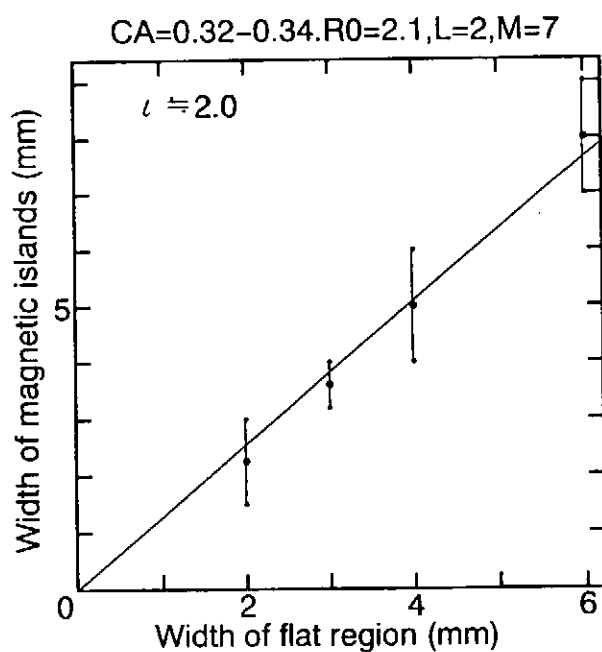
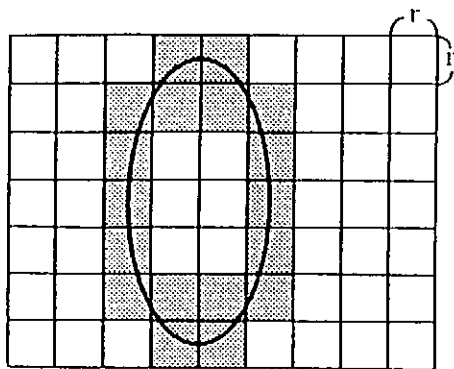
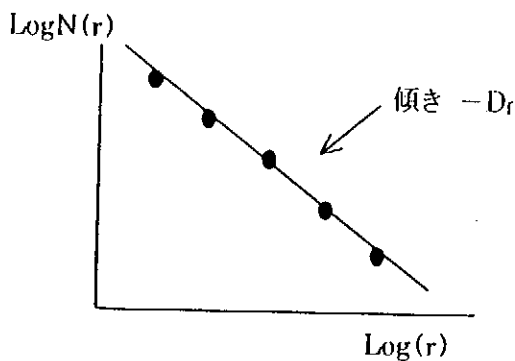


図9 磁気島の巾と回転変換値は平らな領域の巾の関係 ($l=2.0$ 近辺)

磁気面の巾より磁気島の巾を推定できるのではないかと考えている。



(a) 一辺 r の正方形で図形を覆う



(b) グラフから傾き $-D_f$ を求める

図 10 カバー法

回転変換値の $R1$ (磁力線計算の出発点の R 座標) 依存性を図 8 に示す。回転変換値 $t = 2.0$ 、 $t = 2.33$ の磁気島領域で分布が平らになっていることが分かる。この平らになっている領域 (磁気島中心での回転変換値の $\pm 1\%$ の領域) の巾と磁気島の巾との関係を図 9 に示す。回転変換値の値はトロイダル方向 10 周程度で収束するので、この方法は、従来法 (20 周程度必要) より計算量を減らすことができる。しかし、隣接する磁気島の重なりにより生じたポアンカレ断面に対応する回転変換値には特に特徴的な変化

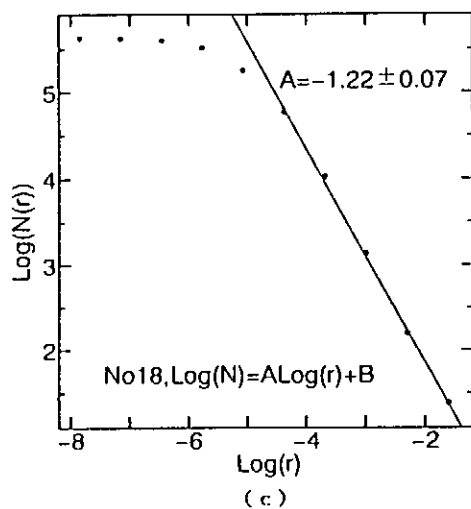
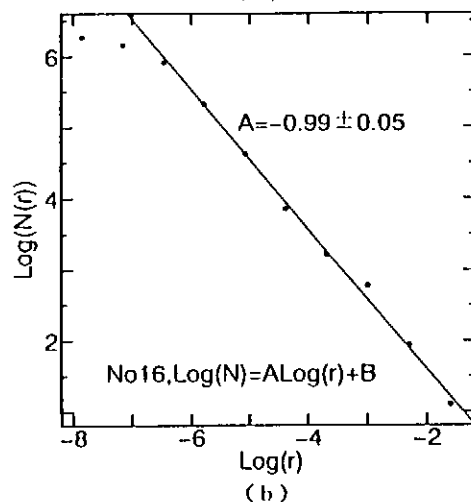
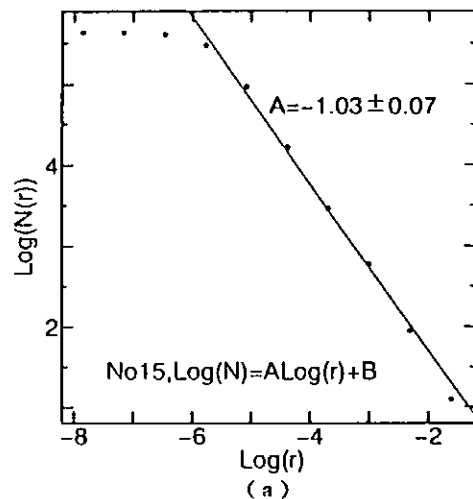


図 11 各種磁気面のフラクタル次元
(a) clean surface, (b) magnetic island, (c) chaotic plot.

は見られなかった。従って、この場合の乱れの評価には使用できないと考えられる

(4)フラクタル次元による磁気面乱れの評価法

今までに述べてきた方法は、隣接する磁気島の重なりにより生じたポアンカレ断面の乱れの評価法としては、不適であった。一方、隣接した磁気島が重なった部分の磁力線は、カオス的挙動を示すと言われる。その場合、そのポアンカレ断面のフラクタル次元は1~2の間の非整数となると予想される。一方きれいな磁気面の次元は1となると考えられる。そこで、フラクタル次元により、隣接した磁気島の磁気面が重なり合った後のポアンカレ断面の乱れを評価できるのではないかと考えて以下の解析を行った。すなわち、フラクタル次元により、こうした磁力線のポアンカレ断面と他の磁力線のポアンカレ断面を区別できるかどうかを調べた。フラクタル次元の計算方法としては、カバー法[7,8]を用いた。図10を用いて簡単にカバー法について説明する。まず、ポアンカレ断面の描かれている空間を1辺 r の正方形に分割し、磁力線のプロット点の一部を含むような正方形の数 $N(r)$ を求める。1辺の長さ r の値を変化させたとき、

$$N(r) \propto r^{-D_f}$$

という関係式が成立すれば、そのときフラクタル次元は D_f である。この次元は容量次元と呼ばれる。実際には、図10(b)のようにグラフの傾きより次元の値を求める。図11に図6に示した、きれいな磁気面(No15)、磁気島(No16)、磁気島が重なったポアンカレ断面(No18)の $\log N(r)$ と $\log(r)$ の関係を示す。これらの図よりきれいな磁気面、及び磁気島のフラクタル次元は、ほぼ1であるのに対して、磁気島が重なったポアンカレ断面の次元は1.2

程度となり、他と判別できることが分かる。なお、図11(b)のポアンカレ断面を求めるにあたっては、磁力線のトロイダル方向周回数を40回とした。他の例は20回である。回数を増加させると、ポアンカレ断面が緻密となり、図11から分かるように、 $\log(r)$ のより小さな値の所まで直線で表され、より精度の良いフラクタル次元を求めることができる。

過去において、モジュール型ステラレータの大きく乱れた磁気面でのフラクタル次元の値が1.2~1.3と報告[8]されているが、これらと今回の値は同程度の値である。しかし、今回の一連の計算では、磁気島が重なり合った箇所でのポアンカレ断面を幾種類も求めることができなかったこと等のため、乱れの定量化の議論はできなかった。しかし、フラクタル次元の値が一種の複雑さの度合いも表すので、この値による乱れの定量化が可能であると考えている。

3. まとめ

今回の研究で得られた結果を以下にまとめる。

(1)磁気面乱れの評価法として今回提案した3方法はいずれも有効な方法である。この内、計算量の観点から判断すると、回転変換値の分布のプラトー領域の広さで評価する手法が最も優れている。

(2)隣接する磁気島の重なり領域のポアンカレ断面の乱れの評価はフラクタル次元により評価できると考えられる。円写像法における周期的駆動力 K の値からこの領域の乱れを評価することはできなかった。 K の絶対値が1を超えた磁気島の磁気面では、磁力線は交差していなかった。こうした領域の乱れを評価するには、小半径 r 方向も含むより有効な写像法の開発が必要であると考えられる。

参考文献

- [1]T.Hayashi, T.Sato and A.Takei;
Phys. Fluids B 2,(1990)329.
- [2]T.Hayashi, A.Takei, N. Ohyabu
and T.Sato: Nucl. Fusion 31
(1991)1767.
- [3]T.Hayashi, A.Takei and T.Sato;
Phys. Fluids B 4,(1992)1539.
- [4]T.Hatori;「核融合研究Ⅰ」、池上
英雄他編、p805.1996,名古屋大学出
版会.
- [5]R.B.White, "THEORY OF TOKAMAK
PLASMA",NORTH-HOLLAND PHYSICS,
1989.
- [6]J. M. T. Thompson and H. B. Stewart
(武者利光監訳、橋口住久訳) ;
「NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS
(非線形力学とカオス)」、1986,
John Wiley & Sons Ltd.(オーム社,
p282)。
- [7]J. Feder (松下貢他訳) ;「フラクタ
ル」、1991、啓学出版.
- [8]伊藤良治他：電気学会研究会資料、
EP-95-61.1995

Publication List of NIFS-PROC Series

- | | |
|--------------|--|
| NIFS-PROC-1 | <i>"U.S.-Japan on Comparison of Theoretical and Experimental Transport in Toroidal Systems Oct. 23-27, 1989", Mar. 1990</i> |
| NIFS-PROC-2 | <i>"Structures in Confined Plasmas –Proceedings of Workshop of US-Japan Joint Institute for Fusion Theory Program–"; Mar. 1990</i> |
| NIFS-PROC-3 | <i>"Proceedings of the First International Toki Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion –Next Generation Experiments in Helical Systems– Dec. 4-7, 1989" Mar. 1990</i> |
| NIFS-PROC-4 | <i>"Plasma Spectroscopy and Atomic Processes –Proceedings of the Workshop at Data & Planning Center in NIFS–"; Sep. 1990</i> |
| NIFS-PROC-5 | <i>"Symposium on Development of Intensified Pulsed Particle Beams and Its Applications February 20 1990"; Oct. 1990</i> |
| NIFS-PROC-6 | <i>"Proceedings of the Second International TOKI Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion , Nonlinear Phenomena in Fusion Plasmas -Theory and Computer Simulation-"; Apr. 1991</i> |
| NIFS-PROC-7 | <i>"Proceedings of Workshop on Emissions from Heavy Current Carrying High Density Plasma and Diagnostics"; May 1991</i> |
| NIFS-PROC-8 | <i>"Symposium on Development and Applications of Intense Pulsed Particle Beams, December 6 - 7, 1990"; June 1991</i> |
| NIFS-PROC-9 | <i>"X-ray Radiation from Hot Dense Plasmas and Atomic Processes"; Oct. 1991</i> |
| NIFS-PROC-10 | <i>"U.S.-Japan Workshop on "RF Heating and Current Drive in Confinement Systems Tokamaks" Nov. 18-21, 1991, Jan. 1992</i> |
| NIFS-PROC-11 | <i>"Plasma-Based and Novel Accelerators (Proceedings of Workshop on Plasma-Based and Novel Accelerators) Nagoya, Japan, Dec. 1991"; May 1992</i> |
| NIFS-PROC-12 | <i>"Proceedings of Japan-U.S. Workshop P-196 on High Heat Flux Components and Plasma Surface Interactions for Next Devices"; Mar. 1993</i> |
| NIFS-PROC-13 | 『NIFS シンポジウム
「核燃焼プラズマの研究を考える－現状と今後の取り組み方」
1992年7月15日、核融合科学研究所』
1993年7月 |

NIFS Symposium

"Toward the Research of Fusion Burning Plasmas -Present Status and Future strategy-", 1992 July 15, National Institute for Fusion Science"; July 1993 (in Japanese)

NIFS-PROC-14 *"Physics and Application of High Density Z-pinchs", July 1993*

NIFS-PROC-15 岡本正雄、講義「プラズマ物理の基礎」
平成 5 年度 総合大学院大学
1994 年 2 月
M. Okamoto,
"Lecture Note on the Bases of Plasma Physics"
Graduate University for Advanced Studies
Feb. 1994 (in Japanese)

NIFS-PROC-16 代表者 河合良信
平成 5 年度 核融合科学研究所共同研究
研究会報告書
「プラズマ中のカオス現象」
"Interdisciplinary Graduate School of Engineering Sciences"
Report of the meeting on Chaotic Phenomena in Plasma
Apr. 1994 (in Japanese)

NIFS-PROC-17 平成 5 年度 NIFS シンポジウム報告書
「核融合炉開発研究のアセスメント」
平成 5 年 11 月 29 日-30 日 於 核融合科学研究所
"Assessment of Fusion Reactor Development"
Proceedings of NIFS Symposium held on November 29-30,
1993 at National Institute for Fusion Science" Apr. 1994
(in Japanese)

NIFS-PROC-18 *"Physics of High Energy Density Plasmas Produced by Pulsed Power" June 1994*

NIFS-PROC-19 K. Morita, N. Noda (Ed.),
"Proceedings of 2nd International Workshop on Tritium Effects in Plasma Facing Components at Nagoya University, Symposium Hall, May 19-20, 1994", Aug. 1994

NIFS-PROC-20 研究代表者 阿部 勝憲 (東北大学・工学部)
所内世話人 野田信明
平成 6 年度 核融合科学研究所共同研究 [研究会]
「金属系高熱流束材料の開発と評価」成果報告書
K. Abe and N. Noda (Eds.),
"Research and Development of Metallic Materials for Plasma Facing and High Heat Flux Components" Nov. 1994
(in Japanese)

NIFS-PROC-21 世話人：森田 健治 (名大工学部)、金子 敏明 (岡山理科大学理学部)
「境界プラズマと炉壁との相互作用に関する基礎過程の研究」

研究会報告

K. Morita (Nagoya Univ.), T. Kaneko (Okayama Univ. Science)(Eds.)
"NIFS Joint Meeting "Plasma-Divertor Interactions" and
"Fundamentals of Boundary Plasma-Wall Interactions"
January 6-7, 1995 National Institute for Fusion Science"
Mar. 1995 (in Japanese)

NIFS-PROC-22

代表者 河合 良信
プラズマ中のカオス現象
Y. Kawai,
"Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasma, 1994"
Apr. 1995 (in Japanese)

NIFS-PROC-23

K. Yatsui (Ed.),
"New Applications of Pulsed, High-Energy Density Plasmas";
June 1995

NIFS-PROC-24

T. Kuroda and M. Sasao (Eds.),
"Proceedings of the Symposium on Negative Ion Sources and Their
Applications, NIFS, Dec. 26-27, 1994", Aug. 1995

NIFS-PROC-25

岡本 正雄
新古典輸送概論 (講義録)
M. Okamoto,
"An Introduction to the Neoclassical Transport Theory"
(Lecture note), Nov. 1995 (in Japanese)

NIFS-PROC-26

Shozo Ishii (Ed.),
"Physics, Diagnostics, and Application of Pulsed High Energy
Density Plasma as an Extreme State"; May 1996

NIFS-PROC-27

代表者 河合 良信
プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象
Y. Kawai ,
"Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasmas and
Beyond, 1995", Sep. 1996 (in Japanese)

NIFS-PROC-28

T. Mito (Ed.),
"Proceedings of the Symposium on Cryogenic Systems for Large Scale
Superconducting Applications", Sep. 1996

NIFS-PROC-29

岡本 正雄
講義「核融合プラズマ物理の基礎 - I」
平成 8 年度 総合研究大学院大学 数物科学研究科 核融合科学専攻
1996年 10月
M. Okamoto
"Lecture Note on the Fundamentals of Fusion Plasma Physics - I"
Graduate University for Advanced Studies; Oct. 1996 (in Japanese)

NIFS-PROC-30

研究代表者 栗下 裕明 (東北大学金属材料研究所)
所内世話人 加藤 雄大
平成 8 年度核融合科学研究所共同研究
「被損傷材料の微小体積強度評価法の高度化」研究会
1996年 10月 9日 於：核融合科学研究所

H. Kurishita and Y. Katoh (Eds.)

*NIFS Workshop on Application of Micro-Indentation Technique to
Evaluation of Mechanical Properties of Fusion Materials, Oct. 9,
1996, NIFS*

Nov. 1996 (in Japanese)

NIFS-PROC-31

岡本 正雄
講義「核融合プラズマ物理の基礎 - II」
平成 8 年度 総合研究大学院大学 数物科学研究科 核融合科学専攻
1997年 4月

M. Okamoto

"Lecture Note on the Fundamentals of Fusion Plasma Physics - II"
Graduate University for Advanced Studies; Apr. 1997 (in Japanese)

NIFS-PROC-32

代表者 河合 良信
平成8年度 核融合科学研究所共同研究
研究会報告「プラズマ中のカオスとその周辺非線形現象」

Y. Kawai (Ed)

*Report of the Meeting on Chaotic Phenomena in Plasmas and
Beyond, 1996; Apr. 1997 (mainly in Japanese)*