

## NATIONAL INSTITUTE FOR FUSION SCIENCE

平成 15 年度核融合科学研究所共同研究  
「大型シミュレーション研究」報告会  
集録

Proceedings of the Meeting  
on Large Scale Computer Simulation Research

(Received - Apr. 1, 2004 )

NIFS-PROC-56

Apr. 2004

This report was prepared as a preprint of work performed as a collaboration research of the National Institute for Fusion Science (NIFS) of Japan. This document is intended for information only and for future publication in a journal after some rearrangements of its contents.

Inquiries about copyright and reproduction should be addressed to the Research Information Center, National Institute for Fusion Science, Oroshi-cho, Toki-shi, Gifu-ken 509-5292 Japan.

**RESEARCH REPORT**  
**NIFS-PROC Series**

平成 15 年度核融合科学研究所共同研究「大型シミュレーション研究」報告会  
集録

Proceedings of the meeting on Large Scale Computer Simulation Research

Key word: simulation, collaboration, large-scale computer simulation

Abstract

The meeting to summarize the collaboration activities for FY2003 on the Large Scale Computer Simulation Research was held January 15-16, 2004 at Theory and Computer Simulation Research Center, National Institute for Fusion Science. Recent simulation results, methodologies and other related topics were presented.

## はじめに

この冊子は平成16年1月15日から16日まで核融合科学研究所において行われた平成15年度核融合科学研究所共同研究「大型シミュレーション研究」成果報告会での発表内容を集めたものです。

核融合科学研究所では平成3年度の初代大型シミュレーション研究用解析装置の導入以来、「大型シミュレーション」共同研究を推進し、多くの成果を上げて参りました。平成15年1月には3代目となる大型シミュレーション研究用解析装置が導入され、さらなる飛躍が期待されているところです。今回の成果報告会でも新しい研究の息吹を感じさせる数々の発表がなされ、今後の成果に期待を抱かされるものでした。

最後に、ご多忙中にも関わらず、研究発表および集録原稿の執筆をいただきました皆様方に、この場を借りて厚く御礼申し上げます。

平成16年3月

核融合科学研究所  
理論・シミュレーション研究センター  
岡本正雄

# 目次

研究報告会プログラム	1
LHD 中の MHD プラズマの低 $n$ モードの挙動	
三浦英昭	3
$\delta f$ モンテカルロ法による新古典輸送シミュレーション	
佐竹真介, 岡本正雄	5
磁場反転配位における傾斜不安定性と形状効果	
大谷寛明, 堀内利得	8
Two-scale structure of current layer in a steady state of collisionless driven reconnection in a two-dimensional open system	
A. Ishizawa	10
Dynamical Evolution of Thin Current Sheets in a Three-Dimensional Microscopic Open System	
HORIUCHI Ritoku, OHTANI Hiroaki and ISHIZAWA Akihiro	13
多スケールプラズマ乱流シミュレーション研究	
矢木雅敏	17
大規模数値計算による NS 乱流とスカラー輸送の統計	
後藤俊幸	20
非発散正規直交ウェーブレットによる乱流速度場の分布関数の時間発展の解析	
荒木圭典	23
秩序渦と乱流場との相互作用について	
高橋直也, 宮寄 武	26
プラズマ乱流輸送と分布関数構造に関するシミュレーション研究	
渡邊智彦	29
太陽コロナにおけるエネルギー解放過程の実データシミュレーション	
草野完也	31
渦と MHD モードの相互作用に関する研究	
内藤裕志, 小林俊満, 長原弘明, Jean.-N. Leboeuf, 矢木雅敏, 松本太郎, 徳田伸二	35
流れのあるプラズマの自己組織化シミュレーション	
沼田龍介, 吉田善章, 林 隆也	39
円筒中における MHD プラズマの非テラー緩和現象	
茶谷文博, 堀内利得	42

One-Dimensional Large-Amplitude Relativistic Electromagnetic Solitons in Ultra-intense Laser Interaction with an Unger-dense Plasma	LI Baiwen, ISHIGURO Seiji, SKORIC M. Milos and TAKAMARU Hisanori	44
LHD Equilibrium with Zero Rotational Transform Surface	KANNO Ryutaro, TOI Kazuo, WATANABE Kiyomasa, HAYASHI Takaya, MIURA Hideaki, NAKAJIMA Noriyoshi and OKAMOTO Masao	47
Magnetic Island Generation in Nonlinear Saturation of Interchange Mode	市口勝治	50
ヘリカルプラズマの平衡解析	渡辺二太, 北條仁士	52
ローカルアイランドダイバータのダイバータヘッドに対する電子・イオンの密度・エネルギー分布	神保成昭	56
粒子シミュレーションの HPF による並列化	石黒静児	58
磁化プラズマ中フロー速度シアに起因する低周波不安定性	金子俊郎, 松本範明, 石黒静児, 畠山力三	63
Excitation of Polar Thermal Convection in a Rotating Spherical Shell	Norio ISHIHARA	65
SPEC OMP の HPF 化と性能評価	坂上仁志	68
並列 DNS による高レイノルズ数における MHD 壁面剪断乱流に関する研究	佐竹信一	71
スペクトル法シミュレーションの高速化について	小碓創司	73
散逸粒子動力学シミュレーションによる両親媒性分子の超分子構造解明	中村浩章	75
磁気圏システムにおける磁気ヘリシティ輸送に関するシミュレーション研究	三好隆博, 草野完也, 林 隆也	77
有限ベータ負磁気シアトカマクプラズマのダブルテアリングモードの解析	影井康弘, 岸本泰明, 三好隆博, 石井康友	79
JT-60U における高エネルギー粒子モード周波数掃引のシミュレーション研究	藤堂 泰, 篠原孝司, 武智学, 石川正男	82
フィッシュボーン振動のシミュレーション研究	塩崎 優	84
平面クエット乱流における縦渦の発達機構	渡邊 威	86

核融合科学研究所共同研究「大型シミュレーション研究」

研究成果報告会 プログラム

核融合科学研究所 研究II期棟4階会議室

平成16年1月15日(木) - 16日(金)

=====  
1月15日(木)  
=====

1-1

座長：草野(広大)

9:20 岡本正雄(NIFS) 大型シミュレーションについて  
9:40 三浦英昭(NIFS) LHD中のMHDプラズマの低 $n$ モードの挙動  
10:00 佐竹真介(NIFS)  $\delta$ -f モンテカルロ法による新古典輸送シミュレーション  
10:20 大谷寛明(NIFS) 磁場反転配位における傾斜不安定性と形状効果

10:40 休憩

1-2

座長：後藤(名工大)

11:00 石澤明宏(NIFS) Two-scale structure of current layer in a steady state of collisionless driven reconnection in a two-dimensional open system  
11:20 堀内利得(NIFS) 3次元マイクロ開放系における電流層の力学発展  
11:40 矢木雅敏(九大) 多スケールプラズマ乱流シミュレーション研究

12:00 昼休み

1-3

座長：三浦(NIFS)

13:30 後藤俊幸(名工大) 大規模数値計算によるNS乱流とスカラー輸送の統計  
13:50 荒木圭典(岡理大) 非発散正規直交ウェーブレットによる乱流速度場の分布関数の時間発展の解析  
14:10 高橋直也(電通大) 秩序渦と乱流場との相互作用について  
14:30 渡邊智彦(NIFS) プラズマ乱流輸送と分布関数構造に関するシミュレーション研究

14:50 休憩

1-4

座長：高橋(電通大)

15:10 草野完也(広大) 太陽コロナにおけるエネルギー解放過程の実データシミュレーション  
15:30 内藤裕志(山口大) 渦とMHDモードの相互作用に関する研究  
16:50 沼田龍介(東大) 流れのあるプラズマの自己組織化シミュレーション  
16:10 茶谷文博(名大) Non-Taylor relaxation of MHD plasma in a cylindrical vessel  
16:30 李百文(総研大) 低密度プラズマへの高強度電磁波入射によるソリトン波の生成

=====

1月16日(金)

=====

2-1

座長：藤堂(NIFS)

- 9:20 菅野龍太郎(NIFS) ゼロ回転変換面をもつLHD平衡
- 9:40 市口勝治(NIFS) Magnetic Island Generation in Nonlinear Saturation of Interchange Mode
- 10:00 渡辺二太(NIFS) ヘリカル型プラズマの平衡解析
- 10:20 神保成昭(総研大) ローカルアイランドダイバータのダイバータヘッドに対する電子・イオンの密度・エネルギー分布
- 10:40 休憩

2-2

座長：内藤(山口大)

- 11:00 石黒静児(NIFS) 粒子シミュレーションのHPFによる並列化
- 11:20 金子俊郎(東北大) 磁化プラズマ中フロー速度シアに起因する低周波不安定性
- 11:40 石原典雄(NIFS) 回転球殻における極熱対流の形成
- 12:00 昼休み

2-3

座長：金子(東北大)

- 13:30 坂上仁志(姫工大) SPEC OMPのHPF化と性能評価
- 13:50 佐竹信一(東理大) MHD円管乱流の大規模シミュレーション
- 14:10 小碓創司(総研大) スペクトル法シミュレーションの高速化について
- 14:30 中村浩章(NIFS) 両親媒性分子の自己組織化構造のシミュレーション
- 14:50 休憩

2-4

座長：坂上(姫工大)

- 15:10 三好隆博(広大) 磁気圏システムにおける磁気ヘリシティ輸送に関するシミュレーション研究
- 15:30 影井康弘(原研) 有限ベータ負磁気シアトカマクプラズマのダブルテアリングモードの解析
- 15:50 藤堂 泰(NIFS) JT-60Uにおける高エネルギー粒子モード周波数掃引のシミュレーション研究
- 16:10 塩崎 優(総研大) Computer Simulation of Fishbone Oscillation
- 16:30 渡邊 威(総研大) 平面クエット乱流における縦渦の発達機構
- 16:50 まとめ

# LHD中のMHDプラズマの低nモードの挙動

核融合科学研究所 三浦英昭

LHDにおけるプラズマ閉じ込め物理の研究の一環として、MHD方程式をLHDの3次元形状に沿った一般座標系(ヘリカル座標系)で記述し、4次精度中心差分とルンゲ・クッタ・ジルスキームで解くシミュレーションを行ってきた。以下では、シミュレーションで得られたMHDプラズマの圧力変形とそれに関わる圧縮性、トロイダル流の影響について述べる。

シミュレーションはHINTコード[1]で作成した、真空磁気軸位置  $R_{ax} = 3.6m$ 、初期圧力分布  $p(\psi) = (1 - \psi)^2$ 、 $\beta_0 = 4\%$ の初期平衡からスタートした。ここで、 $\psi$ は初期のトロイダルフラックスであり、初期平衡の性質については文献[2]に掲載されている。このシミュレーションでは、図1に見られるように、 $m/n=2/1$ モードを主体とする不安定性の成長と飽和、ゆるやかな緩和が得られた。図1は、圧力の等高線と、速度のポロイダル断面成分だけを用いて描いた流線である。時刻  $t = 180, 280$  と二対の反平衡渦対が形成され、この渦対の相互移流効果によって圧力にマッシュルーム状構造が形成されていることが明確に判る。

この  $m/n=2/1$  および他のモードの成長過程において、圧縮性およびトロイダル方向流れの影響を調べた。圧縮性の大きさ  $\langle (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 \rangle$  ( $\mathbf{u}$ は速度ベクトル、 $\langle \cdot \rangle$ は空間平均)の  $\langle (\nabla \times \mathbf{u})^2 \rangle$  に対する比は概ね数十分の一程度であり、一見すると圧縮性の影響は小さいように見える。しかし、運動エネルギーの成長における圧縮性の影響を運動エネルギー収支式

$$\frac{d}{dt} \left\langle \frac{1}{2} \rho |\mathbf{u}|^2 \right\rangle = \langle \bar{p} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \rangle + \left\langle \left( \mathbf{B}_0 \cdot \tilde{\mathbf{B}} + \frac{|\tilde{\mathbf{B}}|^2}{2} \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right\rangle - \langle (\mathbf{B}_0 \tilde{\mathbf{B}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{B}_0 + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}) : \nabla \mathbf{u} \rangle - \nu \left[ \langle |\nabla \times \mathbf{u}|^2 \rangle + \frac{4}{3} \langle (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 \rangle \right], \quad (1)$$

の右辺各項の大きさを調べることで、圧縮性の役割が大きいことがわかる。図3は、時間発展における式(1)の右辺各項(順にT1,T2,T3,T4と名づける)の大きさを比較したものである。項T1,T2は圧縮性由来のもので、この項の和T1+T2は特に発展初期において比圧縮性項(T3)による成長を強く抑制するなど、重要な働きをしている。また、流れにおけるトロイダル方向成分の大きさも比較した。図3に示すように、全ベクトル強度(実線)に対してポロイダル成分(破線)が占める大きさは50%程度であり、残り50%程度はトロイダル成分が占めていることがわかった。このように、LHD中のMHDの挙動には圧縮性とトロイダル運動が少なからぬ役割を果たしていることが判った。

以上のように、プラズマの成長、飽和、緩和の過程においては圧縮性、トロイダル流れなどが少なからぬ役割を果たしていることがわかる。今後はこれらの役割をより詳細に検討する予定である。

## References

- [1] H. Harafuji, T. Hayashi and T. Sato, J. Comp. Phys., **81** (1989) pp.169-192.
- [2] H. Miura, T. Hayashi and T. Sato, Phys. Plasmas, **8** (2001) pp.4870-4878.



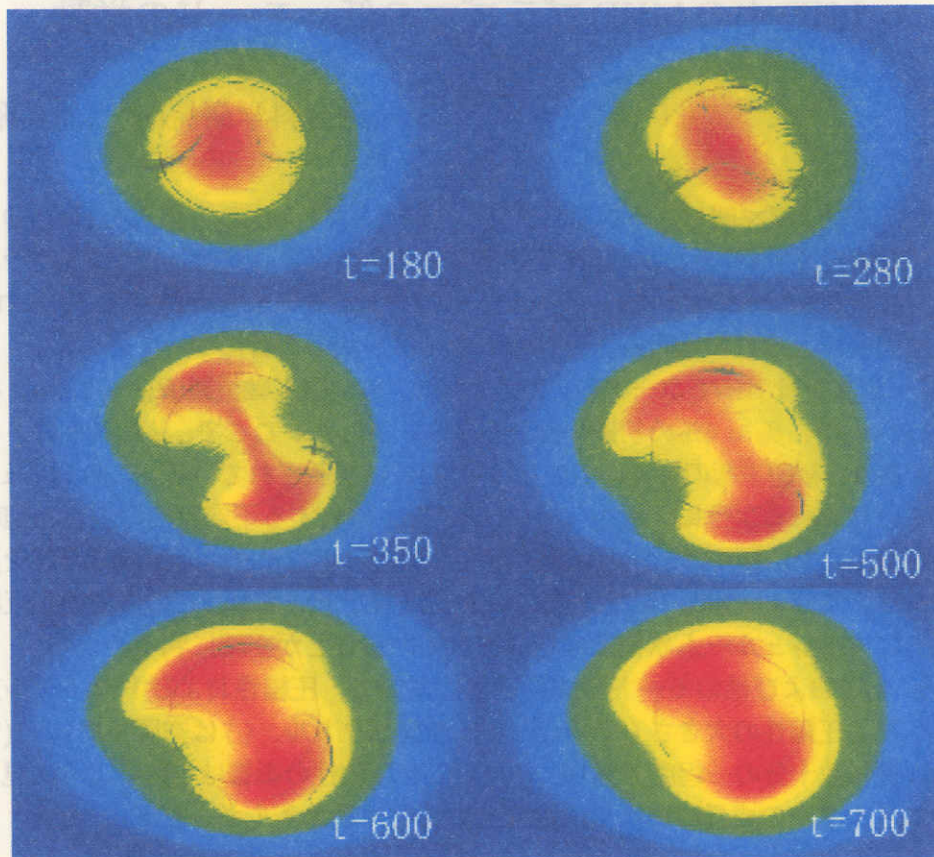


Figure 1: 横長 (a) および縦長 (b) ポロイダル断面上での圧力の等高線。同心状の楕円は、初期平衡において  $l/2\pi = 1/2$  (内側)、 $l/2\pi = 2/3$  (外側) の有理面があった位置を表す。

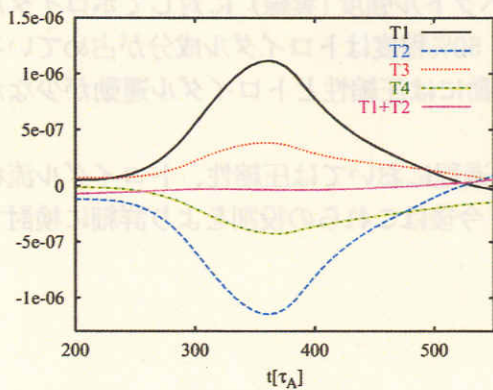


Figure 2: 運動エネルギーにおけるトロイダル運動の役割。

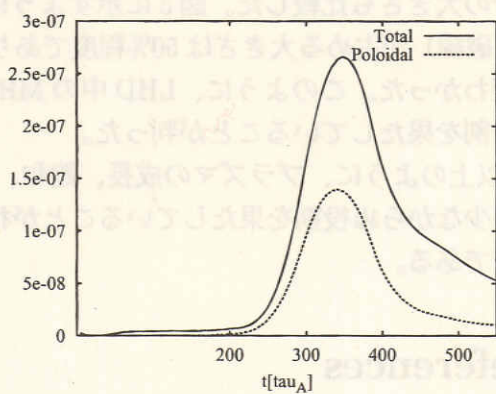


Figure 3: 運動エネルギーにおけるトロイダル運動の役割。

## $\delta f$ モンテカルロ法による新古典輸送シミュレーション

核融合科学研究所 理論・シミュレーション研究センター

佐竹 真介（日本学術振興会 特別研究員）、岡本 正雄

トラスプラズマ中のクーロン衝突に起因する荷電粒子の輸送現象を扱う新古典輸送理論において、荷電粒子のガイディングセンター軌道の小半径方向へのドリフト幅（バナナ幅）は従来の解析手法では、バックグラウンドのプラズマ圧力勾配等のスケール長や、粒子の瞬間の小半径位置に比べて十分小さいと仮定する、いわゆる局所輸送モデルの中で議論されてきた。しかし、近年のトカマク実験で見られる内部輸送障壁（ITB）周辺や磁気軸近傍など、上記の仮定が成り立たない領域での輸送現象を考える上では、バナナ幅の有限性を考慮した新古典輸送の取り扱い（有限軌道幅効果）がこの領域でのプラズマ閉じ込め性能を正しく評価する上で重要となる。また、トカマクにおいてはバナナ幅をオーダリングパラメータとしたドリフト運動論方程式の最低次の解から得られる輸送方程式は本質的両極性を持つが、有限軌道幅効果を考慮してより高次のオーダーの項を含めた場合この性質はなくなり、ヘリカル系と同様に新古典輸送において両極性条件を満たすような径電場を決定することができる。密度、温度分布を与えられたものとする場合、径電場分布はパラレルフロー分布と同時にその時間発展を初期値問題として解くことによって両極性条件を満たす定常分布を求めることができる。従って我々は、有限軌道幅効果を含む新古典輸送現象と径電場の時間発展をコンシステントに計算するモンテカルロコード「FORTEC」[1]を開発し、新古典輸送シミュレーションを行ってきたが、今年度はこのコードをHPFを用いてNIFSの大型シミュレーション研究用解析装置SX-7上で並列実行させ、より高精度かつ高速な数値シミュレーションを可能とするための拡張を行ってきた。

モンテカルロコードを並列化する上で並列化効率のボトルネックとなるのは擬似乱数の発生にかかる時間である。従来の擬似乱数発生ライブラリは並列に相関のない乱数列を発生させることができないので、すべてのノードで同じ乱数列を発生させ、各ノードごとに重複しないようにその部分列を切り取って使用するなどの方法をとらざるを得ない。この方法では必要な乱数が多くなった場合乱数発生における逐次処理が計算全体の並列化効率を著しく下げ、望ましくない。この問題を解決するため我々はMersenne Twister法[2]と呼ばれる擬似乱数発生法を用いた並列乱数生成サブルーチンをFORTECの並列化に際して開発した。このライブラリでは乱数列の特性方程式が互いに素となる種行列を並列実行数だけ前もって計算しておくことによって、相関のない乱数列を各ノード上で独立に生成

することができる。また、SX 上での実行に際してはルーチン自体のベクトル化効率も重要であるが、Mersenne Twister 法はこの面でもよい性能を発揮している。結果として、シミュレーション全体に対する乱数発生にかかる時間は約 1% に抑えることができた。この乱数発生法については[3]で発表を行った。

FORTEC コードで採用している輸送計算のアルゴリズムは  $\delta f$  法[4,5]と呼ばれるものである。この手法では、分布関数  $f$  を局所マクスウェル分布  $f_M$  とそこからのずれ  $\delta f$  とに分解し、ドリフト運動論方程式を線形化して  $\delta f$  パートの時間発展のみをモンテカルロ的に解く。径電場は  $\varepsilon_{\perp} \partial E_r / \partial t = -Z_i \Gamma_i^{neo}$  の関係より、求めた新古典粒子束  $\Gamma_i^{neo}$  から時間発展させる。ここで、 $\varepsilon_{\perp}$  は分極ドリフトの効果を含めたプラズマの誘電率である。衝突項は[6]のモデルを採用し、厳密な衝突オペレーターが満たす保存則を再現するようにしている。特に衝突における運動量保存則は、ゼロバナナ幅極限において従来の新古典輸送理論の本質的両極性を再現するのに必要な性質である。並列化によって従来の 10 倍以上 (~5000 万個) 程度のシミュレーションマーカーを実用に耐える実行時間で扱えるようになったため、径電場を評価する小半径方向の空間グリッドも細かく取れるようになった。典型的な計算では径電場は小半径を 75 分割して評価しており、これは典型的なバナナ幅程度かそれ以下になっている。このためこれまでより細かく径電場の発展の様子がシミュレーションからわかるようになった。

我々は径電場の時間発展に伴う現象として、GAM(Geodesic Acoustic Mode)と呼ばれる減衰振動に特に注目した。この径電場振動は周期が  $\omega_{GAM} = \sqrt{7} V_{th} / 2R$  で与えられるもので、通常は衝突時間程度でゆっくり減衰するが安全係数が 1 に近い場合、荷電粒子のバウンス周波数  $\omega_b \approx V_{th} / qR$  と GAM 周波数が接近するためにランダウ減衰的な機構によってすばやく減衰することが知られている[7]。しかし、[7]のようなこれまでの研究は有限軌道幅効果を見逃した解析だったため、GAM 振動は径方向のプロファイルを見逃した単一の磁気面上での径電場の時間発展のみを扱っていた。我々はポロイダル断面全体での径電場分布の時間発展を計算することで、GAM 振動における有限軌道幅効果がどのように現れるのかを調べた[8]。図 1 は  $r=0.5$  に  $q \approx 1$  の共鳴面を持つ負磁気シア配位での 3 つの磁気面上での径電場振動の様子を表したもので、温度を変えてバナナ幅の大小を変えた計算の比較である。バナナ幅が小さい場合、素早い減衰は共鳴面近くの磁気面でのみ起こるが、バナナ幅が大きい場合  $r=0.5$  で起きた径電場減衰の影響がその内外の磁気面にも伝わり、プラズマ全体で振動の素早い減衰が起こっているのがわかる。これは、隣接する磁気面間を行き来するバナナ粒子によって各磁気面上の径電場の時間発展がカップルしたために起こった現象とみなすことができる。このような現象はポロイダル断面全体での径電場の時間発展を有限軌道幅効果を含めて計算することで初めてわかった。

また、我々は以前、径電場を見逃した場合の磁気軸近傍の有限軌道幅効果を取り込んだ新古典輸送理論を構築し[9]、低衝突領域のプラズマのイオン新古典熱伝導率が磁気軸近傍では従来のバナナ幅を見逃した理論の値よりかなり低くなることを示した。径電場を含めたモンテカルロシミュレーションによって磁気軸近傍の熱フラックスを求めたところ、図 2 のようにやはり磁気軸近傍で Chang-Hinton の従来の新古典輸送理論の値よりも減少することが確認された[10]。また逆に、 $\delta f$  法において有限軌道幅効果を人為的に省いたモデルの計算も行い(図 2 中 SOW と示した線)、これが従来の解析解に一致することも確認できた。ただし熱フラックスの減少の起こる範囲は、磁気軸近傍に現れる典型的なポテト軌道幅  $r_p$  の 1.5 ないし 2 倍程度でこれは[9]の理論モデルの結果より若干広く、またその減少は解析モデルよりは緩やかであった。この差異の原因については引き続き研究する予定である。

本年度はHPF化によるコードの拡張によってこれまでできなかった高精度なシミュレーションを行えるようになったが、まだ計算資源には余力があるため来年度は非軸対称系への拡張を行い、SXの性能をフルに発揮するような大規模シミュレーションによってLHDの新古典輸送現象における有限軌道幅効果の研究へとをさらに発展させてゆく予定である。

- [1] Okamoto *et al*, Journal of Plasma and Fusion Res. **78**, 1344 (2002).
- [2] M. Matsumoto and T. Nishimura, ACM Trans. Model. Comp. Simulation **8**, No. 1, 3 (1998).
- [3] S. Satake, HPFワークショップ 於 海洋科学技術センター、2003年9月25日(木)
- [4] W. X. Wang *et al*, Plasma Phys. Control. Fusion **41**, 1091 (1999).
- [5] Brunner *et al*, Phys. Plasmas **6**, 4504 (1999).
- [6] Z. Lin *et al*, Phys. Plasmas **2**, 2975 (1995).
- [7] Novakovskii *et al*, Phys. Plasmas **4**, 4232 (1997).
- [8] S. Satake and M. Okamoto, Bulletin of APS Vol. 48, No. 7, LP1-42 (2003).
- [9] S. Satake, M. Okamoto and H. Sugama, Phys. Plasmas **9**, 3946 (2002).
- [10] S. Satake and M. Okamoto, to appear in JPFR Series **6** (13th International Toki Conf. Proc.).

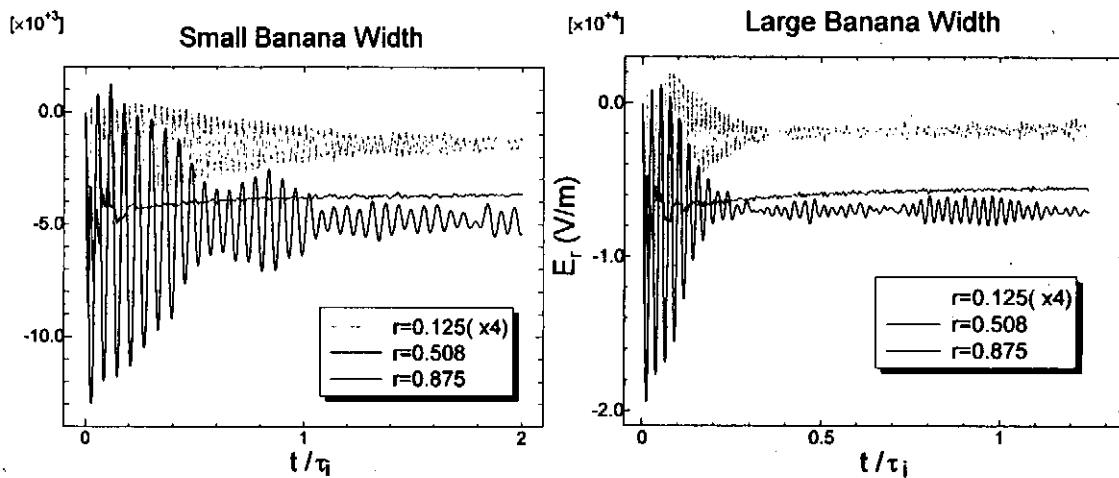


図1：負磁気シア配位での各磁気面上における径電場振動の様子

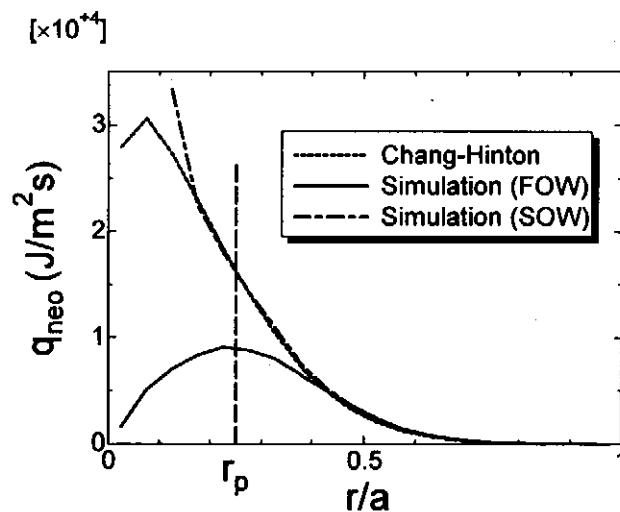


図2：磁気軸近傍の熱フラックス

# 磁場反転配位における傾斜不安定性と形状効果

大谷寛明<sup>1)</sup>, 堀内利得<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>核融合研, <sup>2)</sup>総研大

## 1. 研究の背景と目的

磁場反転配位 (FRC) は核融合炉としての優れた性質を持っている。そのため、実験・理論の両面からこれまで多くの研究者が FRC を研究してきた。中でも特に重要な研究のひとつが傾斜不安定性についてである。傾斜不安定性は MHD 理論やシミュレーションから予言されてきたが [1,2], 実験では FRC は傾斜モードの成長よりも長い時間安定に存在することが示されている [3]。これまで、この理論と実験の間の矛盾を説明するために多くの物理モデルが提唱されてきたが [4-8], 十分な説明はまだなされていない。そこで、本研究では、FRC は MHD 理論では十分に扱うことができない運動論的なプラズマであることを考慮して (実験ではイオンの有限ラーモア半径効果パラメータ  $\bar{s} = \int_R^{r_{sp}} \frac{r dr}{r_{sp} \lambda_i}$  が 1 から 8 であることが示されている), 電磁粒子シミュレーションを実行し傾斜モードに対する FRC の安定性を解明することを目的とする。

## 2. シミュレーション方法

傾斜不安定性を励起させずに運動論的配位を得るためにまず 2 次元電磁粒子シミュレーションを実行し [9], FRC の運動論的配位の特性について調べた。2 次元シミュレーションの初期条件には 1 流体 MHD 平衡解を採用した [10]。

次にそこで得られた配位を初期条件として 3 次元電磁粒子シミュレーションを実行し、傾斜モードの成長率 ( $\gamma_{\text{tilt}}$ ) と、有限イオンラーモア半径効果 ( $\bar{s}$ ) や電流形状パラメータ ( $D_e$ ), 伸長率 ( $E = z_{sp}/r_{sp}$ ) といったパラメータとの関係を調べた。

## 3. 傾斜不安定性

図 1 は、傾斜モードの成長率  $\gamma_{\text{tilt}}$  と、(a) 電子電流形状パラメータ  $\tilde{D}_e$ , (b) 伸長率  $\tilde{E}$ , (c) 有限イオンラーモア半径効果  $\tilde{s}$  の関係を示している。 $\tilde{\gamma}$  は 2 次元シミュレーション後の値を意味する。

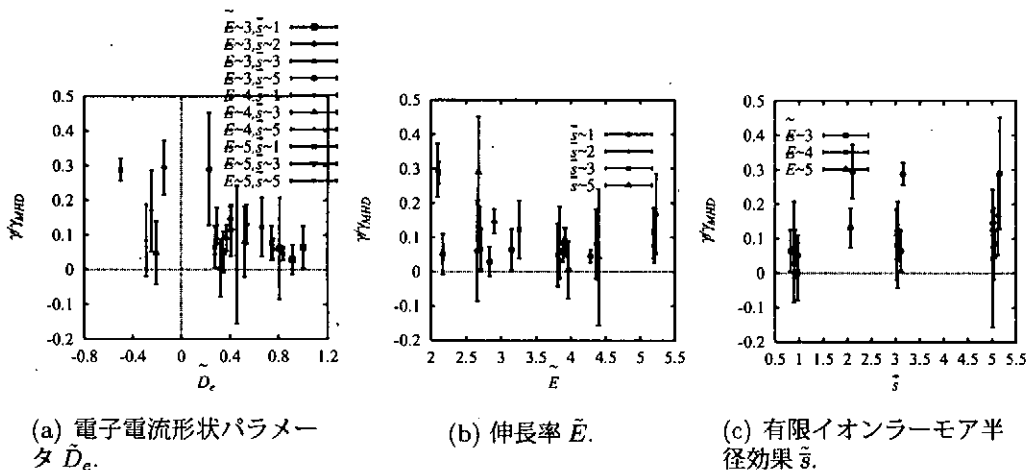
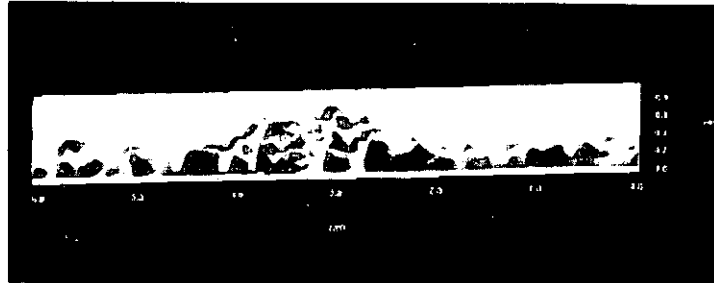


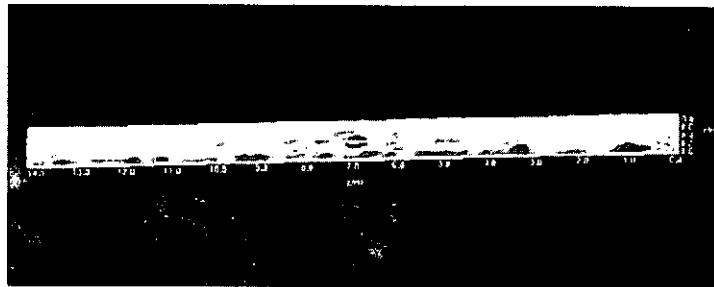
FIG. 1: 傾斜モード成長率  $\gamma_{\text{tilt}}$  と、(a) 電子電流形状パラメータ  $\tilde{D}_e$ , (b) 伸長率  $\tilde{E}$ , (c) 有限イオンラーモア半径効果  $\tilde{s}$  との関係。  $\tilde{\gamma}_{\text{tilt}}$  は MHD シミュレーションで得られた傾斜モード成長率  $\gamma_{\text{MHD}}$  で規格化されている。

図 1(a) から、電子電流形状がホロー型 ( $\tilde{D}_e > 0$ ) のとき  $\gamma_{\text{tilt}}$  が明らかに小さくなっていることがわかる [9]。この結果は、電子電流形状パラメータ  $D_e$  が傾斜不安定性の安定化に関与していることを示しており、この傾向は Steinhauer と Ishida による実験結果の解析と一致している [11]。次に図 1(a) では、先に示された傾向とは異なるデータプロットがあることも示されている。これらのデータは、伸長率  $E$  が大きい場合であり、つまり、 $E$  が大きいとき、たとえ電流形状が凸型であっても  $\gamma_{\text{tilt}}$  が小さくなることを示している。

図 1(b) と 1(c) はそれぞれ、 $\gamma_{\text{tilt}}$  と、 $E$ 、 $\bar{s}$  の関係を示している。 $E$  に着目すると、 $E$  が大きい場合、 $\bar{s}$  や  $\bar{D}_e$  がどんな値であっても  $\gamma_{\text{tilt}}$  は小さく、他方、 $E$  が小さい場合、 $\bar{s}$  が小さいとき (運動論的プラズマ) に  $\gamma_{\text{tilt}}$  は小さく、 $\bar{s}$  が大きいとき (MHD 的プラズマ) に  $\gamma_{\text{tilt}}$  は大きいことがわかる。 $\bar{s}$  に着目すると、電流形状がホロー型である運動論的な場合、 $E$  がどんな値であっても傾斜モードは安定化され、MHD 的なときには  $E$  が増加するにつれ  $\gamma_{\text{tilt}}$  減少していることがわかる。



(a)  $\bar{E} \sim 2$



(b)  $\bar{E} \sim 4$

FIG. 2. (a)  $\bar{E} \sim 2$  と (b) 4 のときのイオンポロイダルフローの  $n = 1$  モードの大きさの俯瞰図。

$E$  が大きい場合に  $\gamma_{\text{tilt}}$  が小さくなる原因について調べる。

図 2 はイオンポロイダルフローの  $n = 1$  モードの大きさの俯瞰図をである。この  $n = 1$  モードが大きい領域が傾斜モードに対して不安定になっている領域を示して。  $E$  が増加すると、FRC プラズマの端の領域のみが不安定になり、中心付近の領域は比較的安定になっていることがわかる。つまり、安定な領域の系に占める割合が増加し、系全体として傾斜モードに対して安定化したと考えられる。

以上により、3次元シミュレーションの結果から、電流形状がホロー型となる場合と伸長率が増加する場合、FRC プラズマは傾斜モードに対して安定化されることがわかった。

- [1] R. A. Clemente et al.: Phys. Lett. **85A** 148 (1981).
- [2] R. Horiuchi et al.: Phys. Fluids **B1** 581 (1981).
- [3] J. T. Slough et al.: Phys. Plasmas **2** 2286 (1995).
- [4] D. C. Barnes et al.: Phys. Fluids **29**, 2616 (1986).
- [5] R. Horiuchi et al.: Phys. Fluids **B2**, 2652 (1990).
- [6] K. Nishimura et al.: Phys. Plasmas **4**, 4035 (1997).
- [7] R. Horiuchi et al.: Nucl. Fusion **39**, 2083 (1999).
- [8] E. V. Belova et al.: Phys. Plasmas **6**, 3459 (1999).
- [9] H. Ohtani et al.: Phys. Plasmas **10**, 145 (2003).
- [10] J. W. Cobb et al.: Phys. Fluids **B5**, 3227 (1993).
- [11] L. C. Steinhauer et al.: Phys. Fluids **B 4**, 645 (1992).

# Two-scale structure of current layer in a steady state of collisionless driven reconnection in a two-dimensional open system

A. Ishizawa

*National Institute for Fusion Science, Toki 509-5292, Japan*

A steady two-scale structure of current layer is demonstrated in the collisionless driven reconnection without a guide field by means of two-dimensional full-particle simulations in an open system. The current density profile along the inflow direction consists of two parts. One is a low shoulder controlled by the ion-meandering motion, which is a bouncing motion in a field reversal region. The other is a sharp peak caused mainly by the electron-meandering motion. The separation of the shoulder from the sharp peak is revealed by virtue of a large mass ratio calculation  $m_i/m_e = 200$  because the ratio of the ion-meandering orbit amplitude to the electron-meandering orbit amplitude is proportional to  $(m_i/m_e)^{1/4}$ .

## I. INTRODUCTION

The collisionless magnetic reconnection is a fundamental mechanism of the rapid release of magnetic energy in the solar corona, the high temperature tokamak discharge, the magnetospheric substorm, and reconnection experiments [1–3]. Recent computer simulations reveal that a small scale current layer, where the frozen-in condition of the plasma is violated, adjusts its structure so as to realize a large reconnection rate demanded by a large scale ideal magnetohydrodynamics (MHD) evolution [4]–[14]. The simplest physical model of the violation necessary to generate the large reconnection rate, i.e. the large reconnection electric field, is the Hall-MHD model which includes the Hall-term characterized by the ion skin depth [4]–[9].

A plasma is frozen in magnetic field lines in the ideal MHD, and thus reconnection does not occur. This circumstance is related to the fact that there is no typical scale length that characterizes a small scale current layer profile. When we introduce non-ideal effects leading to violation of the frozen-in constraint, the width of the current layer is determined by typical scale lengths of non-ideal effects. The plasma profile in the kinetic approach is characterized by the spatial scale lengths such as the electron skin depth due to the electron inertia effect, the ion skin depth due to the ion inertia effect, the electron Larmor radius, and the ion Larmor radius.

The current layer structure is studied using hybrid simulations and full particle simulations [4]–[14]. Most of these simulations present time dependent reconnections in closed systems [6]–[12]. In the time dependent magnetic reconnection, two structures related to the current layer are found [5,6]. One is out-of-plane electron flow characterized by the electron skin depth, the other is out-of-plane ion flow characterized by the ion skin depth [5,6].

On the other hand, steady states of the reconnection are found in the long-time scale dynamics of the driven reconnection in an open system [13,14]. In the steady reconnection, the reconnection rate is controlled only by an external driving flow due to an applied electric field because the Faraday's law requires that the out-of-plane electric field should be uniform in the steady state [11]–[14]. The current layer profile adjusts itself to accommodate the uniform electric field.

In the steady reconnection, it is found that the current layer width is controlled only by ion dynamics [13,14], although the current is dominated by the out-of-plane electron flow. It is claimed that the ion-meandering motion controls the current layer which adjusts itself to sustain the uniform out-of-plane component of the electric field. These studies are, however, limited by the small mass ratio of ion and electron  $m_i/m_e = 25$ . The significance of the ion dynamics should be clarified by examining a dependence on the mass ratio.

In this paper, we will investigate steady states of the collisionless driven reconnection in an open system for several cases with different mass ratio, namely:  $m_i/m_e = 25, 50, 100$  and  $200$ . The large mass ratio leads to a clear separation of the ion-meandering orbit amplitude from the electron-meandering orbit amplitude because the ratio of these amplitudes is proportional to  $(m_i/m_e)^{1/4}$ . We reveal a two-scale structure of the current layer, a sharp peak and low shoulders. The sharp peak is mainly controlled by the electron-meandering motion. The half-width of the current layer is determined by this sharp peak. The ion dynamics forms low shoulders of the current layer, and thereby resulting in a two-scale structure of the layer. The structure is mainly caused by the meandering motion of ions and electrons because they strongly violate the frozen-in constraint.

## II. SIMULATION MODEL

We consider a square open region in  $xy$ -plane, the size of which is  $2y_b$  in height and  $2x_b$  in width. We use a two-and-a-half-dimensional explicit electromagnetic particle simulation code developed in the previous work [11]- [14].

Boundary conditions are as follows. At upstream boundary, ions and electrons are frozen in magnetic field lines, and thus plasma inflow is driven by  $E \times B$  drift due to an external electric field  $E_{zd}(x, t)$  applied in  $z$  direction at  $y = \pm y_b$ . The condition for the incoming particle distribution is a shifted Maxwellian with the averaged velocity given by  $E \times B$  drift. The boundary conditions for remaining field quantities are following:  $E_x = 0$  and  $\partial_y E_y = 0$  at  $y = \pm y_b$ . The external field  $E_{zd}(x, t)$  evolves from zero, so as to induce a steady reconnection. To excite magnetic reconnection at the center of simulation domain, the external field is assumed to be strong within the input window size  $x_d$  around  $x = 0$  at early phase, then the field profile becomes uniform  $E_0$  after one Alfvén time  $\tau_A = y_b/V_A$ , where  $V_A$  is the initial average Alfvén velocity. This uniform field  $E_0$  plays a role to maintain deformed magnetic field lines within the input window at the inflow boundary, and correspondingly the system relaxes to a steady state [13,14].

At the downstream boundary  $x = \pm x_b$ , the plasma can freely flow in or out. The boundary condition for particles is determined by both the charge neutrality condition and the condition of the net number flux, which is associated with the fluid velocity in the vicinity of the boundary [14].

## III. CURRENT LAYER STRUCTURE

Here we examine a spatial profile of out-of plane current density when the system is relaxed into a steady state.

We show current density profiles along the vertical line passing the X-point in Fig. 1 for  $m_i/m_e = 25, 50, 100$ , and 200. For  $m_i/m_e = 200$  we observe clear shoulders at  $y \approx \pm 35\lambda_d$  and a sharp peak that has a size nearly equal to  $10\lambda_d$  in width. On the other hand, the profile consists of one wide peak for  $m_i/m_e = 25$  because ion-scale and electron-scale are not well separated. We, therefore, conclude that the current density profile has a two-scale structure consists of a sharp peak and low shoulders for a large mass ratio.

Next, we consider the two-scale structure of the current layer more quantitatively, and then reveal that the meandering motions of ions and electrons play crucial roles in the formation of the structure. We introduce several spatial scale lengths describing the layer structure, and consider the time evolution of the spatial scale lengths, namely: the half-width of the distance of shoulders, the half-width of a sharp peak, the half-width of a current layer, the ion-meandering orbit amplitude  $l_{mi}$ , the ion skin depth  $d_i = c/\omega_{ci}$ , the electron-meandering orbit amplitude  $l_{me}$ , and electron skin depth  $d_e = c/\omega_{ce}$ . These scales are normalized by the Debye length and are evaluated from the spatial profile of plasma along the vertical line passing the X-point. The meandering orbit amplitude of species  $s$  is defined by the distance  $y$  which satisfies the condition  $\rho_s(y)/y = 1$  [7,14], where  $\rho_i(y)$ , and  $\rho_e(y)$  are the local ion Larmor radius, and the local electron Larmor radius, respectively. The half-widths of the shoulder and of the sharp peak are defined by the half-widths at 20 % and 80 % of maximum value of the current density, respectively. Figure 2 shows that the scales are relaxed into the following values:  $l_{mi} \approx 35\lambda_d$ ,  $l_{me} \approx 5\lambda_d$ ,  $d_i \approx 80\lambda_d$ , and  $d_e \approx 7\lambda_d$ . The width of the shoulder closes to the ion-meandering orbit amplitude, while the width of the sharp peak closes to the electron-meandering orbit amplitude in the steady state. The half-width of the current layer is dominated by the sharp peak, and correspondingly the half-width of the layer relaxes into the electron scale  $\leq 10\lambda_d$ . The current layer width is, therefore, mainly controlled by the electron dynamics. The ion dynamics generates low shoulders which are characterized by the ion-meandering orbit amplitude  $l_{mi} \approx 35\lambda_d$ . Therefore, the meandering motion of ions and electrons is the dominant mechanism of the two-scale structure formation of the out-of plane current density in the steady state of the driven reconnection.

## IV. SUMMARY

We have newly found a steady two-scale structure of the current layer, a sharp peak and low shoulders, in the collisionless driven reconnection. This two-scale structure is significantly different from that characterized by the ion skin depth and the electron skin depth in previous simulations of the time dependent reconnection [5,6].

The sharp peak is mainly controlled by the electron-meandering motion because the motion strongly violates the electron frozen-in constraint. In spite of the fact that the electron inertia also violates the frozen-in constraint at a scale below the electron skin depth, the meandering motion dominantly violates the frozen-in constraint near the X-point. The sharp peak structure dominates the current layer profile, and thus the half-width of current layer is controlled by the electron dynamics.



The ion-meandering motion creates shoulders of the current layer. The shoulder structure corresponds to the current layer found in Refs. [13,14]. The shoulder structure is controlled by the ion-meandering orbit amplitude because the ion frozen-in constraint is strongly broken by the meandering motion. Although the ion inertia also violates the frozen-in constraint at a scale below the ion skin depth  $c/\omega_{pi}$ , the violation due to the ion inertia is weak compared to the violation caused by the ion-meandering motion. The mechanism of current layer formation and its relation to the violation by the meandering motion will be discussed in details elsewhere [15].

- 
- [1] D. Biskamp, *Magnetic Reconnection in Plasmas*, (Cambridge University Press, 2000).  
 [2] M. Yamada, H. Ji, S. Hsu, et. al., *Phys. Plasmas* **7**, 1781 (2000).  
 [3] S. C. Hsu, G. Fiksel, T. A. Carter, et. al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3859 (2000).  
 [4] J. Birn, J. F. Drake et. al., *J. Geophys. Res.* **106**, 3715 (2001).  
 [5] M. A. Shay, J. F. Drake, R. E. Denton, and D. Biskamp, *J. Geophys. Res.* **103**, 9165 (1998).  
 [6] M. A. Shay, J. F. Drake, B. N. Rogers, and R. E. Denton, *J. Geophys. Res.* **106**, 3759 (2001).  
 [7] M. Hesse, K. Schindler, J. Birn, and M. Kuznetsova, *Phys. Plasmas* **6**, 1781 (1999).  
 [8] M. M. Kuznetsova, M. Hesse, D. Winske, *J. Geophys. Res.* **106**, 3799 (2001).  
 [9] M. Hesse, J. Birn, and M. Kuznetsova, *J. Geophys. Res.* **106**, 3721 (2001).  
 [10] M. M. Kuznetsova, M. Hesse, D. Winske, *J. Geophys. Res.* **105**, 7601 (2000).  
 [11] R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Plasmas* **1**, 3587 (1994).  
 [12] R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Plasmas* **4**, 277 (1997).  
 [13] W. Pei, R. Horiuchi, and T. Sato, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 235003-1 (2001).  
 [14] W. Pei, R. Horiuchi, and T. Sato, *Phys. Plasmas* **8**, 3251 (2001).  
 [15] A. Ishizawa, R. Horiuchi, and H. Ohtani, submitted to *Phys. Plasmas*.

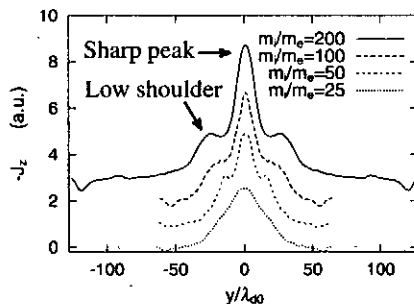


FIG. 1. The current density profile along the vertical line passing through the X-point. The profile consists of a sharp peak and shoulders for large mass ratio.

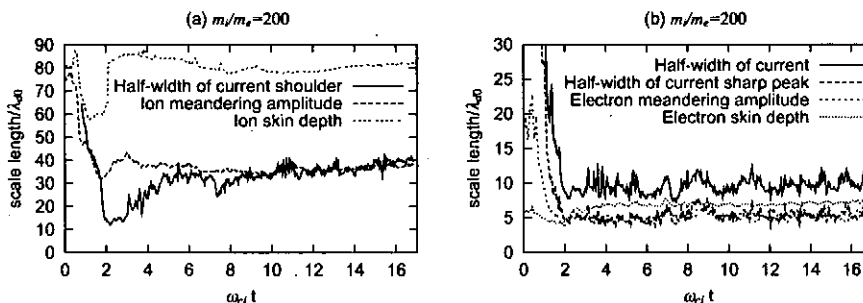


FIG. 2. The time evolutions of several scale lengths.

# Dynamical Evolution of Thin Current Sheets in a Three-Dimensional Microscopic Open System

HORIUCHI Ritoku, OHTANI Hiroaki and ISHIZAWA Akihiro

*National Institute for Fusion Science, Oroshi-cho 322-6, Toki 509-5292, Japan*

*e-mail: hori@tsc.nifs.ac.jp*

## Abstract

Dynamical behavior of thin current sheets under the influence of collisionless reconnection in an open system is investigated by using newly developed electromagnetic (EM) particle simulation codes. In a three-dimensional open system collisionless driven reconnection evolves dynamically under the influence of an external driving flow and three different types of plasma instabilities excited in a thin current sheet. Driving electric field imposed at the boundary penetrates into the current sheet in accordance with the propagation of the lower hybrid drift wave excited in the periphery. When the electric field reaches the neutral sheet, collisionless reconnection is triggered. The current sheet is split as a result of collisionless reconnection, and thus small islands appear in the downstream. The accumulation of current density inside the islands excites the kink instability leading to the destruction of the island structure. A low frequency EM instability is triggered in the current sheet after the island structure disappears in the system.

## Keywords:

collisionless reconnection, open system, thin current layer, plasma instabilities, particle kinetic effects

## 1. Introduction

Collisionless magnetic reconnection plays a crucial role in a number of interesting phenomena with fast magnetic energy release, plasma acceleration and heating both in space plasmas [1] and in laboratory plasmas [2]. Magnetic reconnection dynamically evolves in an open system in which both plasma inflow and outflow exist through the boundary. Steady reconnection is realized only when the flux input rate into the system is balanced with the reconnection rate. However, this balance condition is not always assured because magnetic reconnection is controlled by two different processes with different time scales, i.e., an external global process and an internal microscopic process.

In order to study the dynamical evolution of collisionless reconnection in the presence of an external driving source we have developed a new open boundary model, in which a free condition is used at the downstream boundary ( $x = \pm x_b$ ) and an input condition is used at the upstream bound-

ary ( $y = \pm y_b$ ) [3,4,5]. The plasma inflows are symmetrically driven from two upstream boundaries by the external electric field imposed in the  $z$  direction. The amplitude of driving field  $E_{zd}(x, t)$  is initialized to zero at  $t=0$ , and increases with time while keeping a bell-shaped profile near the center and a flat profile in the periphery for an initial short time. After then a constant profile is kept with maximum flux input rate  $E_0$ . The spatial size of initial bell-shaped profile  $x_d$  is named input window size, because the inflow velocity is locally enhanced within this region. The distribution function of incoming particles at the input boundary is assumed to be a shifted Maxwellian with a constant temperature and the average velocity equal to the  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  drift velocity.

As an initial condition we adopt a one-dimensional equilibrium with the Harris-type anti-parallel magnetic configuration, in which physical quantities depends only on the  $y$  coordinate and the magnetic field is parallel to the  $x$  axis. The initial particle distribution is assumed to be a shifted

Maxwellian with spatially constant temperature and average particle velocity, which is equal to the diamagnetic drift velocity.

## 2. Dynamical evolution of the current sheet

### 2.1 Two types of dynamic evolution

We have examined the relationship between the dynamical behavior of kinetic plasmas and the driving field by carrying out several two-dimensional particle simulations with different values of the input window size  $x_d$  and the flux input rate  $E_0$  [4,5]. As a result, it is found that there are two dynamic regimes in the temporal behavior of collisionless reconnection, which is strongly dependent on the value of  $x_d$ , but insensitive to the value of  $E_0$ . The steady collisionless reconnection is realized when the input window size is small, while an intermittent regime appears as the window size increases.

### 2.2 Plasma instabilities in non-driven case

In three-dimensional case the spatial structure of current sheet is dynamically modified by plasma instabilities excited through wave-particle interaction. In the absence of an external driving source the lower hybrid drift instability (LHDI) [6,7] is observed to grow in the periphery of current layer in an early period, while a drift-kink instability (DKI) [8,9] is triggered at the neutral sheet as a second instability after the current sheet is modified through nonlinear evolution of the LHDI and its width becomes less than ion Larmor radius [3,10]. In this way, the LHDI is not a direct cause of an anomalous resistivity at the neutral sheet, but collisionless reconnection is triggered by the DKI in the non-driven case.

### 2.3 Effect of an external driving flow in three dimensions

How does an external driving flow affect collisionless reconnection in three dimensions? Figure 1 shows the temporal evolution of the integrated energies in the case of the driving field  $E_0 = -0.04B_0$  and the mass ratio  $m_i/m_e = 100$ , where the solid, dotted, dashed, and dot-dashed lines stand for the magnetic field, electric field, ion, and electron energies, respectively. There are three typical phases in the evolution of the energies, i.e., (1) the initial ramp-up phase, (2)

the intermediate phase in which the energies drop suddenly, and (3) the late quasi-steady phase. We can see three different plasma instabilities in these temporal phases.

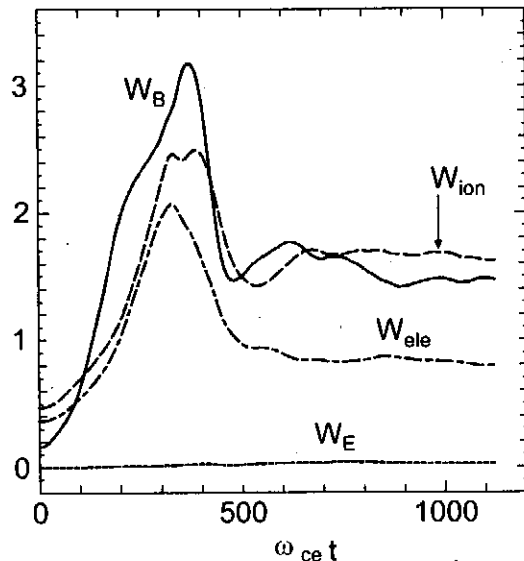


Figure 1: Temporal evolution of volume-integral values of magnetic field, electric field, ion, and electron energies.

Figure 2 illustrates the spatiotemporal structure of the  $n = 7$  mode of the electric field  $E_z$  in the  $(t, y)$  plane, where  $n$  is the Fourier mode number in the  $z$ -direction, the neutral sheet is located at the mid-point of  $y$ -axis (vertical axis) at the initial stage. The LHDI is excited in the periphery at the relatively early period in the same way as in the non-driven case. This mode has an electromagnetic feature as well as an electrostatic feature [11]. The driving electric field imposed at the upstream boundary carries the plasma towards the current sheet and compresses it. The anomalous resistivity generated through the interaction between particles and the LHD wave leads to the penetration of the driving electric field into the current sheet. Figure 3 shows the temporal evolution of two Fourier modes of the electric field  $E_z$  at the midpoint. Figures 2 and 3 indicate that the LHD wave ( $n = 7$  mode) itself propagates towards the center of the current sheet together

with the driving field ( $n = 0$  mode) and triggers collisionless reconnection at the neutral sheet.

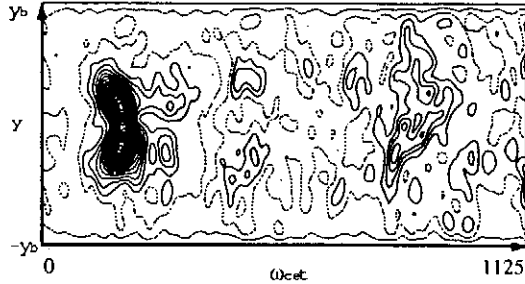


Figure 2: Spatiotemporal structure of the  $n = 7$  mode of the electric field  $E_z$  in the  $(t, y)$  plane.

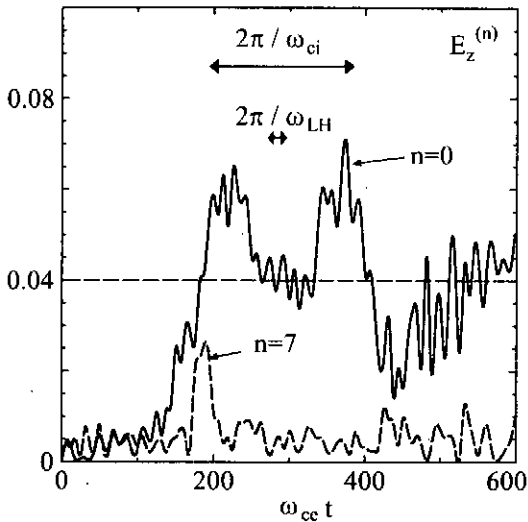


Figure 3: Temporal evolution of two Fourier modes the electric field  $E_z$  at the midpoint, where the solid and dashed lines correspond to the  $n = 0$  and  $n = 7$  modes, respectively.

Magnetic reconnection generates the fast divergent flow which carries the magnetic flux towards the downstream region, thus leading to the change in the spatial structure of the current sheet. Figure 4 illustrates the perspective view of magnetic field strength  $B_x^2 + B_y^2$  at  $\omega_{cet} = 456$  in three-dimensional space, where the weak field region is plotted by an isosurface. The weak field region is

split into three pieces as a result of magnetic reconnection, i.e., the central region around a magnetic "x"-point, and two islands in the downstream which include a magnetic "o"-point. The reconnected magnetic flux accumulates inside the magnetic islands and increases the current density there. When the current density exceeds some critical value, a kink instability is triggered resulting in the destruction of the island structures, as is shown in Fig. 4.

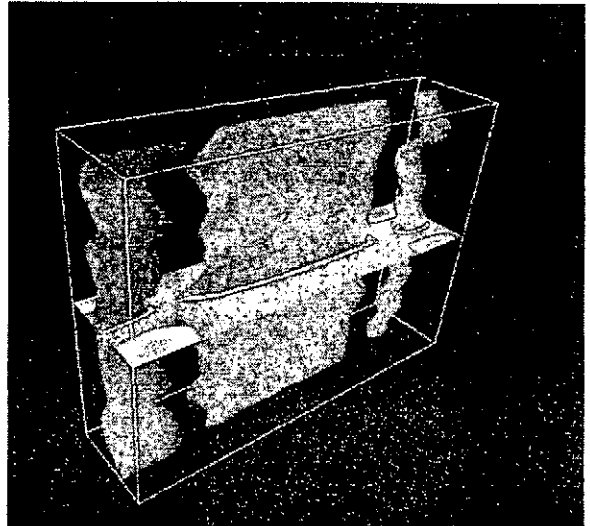


Figure 4: Perspective view of the magnetic field  $B_x^2 + B_y^2$  at  $\omega_{cet} = 456$ , where the weak field region is plotted by an isosurface.

When the magnetic islands move out though the boundary, the extra energy is suddenly expelled from the system together with the magnetic islands (see Fig. 1). After this event, the system relaxes into a quasi-steady state. However, it is also found that a low-frequency EM instability is excited near the central region in this late phase. Spatiotemporal structure of the  $n = 1$  mode of the magnetic field  $B_x$  is plotted in Fig. 5. This EM mode is excited in the late phase and has a frequency comparable to the ion cyclotron frequency which is much lower than the lower hybrid frequency. The detailed examination leads to the conclusion that this mode is nothing but the drift-kink instability and is a possible candidate for anomalous resistivity in the neutral sheet.

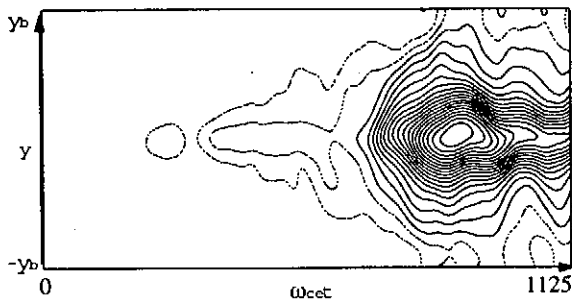


Figure 5: Spatiotemporal structure of the ( $n = 1$ ) mode of the magnetic field  $B_x$  in the  $(t, y)$  plane.

### 3. Summary

Dynamical behavior of thin current sheets controlled by collisionless reconnection has been examined by means of three-dimensional EM particle simulation in an open system which is subject to an external driving source. Collisionless driven reconnection evolves dynamically under the influence of three different types of plasma instabilities excited in a thin current sheet. Driving electric field imposed at the boundary penetrates into the current sheet in accordance with the propagation of the lower hybrid drift wave excited in the periphery. When the electric field reaches the neutral sheet, collisionless reconnection is triggered. Small islands, which are generated in the downstream as a result of collisionless reconnection, suffer from the kink instability leading to the destruction of the island structure. A low frequency EM instability is also triggered in the current sheet in the late phase when there is no island structure in the system.

### References

- [1] A. Nishida, "Geomagnetic Diagnostics of the Magnetosphere" (Springer-Verlang, New York, 1978), p. 38.
- [2] Y. Ono, M. Yamada, T. Akao, T. Tajima, and R. Matsumoto, Phys. Rev. Lett. 76, 3328 (1996).
- [3] R. Horiuchi, W. Pei and T. Sato, Earth Planets Space, 53, 439(2001).
- [4] W. Pei, R. Horiuchi and T. Sato, Phys. Plasmas, 8, 3251(2001).
- [5] W. Pei, R. Horiuchi and T. Sato, Phys. Rev. Lett., 87, 235003(2001).

- [6] N. A. Krall and P. C. Liewer, Phys. Rev., 4, 2094(1971).
- [7] R. C. Davidson and N. T. Gladd, Phys. Fluids 18, 1327(1975).
- [8] M. Ozaki, T. Sato, R. Horiuchi, and the Complex Simulation Group, Phys. Plasmas 3, 2265(1996).
- [9] Z. Zhu and R. M. Winglee, J. Geophys. Res. 101, 4885(1996).
- [10] R. Horiuchi and T. Sato, Phys. Plasmas, 6, 4565(1999).
- [11] W. Daughton, Phys. Plasmas, 10, 3103(2003).

高温プラズマにおける異常輸送を理解することは核燃焼プラズマを達成するために重要な研究課題と考えられている。これまでのところイオンの異常輸送に重点があたりイオン温度勾配駆動型ドリフト不安定性(ITG)のシミュレーション研究が多くの研究者により進められてきた。粒子シミュレーションにおいては、イオンをジャイロ運動論的方程式で記述し、電子に対しては断熱応答を仮定するものが標準的に用いられている。一方、電子のラーマ半径程度のスケールでは、逆に電子を運動論的方程式で記述しイオンを断熱応答で記述する近似がなりたつ。このモデルを用いて電子の異常輸送の候補の一つと考えられている電子温度勾配駆動型ドリフト不安定性(ETG)のシミュレーションが行われている。これらの標準モデルはイオンあるいは電子のいずれかを断熱応答として扱っているため、異なるスケールの相互作用を無視している。この研究では、スケール分離により現象を抽出する従来型の要素還元論的アプローチではなく、多スケール乱流の直接シミュレーションを行うことを目的としており、異なるスケールの相互作用をつじつまのあった方法で取り扱おうと試みている。最初の出発点として、ITG と ETG の相互作用を調べるのではなくもっと近傍に存在する二つの不安定性に注目する。ひとつは ITG でありもう一つは短波長 ITG と呼ばれるものである。短波長 ITG は電子の非断熱効果とイオンの有限ラーマ効果により駆動される。これら2つのイオン・イオン乱流の予備的なシミュレーション結果について報告する。

用いたモデルは shearless の平板体系における運動論的流体モデルである。イオンおよび電子の連続の式はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} - i\omega_c \zeta_i Z_i \Gamma_{\alpha k} \phi_k + \tau (1 + \zeta_i Z_i \Gamma_{\alpha k}) \frac{\partial \phi_k}{\partial t} - i\eta_i \omega_c \Gamma_{\alpha k} \zeta_i (\zeta_i + \zeta_i^2 Z_i - Z_i / 2) \phi_k \\ - i\eta_i \omega_c \zeta_i Z_i b_i (\Gamma_{\alpha k} - \Gamma_{\beta k}) \phi_k + \frac{\tau}{2} \sum_{\mathbf{k}=\mathbf{k}'+\mathbf{k}''} \mathbf{z} \cdot \mathbf{k}' \times \mathbf{k}'' \Theta_{\mathbf{k}} \phi_{\mathbf{k}'} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} - i\omega_c \zeta_e Z_e \phi_k - (1 + \zeta_e Z_e + \lambda^2 k^2) \frac{\partial \phi_k}{\partial t} - i\eta_e \omega_c \zeta_e (\zeta_e + \zeta_e^2 Z_e - Z_e / 2) \phi_k \\ + \frac{\tau}{2} \sum_{\mathbf{k}=\mathbf{k}'+\mathbf{k}''} \mathbf{z} \cdot \mathbf{k}' \times \mathbf{k}'' \phi_{\mathbf{k}'} (n_{\mathbf{k}''} - \lambda^2 k''^2 \phi_{\mathbf{k}''}) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで

$$\Theta_{\mathbf{k}} = \chi_{\mathbf{k}} (n_{\mathbf{k}} + \tau \phi_{\mathbf{k}}) + \eta_i \frac{\omega_c}{\omega} \zeta_i Z_i [(1 - b_i) \Gamma_{\alpha k} + b_i \Gamma_{\beta k}] (\chi_{\mathbf{k}} - \sigma_{\mathbf{k}}) \tau \phi_{\mathbf{k}}$$

$$\chi_{k'} = \frac{2}{\Gamma_{k'}} \int_0^{\infty} dx x e^{-x^2} dx J_0(kx) J_0(k'x) J_0(k''x)$$

$$\sigma_{k'} = \frac{2}{(1-b_i)\Gamma_{0k'} + b_i\Gamma_{1k'}} \int_0^{\infty} dx x^3 e^{-x^2} dx J_0(kx) J_0(k'x) J_0(k''x)$$

であり、

$Z_{i,c}$  は引数  $\zeta_{i,c} = \omega / (k_{\parallel} v_{thi,c})$  をもつプラズマ分散関数、 $\Gamma_{0k,1k} = I_{0,1}(b_i) e^{-b_i}$ 、 $b_i = k_{\perp}^2 \rho_i^2 / 2$ 、

$\lambda^2 = (\Omega_i^2 / \omega_{pi}^2) \tau / 2$ 、 $\tau = T_e / T_i$  である。シミュレーションパラメータは  $k_x \rho_i = 0.1$ 、

$k_{\parallel} \rho_i = 0.01$ 、 $\tau = 1$ 、 $m_i / m_e = 1836$ 、 $\rho_i / L_n = 0.2$ 、 $\Omega_i^2 / \omega_{pe}^2 = 10$ 、 $\eta_i = 3$  である。図1に  $\eta_e = 0, 3$

の場合の線形成長率を示す。実線が  $\eta_e = 3$  の場合であり、波線が  $\eta_e = 0$  の場合である。

有限の  $\eta_e$  により短波長領域で短波長 ITG が不安定化されるとともに ITG の成長率も大きくなっていることがわかる。

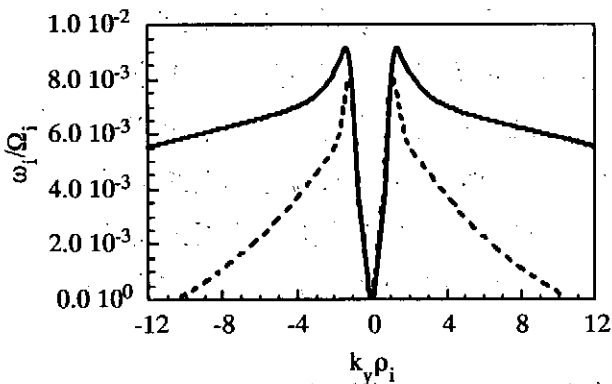


図1 線形成長の波数依存性

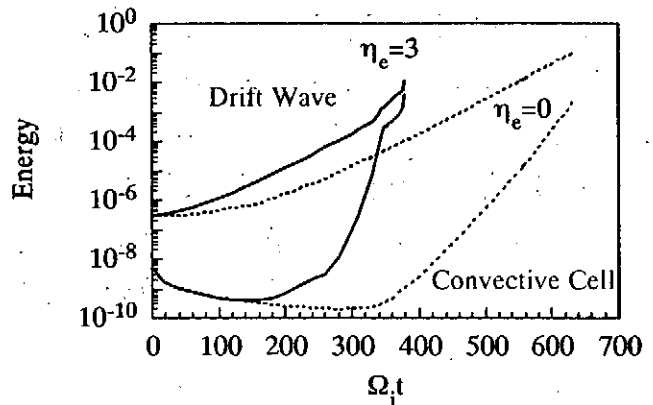


図2 エネルギーの時間発展

図2にドリフト波のエネルギーと対流胞のエネルギーの時間発展を示す。ここでエネルギーはそれぞれ以下のように定義される。

$$E_{DW} = \sum_{k_{\parallel}=0} [1 + k^2 \lambda^2 + \tau(1 - \Gamma_{0k})] |\phi_k|^2, E_{CC} = \sum_{k_{\parallel}=0} [k^2 \lambda^2 + \tau(1 - \Gamma_{0k})] |\phi_k|^2 \quad (3)$$

$\eta_e = 0, 3$  のいずれの場合も対流胞が非線形的に励起されていることがわかる。次にエネルギーのパワースペクトルの時間発展を調べる。1次元および2次元のパワースペクトルを以下のように定義する。

$$E_{\phi}(k_{\parallel}) = \sum_{k_x, k_y} |\phi_k|^2, E_{\phi}(k_x, k_y) = \sum_{k_{\parallel}} |\phi_k|^2 \quad (4)$$

図3に1次元パワースペクトルの時間発展を示す。いずれの場合も対流胞の励起が見

て取れる。またノーマルカスケードも起こっていることがわかる。

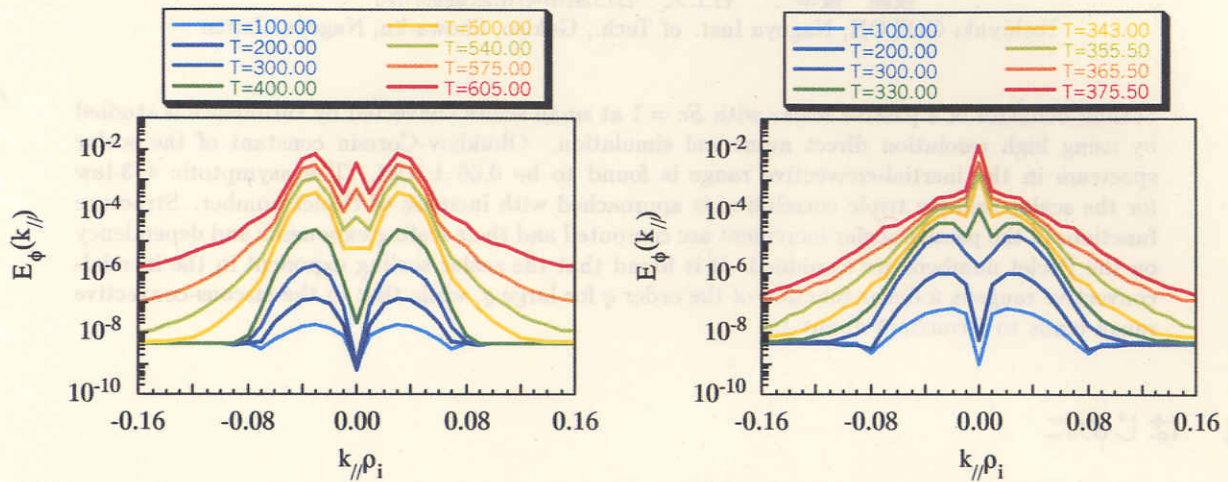


図3 1次元パワースペクトルの時間発展：左図 $\eta_e = 0$ 、右図 $\eta_e = 3$

図4に2次元のエネルギースペクトルの時間発展を示す。 $\eta_e = 0$ の場合は対流胞の成分のうち帯状流の成分 $k_y = 0$ が励起しているが、一方 $\eta_e = 3$ の場合は有限の $k_y$ モードが励起している。また短波長領域においてもピークが現れている。

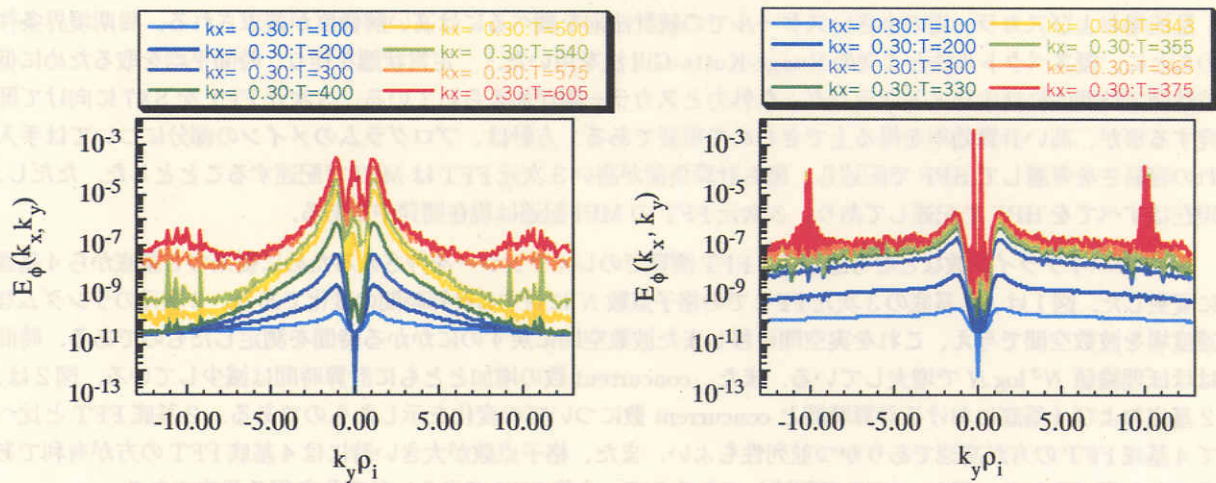


図4 2次元パワースペクトルの時間発展：左図 $\eta_e = 0$ 、右図 $\eta_e = 3$

対流胞の励起に関する理論はパラメトリック不安定性に基づくものが提唱されているが、帯状流やそれ以外のどのモードに選択的にエネルギーがいくのかに関しては十分考察されていない (ITG も場合は帯状流にエネルギーが集中する)。今後、多スケール乱流における対流胞の励起機構とそれともなうフラックスに関し詳細をつめていく予定である。



## 大規模数値計算による NS 乱流とスカラー輸送の統計

後藤 俊幸 名工大 名古屋市昭和区御器所町

Toshiyuki GOTOH, Nagoya Inst. of Tech., Gokiso, Showa-ku, Nagoya, Japan

Scaling behavior of a passive scalar with  $Sc = 1$  at small scales convected by turbulence is studied by using high resolution direct numerical simulation. Obukhov-Corrsin constant of the scalar spectrum in the inertial-convective range is found to be  $0.66 \pm 0.04$ . The asymptotic  $4/3$ -law for the scalar-velocity triple correlation is approached with increase of Péclet number. Structure functions of the passive scalar increment are computed and their scaling exponents and dependency on the Péclet numbers are examined. It is found that the scalar scaling exponent in the inertial-convective range is a linear function of the order  $q$  for large  $q$ , while that in the viscous-convective range tends to a constant about 1.5.

## 1 はじめに

乱流の物理的研究の大きな目標の一つは、普遍性の存在が期待される小さなスケールにおいて、スケールの減少とともに変化する統計法則の解明である。さらに、乱流による物質やエネルギー輸送の問題は応用上もきわめて重要な現象であり、これらスカラー場の統計法則についても研究が盛んに行われてきた。これら乱流現象の解明に向けて、最近の大規模シミュレーションによる研究は大きな進歩と成果を挙げつつある。本研究では、SX7を用いて乱流場とそれにより輸送されるスカラー場の大規模直接数値計算を行い、その統計量の解析を行なった。

## 2 数値計算

乱流場およびスカラー場の小さいスケールでの統計法則を調べるには高い解像度が要求される。周期境界条件のもとに、擬スペクトル法と4次のRunge-Kutta-Gill法を用いた<sup>1</sup>。定常状態を作り、時間平均を取るために低波数側で時間的にはホワイトなランダムな外力とスカラー源が加えられている。3次元FFTをSX7に向けて開発する事が、高い計算効率を得る上できわめて重要である。方針は、プログラムのメインの部分については手入りの容易さを考慮してHPFで記述し、最も計算負荷が高い3次元FFTはMPIで記述することとした。ただし、現在はすべてをHPFで記述しており、3次元FFTのMPI記述は現在開発中である。

SX7のパイプライン数などを考慮して、FFT演算でのレイテンシーを押さえるために従来の2基底から4基底に変更した。図1は、4基底の3次元FFTでの格子点数 $N$ に対する計算時間の変化である。3次元のランダムな速度場を波数空間で与え、これを実空間に移した波数空間に戻すのにかかる時間を測定したものである。時間はほぼ理論値 $N^3 \log N$ で増大している。また、concurrent数の増加とともに計算時間は減少している。図2は、2基底および4基底における計算時間とconcurrent数についての変化を示したものである。2基底FFTと比べて4基底FFTの方が高速でありかつ並列性もよい。また、格子点数が大きい時には4基底FFTの方が有利であることも見て取れる。現在、HPFで記述してあるので、今後MPIでさらに効率化を図る予定である。

## 3 結果

非圧縮流体乱流によって輸送されるスカラー場の統計法則については、速度場と同様に小さいスケールではスカラー場の統計にもある普遍的な法則が存在するという期待がある。しかし、スカラー場における慣性領域以下の微細スケールにおけるその定量的、定性的な研究は未だ十分ではない。そこで、シュミット数 $Sc = \nu/\kappa = 1$ の場合について慣性-対流領域 (inertial-convective range, ICR) から粘性-移流領域 (viscous-convective range VCR) におけるスカラー場の統計量を大規模DNSにより解析した。

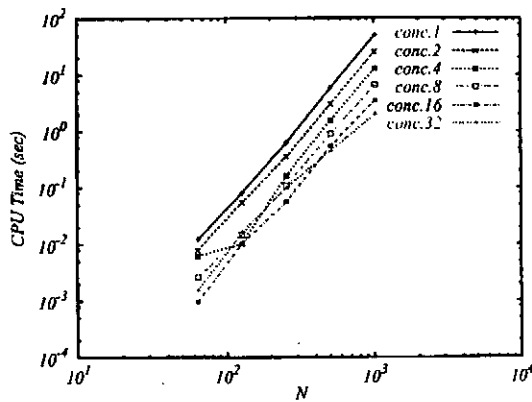


Fig.1 4基底FFTによる計算時間の格子点数依存性

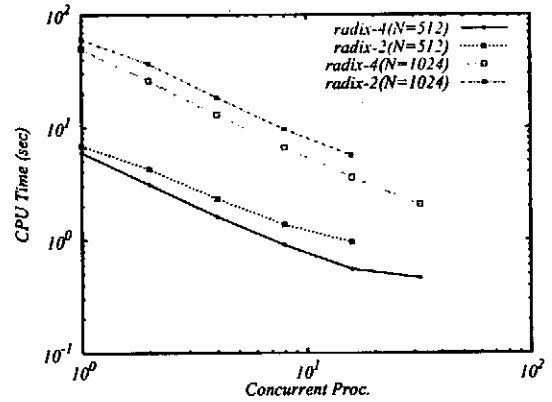


Fig.2 2基底および4基底FFTによる計算時間の並列性の比較

最大格子点数は  $N = 1024^3$  である。得られた定常状態はテイラーのマイクロスケールレイノルズ数とペクレ数において Run 1:  $(R_\lambda, Pe_\lambda) = (258, 145)$ , Run 2:  $(435, 235)$  である。すべての物理量は時間  $T_{av}$  について平均し統計を取った。その時間幅はそれぞれ Run 1:  $T_{av} = 6T_{eddy}$ , Run 2:  $0.5T_{eddy}$  である。

慣性-対流領域におけるパッシブスカラーのスペクトル  $E_\theta(k)$  ( $\langle \theta^2 \rangle / 2 = \int_0^\infty E_\theta(k) dk$ ) は間欠性の影響を無視すれば、 $E_\theta(k) = C_{CO} \bar{\chi} \epsilon^{-1/3} k^{-5/3}$  と表される。  $C_{CO}$  は Obukhov-Corrsin 定数と呼ばれる無次元の普遍 (と考えられている) 定数である。実験による  $C_{CO}$  の測定値は  $C_{CO} = 0.5 \sim 0.83$  とかなりばらついている。<sup>2</sup> 図3は  $k^{5/3}$  をかけたエネルギーおよびスカラー場のスペクトルである。定常状態におけるスペクトルから、Kolmogorov 定数  $K = 1.64 \pm 0.02$ , Obukhov-Corrsin 定数  $C_{CO} = 0.66 \pm 0.04$  が得られた。つぎに、乱流統計法則で漸近的厳密解として知られている縦速度場の3次モーメントの4/5法則とスカラー差分と縦速度差の3次モーメントについての4/3法則を検証した。これらはそれぞれ

$$\langle \delta u_r^3 \rangle = -\frac{4}{5} \bar{\epsilon} r, \quad \langle \delta \theta_r^2 \delta u_r \rangle = -\frac{4}{3} \bar{\chi} r, \quad \eta \ll r \ll L_* \quad (1)$$

と表される。ここに  $\eta$  と  $L_*$  はそれぞれ、Kolmogorov 長さ、積分長さである。図4には(1)式の両辺を  $\bar{\epsilon} r$  または  $\bar{\chi} r$  で割った値が描いてある、レイノルズ数  $R_\lambda$  が增大するとき、曲線はそれぞれ4/5, 4/3の値に漸近する。また、速度場より小さいスケールまで4/3法則の領域が広がっている。図5から図7には縦速度差分  $\delta u_r = u(\mathbf{x} + r\mathbf{e}_x) - u(\mathbf{x})$ 、スカラー差分  $\delta \theta_r = \theta(\mathbf{x} + r\mathbf{e}_x) - \theta(\mathbf{x})$ 、および混合成分の構造関数

$$S_q^L(r) = \langle |\delta u_r|^q \rangle, \quad S_q^\theta(r) = \langle |\delta \theta_r|^q \rangle, \quad S_q^{\theta L}(r) = \langle |(\delta \theta_r)^2 \delta u_r|^{q/3} \rangle \quad (2)$$

の局所スケーリング指数  $\zeta_q^\alpha(r) = d \log S_q^\alpha(r) / d \log r$ , ( $\alpha = L, \theta, \theta L$ ) のスケール依存性を各次数  $q$  について示したものである。スカラー差分のスケーリング指数には、大まかに見て2つのスケーリング領域があるように見える。 $r$  の小さい方は、いわゆる粘性-対流領域であり、 $Sc = 1$  にも関わらずこの領域が観測されるということは、スカラー場におけるスケール間相互作用の非局所性が強いことを示唆している。一方、スカラー差分と縦速度差分の混合構造関数はICR, VCRに関わらず1つのスケーリング指数によって表されるようである。これら各スケーリング指数を、その次数  $q$  に対してプロットしたものが図8である。ICR, VCRいずれの領域においても、スカラー場のスケーリング指数は速度場のそれよりも小さいことが見て取れる。これは、スカラー場の間欠性が速度場のそれよりも強いことを示している。また、ICRでの  $\zeta_q^\alpha$  は  $q$  とともに増加し  $q$  の大きいところで1次関数のようになっている。一方、VCRでの増加割合は次第に減少し、ほぼ一定値(約1.5)に漸近している。スカラー場のスケーリング指数の特定は未だ十分ではなく、また確率密度関数などの解析も行う必要がある。より広いスケール領域で統計法則を調べる必要があり、今後計算プログラムを改良しさらに大規模な計算を行う予定である。

1) T. Gotoh, D. Fukayama, and T. Nakano, Phys. Fluids 14, (2002) 1065.

2) A. S. Monin and A. M. Yaglom Statistical Fluid Mechanics, Vol. II, (MIT press, Cambridge 1975).

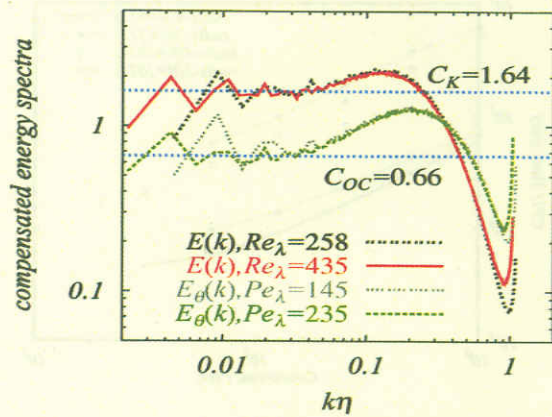


Fig.3 エネルギーとスカラー分散のスペクトル。  
 $\bar{\epsilon}^{-2/3}(k/k_d)^{5/3} E(k)$ ,  $\bar{\epsilon}^{-1/3}(k/k_d)^{5/3} E_\theta(k)$ .

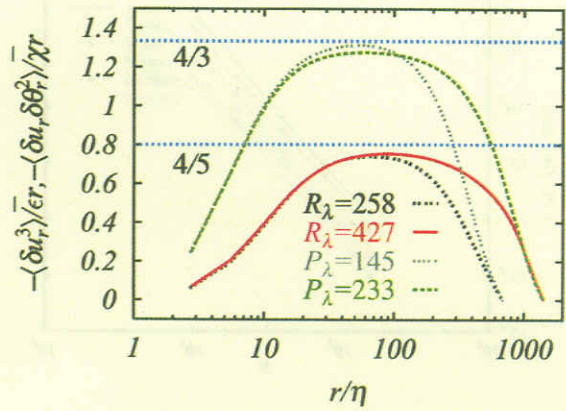


Fig.4 4/5 法則と 3/4 法則への漸近.

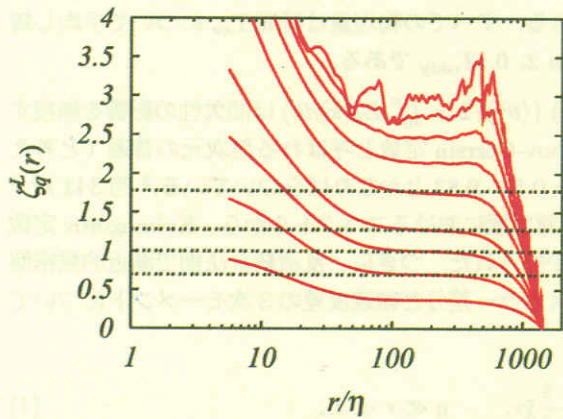


Fig.5 縦速度差のスケール指数  $\zeta_q^L(r)$ .  
 $\langle |\delta u_r|^q \rangle$ ,  $q = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14$ .  
 $R_\lambda = 435, Pe_\lambda = 145$ .

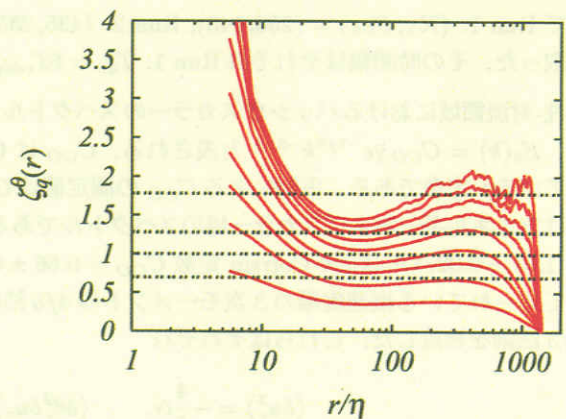


Fig.6  $\zeta_q^\theta(r) \langle |\delta \theta_r|^q \rangle$ ,  $q = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14$ .  
 $R_\lambda = 435, Pe_\lambda = 145$ .

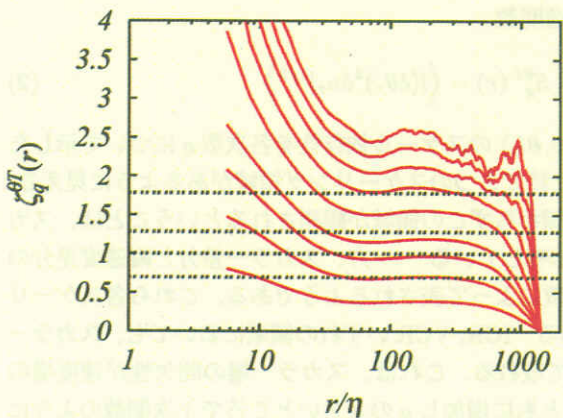


Fig.7  $\zeta_q^{\theta L}(r)$ .  $q = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 14$ .  $R_\lambda = 435, Pe_\lambda = 145$ .

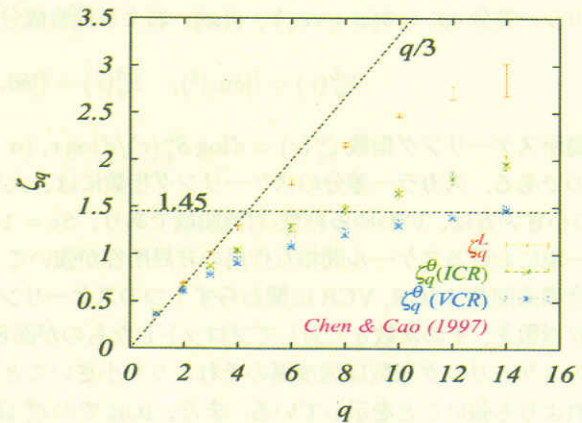


Fig.8 スケール指数の比較.

# 非発散正規直交ウェーブレットによる 乱流速度場の分布関数の時間発展の解析

岡山理科大・工学部 あらきけいすけ<sup>1</sup>

乱流における間欠性の現象論的な理論は、速度の2点相関に基づくものでも散逸率に基づくものでも、なんらかの分枝過程 (multiplicative process) によって形成されることを仮定している。このような仮定は必然的に (対数) 無限分解可能な分布関数によるカスケード的な描像を前提している (Kolmogorov, Obukhov の対数正規 [1], Kida の対数安定 [2], She and Leveque の対数 Poisson [3])。実験的に得られている結果としては、風洞乱流のデータを基にして速度差  $\delta v$  の確率分布関数に対し分枝過程の伝達の確率の積分核を求めたものがある [4]。解析の結果は (対数 Poisson モデルよりはむしろ) 対数正規的な過程に支配されているというものであった。風洞乱流のデータは1次元の時系列であり、数値シミュレーションを用いた3次元解析による研究では決定的な結果は得られていないように思われる。

本研究では正規直交非発散ウェーブレット (以下ヘリカル・ウェーブレットと呼ぶ) を用い、乱流データの時間発展を追跡する。長さ  $L$  の3次元周期境界条件におけるヘリカル・ウェーブレットは、次式で与えられる3次元実ベクトル値関数である [5] :

$$\psi_{j\ell\sigma}(\vec{x}) := \sum_{\vec{k} \in \mathbb{Z}^3 \setminus \{\vec{0}\}} \hat{\psi}_\xi \left( \frac{k_x}{2^j} \right) \hat{\psi}_\eta \left( \frac{k_y}{2^j} \right) \hat{\psi}_\zeta \left( \frac{k_z}{2^j} \right) \times \frac{e_{\theta}(\vec{k}) + i\sigma e_{\varphi}(\vec{k})}{\sqrt{2}} \exp \left[ 2\pi i \vec{k} \cdot \left( \frac{\vec{x}}{L} - \frac{\vec{l}}{2^j} \right) \right], \quad (1)$$

ここで  $\hat{\psi}_0, \hat{\psi}_1$  は1次元のスケリング関数、マザーウェーブレットの Fourier 変換 [6]、 $e_{\theta}(\vec{k}), e_{\varphi}(\vec{k})$  は Fourier 空間における球座標の  $\theta, \varphi$  方向の単位ベクトルであり、関数に現れる添え字の定義と意味は Table.1 にまとめた。

添え字	範囲	意味
$j$	$j \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots\}$	解像度
$\epsilon = \xi + 2\eta + 4\zeta$	$\xi, \eta, \zeta \in \{0, 1\}$	異方性
$\vec{l} = (l_x, l_y, l_z)$	$l_x, l_y, l_z \in \{0, 1, \dots, 2^j - 1\}$	位置
$\sigma$	$\sigma \in \mathbb{Z}_2 = \{1, -1\}$	ヘリシティ

Table. 1 周期境界条件におけるヘリカルウェーブレットの添え字の意味と範囲

ヘリカル・ウェーブレットは乱流の研究に応用され、非線形相互作用がスケールの意味で局所的に生じていること [7]、渦構造のようなエネルギーの集中した場所とエネルギー輸送に強い相関が見られること [8] を示した。これを用いて速度場を分解する :

$$\mathbf{u}(\vec{x}, t) = \sum_{j, \ell, \sigma} u_{j\ell\sigma}(t) \psi_{j\ell\sigma}(\vec{x}) \quad \text{ここで} \quad u_{j\ell\sigma}(t) = \int \mathbf{u}(\vec{x}, t) \cdot \psi_{j\ell\sigma}(\vec{x}) d^3\vec{x}. \quad (2)$$

通常のスカラー値のウェーブレットを用いた解析に対するヘリカル・ウェーブレットを用いた分解の利点として、変数に冗長さが無いという事が上げられる。これはヘリカル・ウェーブレットが複素ヘリカル波のユニタリ変換で与えられることの帰結であるが、これはスペクトル分解に際して無駄な情報が付け加わらないことを意味している [9]。

ヘリカル・ウェーブレット基底は正規直交なので、流体の運動エネルギーは各ウェーブレット係数の二乗和で与えられる。このエネルギーのスペクトル分解から異方性とヘリシティの情報を縮約し、位置とエネルギーに関する情報のみを取り出す :

$$E(t) = \frac{1}{2} \int \mathbf{u}(\vec{x}, t) \cdot \mathbf{u}(\vec{x}, t) d^3\vec{x} = \sum_{j, \ell} E_{j\ell}(t) \quad \text{ここで} \quad E_{j\ell}(t) = \frac{1}{2} \sum_{\epsilon, \sigma} |u_{j\ell\epsilon\sigma}(t)|^2, \quad (3)$$

(以下  $E_{j\ell}(t)$  をスケール・位置エネルギースペクトルと呼ぶ)。スケール・位置エネルギースペクトル  $E_{j\ell}(t)$  は与えられたデータの空間スケールと (空間スケールから不確定性原理の範囲内で決まる) 位置の情報を同

<sup>1</sup>e-mail: araki@are.ous.ac.jp

時に表現した量をあらわしている。したがって  $E_{ji}(t)$  の統計的なデータは、空間内でのエネルギー分布の非一様性、すなわち間欠性を定量的に評価するための良い指標となる。

分析した乱流データは格子点数  $256^3$ 、周期境界条件下で擬スペクトル法を用いて積分したものである。シミュレーションにおいて外力の強制的な印加はせず、エネルギーは自由散逸をしている。スペクトルに慣性領域は無い。以下ではこの乱流データの時系列に対して  $E_{ji}(t)$  の空間スケール  $j$  を固定した上での集団  $\{E_{ji}(t); j \text{ fixed}\}$  の分布関数を調べる。解析は  $j = 5, 6, 7$  の各解像度で行われた<sup>2</sup>。紙幅の関係上、以下では  $j = 5$  の結果について記す。

Figure.1 にスケール・位置エネルギー  $E_{ji}(t)$  の分布関数の時間発展を、Figure.2 にその平均値と標準偏差の時間発展を示す。分布関数のピーク的位置は、はじめ次第に大きな値へ向かい、 $t = 4$  を越えたところで徐々に減少していく。標準偏差の値は  $t = 0.5$  でピークを迎えた後、減少を続けていく。平均値の時間発展を見ると、エンストロフィの値と関連した発展をしているような傾向が見られた。

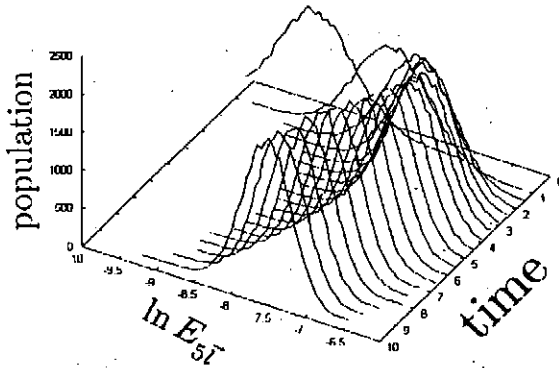


Figure. 1 特定のスケールにおけるスケール・位置スペクトル  $E_{ji}$  の分布の時間発展。解像度クラスは  $j = 5$ 。分布関数はスケール・位置エネルギー・スペクトルの対数  $X = \ln E_{ji}(t)$  の区間  $[X - \frac{1}{2}\Delta X, X + \frac{1}{2}\Delta X]$ 、 $\Delta X = 0.05$  に関するヒストグラムを取ったもの。

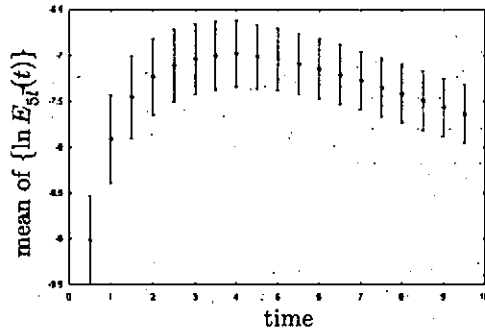


Figure. 2 Figure.1 の分布関数の平均値  $m$  の時間発展。エラーバーはその時刻での標準偏差  $\sigma$  の値を用いて、 $[m - \sigma, m + \sigma]$  を示したもの。

各時刻での解像度ごとの比較を行った結果、 $j$  が増えるにつれて集団の分散が増える傾向が見られた。すなわち、スケールが小さくなるにつれて空間的な間欠性は大きくなるという結果を確認できた。

スケール・位置スペクトル分布関数を  $X = \ln E_{ji}(t)$  の平均値  $m$  と標準偏差  $\sigma$  で規格化したものを Figure.3 に示す。線形プロット、対数プロットされた図より明らかなように、分布関数は対数正規分布に極めて近い形をしている。この分布関数への吸引はきわめて短い時間の内に生じている。一端、対数正規分布が形成されると、分布関数の形を変えないまま速度の散逸が生じる。この対数正規分布への強い吸引の傾向は、今回示さなかった  $j = 6, 7$  のデータにおいても同様に現れている。またこの結果は、別の数値計算の結果でも示唆されている [8]。

この乱流の統計的特徴について特筆すべきことは、この自己相似則は慣性小領域のない乱流データの比較的低波数側の粘性領域で成り立っていることである。慣性小領域を越えた普遍領域にわたる自己相似性の存在については Benzi et al. が最初に報告した拡張された自己相似性 (extended self similarity, ESS) がある [10]。今回の結果は、自由減衰乱流における渦の形成と散逸の過程が、自己相似的に ESS を形成しつつ生じていることを示唆しているのではないと思われる。さらにいくつかのシミュレーション結果と比較して検討する必要がある。

<sup>2</sup>格子点数が  $256^3$  の場合、空間解像度の添え字  $j$  は  $j = 0, 1, 2, \dots, 7$  の値を取る。

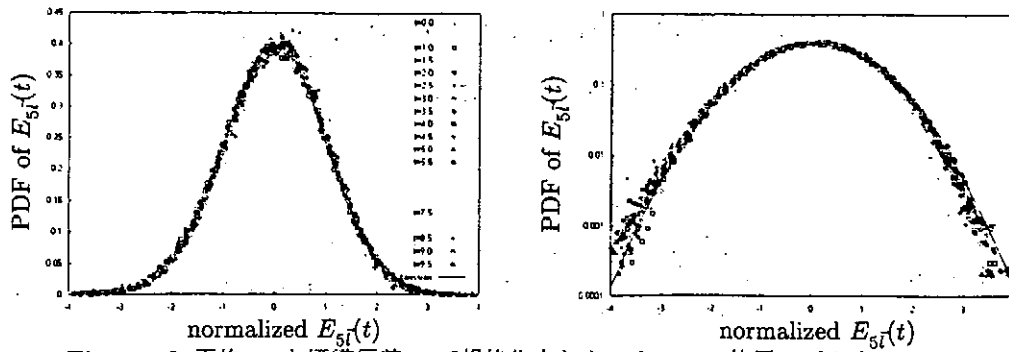


Figure. 3 平均  $m$  と標準偏差  $\sigma$  で規格化されたスケール・位置スペクトル  $E_{5l}^-$  の分布関数 : (左) 線形プロット、(右) 対数プロット。解像度は  $j = 5$ .

## References

- [1] A. N. Kolmogorov, C. R. Acad. Sci. USSR, Vol.30 (1941) p.301; A. M. Obukhov, J. Fluid Mech., Vol.13 (1962) p.82.
- [2] S. Kida, J. Phys. Soc. Japan, Vol.60 (1990) p.5.
- [3] Z. S. She, E. Leveque, Phys. Rev. Lett., Vol.72 (1994) p.959.
- [4] A. Arneodo, S. Manneville, J. F. Muzzy, "Towards log-normal statistics in high Reynolds number turbulence", Eur. Phys. J. B, Vol.1 (1998) pp.129-140.
- [5] K. Araki, K. Suzuki, K. Kishida, S. Kishiba, "Multiresolution approximation of the vector fields on T<sup>3</sup>", NIFS-report NIFS-590 (National Institute for Fusion Science, Toki, 1999); e-print is available at <http://xxx.lanl.gov/abs/math-ph/9904015>.
- [6] Y. Meyer, "Wavelets and operators", (Cambridge Univ. Press, 1992).
- [7] K. Kishida, K. Araki, S. Kishiba, K. Suzuki, Phys. Rev. Lett., Vol.83, No.26, pp.5487-5490 (1999);
- [8] K. Kishida, K. Araki, "Orthonormal divergence-free wavelet analysis of spatial correlation between kinetic energy and nonlinear transfer in turbulence", in Y. Kaneda, T. Gotoh (Eds.), "Statistical Theories and Computational Approaches to Turbulence, Modern Perspectives and Applications to Global-Scale Flows", pp.248-259, (Springer, Tokyo, 2002)
- [9] K. Kishida, Doctor thesis (Hiroshima univ, 2000).
- [10] R. Benzi, S. Ciliberto, R. Tripicciono, C. Baudet, F. Massaioli, S. Succi, Phys. Rev. E, Vol.48 (1993) pp.R29-R32.

# 秩序渦と乱流場との相互作用について

高橋 直也、宮崎 武 (電気通信大学)

## 1 目的

大規模な秩序渦構造が乱流場と相互作用する現象は、自然界や工学上の問題として頻繁に現れる。剪断乱流中では二次元的な大規模渦が周辺乱流場と相互作用して3次元化が促進される例や、飛行機の翼端から発生する後引き渦と乱流場との相互作用で崩壊することが観察されている。

これまで筆者ら [1] は、Lamb-Oseen 渦と乱流場との相互作用過程について直接数値計算によって再現し、相互作用によって起こる渦構造の変化を可視化解析と統計解析を用いて調べた。その結果、(1) 渦核における渦波の発生と、その結果起こる秩序渦の大規模構造の変化、(2) 周辺乱流場の微細渦構造の、秩序渦の差分回転による渦輪状構造の形成、について報告した。

本論文ではこれ発展させ、構造の変化と非線形過程を流れ場の可視化によって I. Lamb-Oseen 渦と背景乱流場との相互作用に伴うスカラー輸送の促進過程、及び II. 軸流のある秩序渦 ( $q$ -vortex) と背景乱流場との相互作用で起こる渦構造の変化過程、を捉えることを目的とする。

## 2 数値計算方法

秩序渦の発展を捉えるため、計算精度の高いフーリエ・スペクトル法を用いた直接数値計算を行った。基礎方程式として Navier-Stokes 方程式を用い、非圧縮条件を課す；

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

ここで  $\mathbf{u}$  は速度場、 $p$  は圧力、 $\nu$  は動粘性係数を表す。時間発展の離散化には4次精度の Runge-Kutta-Gill 法を用いて離散化し、空間の離散化には擬スペクトル法を用いる。初期攪乱の流れ場生成には減衰乱流を生成した。このなかで流れ場が十分発達したときに計算を打ち切り、初期攪乱とした。また秩序渦の配置を、周期的境界条件を満たす様に配置した。この結果、周回方向波数2のストレイン場は存在せず、このため Crow 不安定性や Widnall-Bliss-Tsai 不安定性は発生しない。

持つ秩序渦には、パッシブスカラーについての解析には Lamb-Oseen 渦を、渦構造の変化には Batchelor 渦をモデル化した  $q$ -vortex [2] を、それぞれ用いた。これらの渦を渦中心を  $z$  軸とした円柱座標系  $(r, \theta, z)$  での速度場  $(U_r, U_\theta, U_z)$  を表すと、

$$(U_r, U_\theta, U_z) = \left( 0, \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\}, \frac{\Gamma_0}{2\pi r_0 q} \exp\left\{-\frac{r^2}{r_0^2}\right\} \right) \quad (1)$$

となる。ここで旋回パラメタ  $q$  は、スカラー輸送の解析に用いた Lamb-Oseen 渦では  $q = -\infty$  に、軸流のある秩序渦の解析では周方向波数  $m = 1$  について最大の増幅率を持つ  $q = -0.45$  (Mayer and Powell [3]) に、それぞれ設定した。また  $r_0$  は初期条件における秩序渦の半径であり、 $\Gamma_0$  は秩序渦の循環を示す。これら流れ場の特徴を示すパラメタとして用い、長さスケールとして半径  $r_0$  を、時間スケール  $T$  として秩序渦が一回転する時間  $2\pi r_0 / (\Gamma / 2\pi r_0)$  に取った。また無次元パラメタ  $\alpha$  は背景乱流場に対する秩序渦の強さを表す。背景乱流場の渦度の自乗平均  $\omega$  と秩序渦の半径  $r_0$  を用い、循環  $\Gamma_0$  と  $\Gamma_0 = \alpha r_0^2 \omega$  として関連付けた。

## 3 スカラー輸送過程の変化 (Lamb-Oseen 渦, $q = -\infty$ )

スカラーの支配方程式として、一般的なパッシブスカラーの発展方程式

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla s = \kappa \nabla^2 s$$

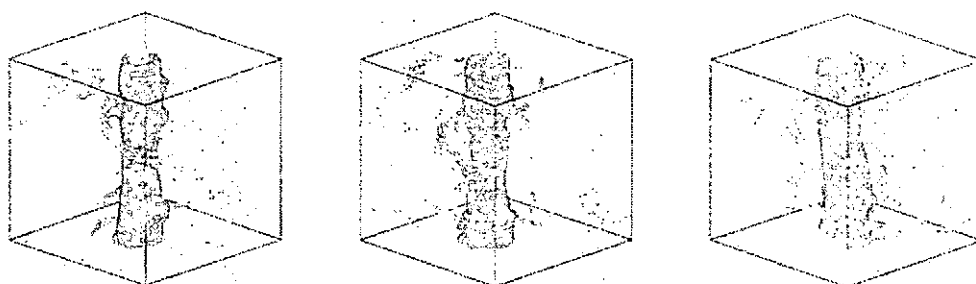


図 1: 渦構造とパッシブスカラーの変化 (Case 1)。灰: 高エンストロフィー領域の等値面, 黒: パッシブスカラーの等値面 (最大値の 16%)。左から  $t = 3.1, t = 6.3, t = 9.5$ 。

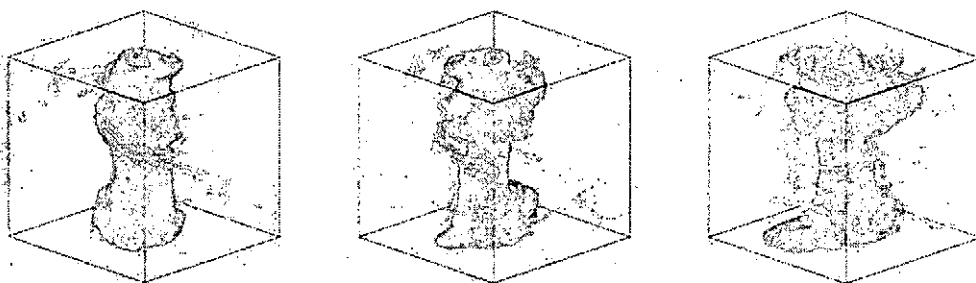


図 2: 渦構造とパッシブスカラーの変化 (Case 2)。灰: 高エンストロフィー領域の等値面, 黒: パッシブスカラーの等値面 (最大値の 16%)。左から  $t = 3.1, t = 6.3, t = 9.5$ 。

を用いた。また初期条件として、次に示す Case 1, Case 2 と 2 通りの分布を与えた;

$$\text{Case 1: } s_1(r) \propto \exp\left\{-\frac{r^2}{r_1^2}\right\}, \quad \text{Case 2: } s_2(r) \propto \frac{r^2}{r_0^2} \exp\left\{-\frac{r^2}{r_1^2}\right\}.$$

Case 1 では、渦核内に分布するスカラーの振舞いを調べるため、Lamb-Oseen 渦 (式 (1)) の渦度の  $z$  成分の分布に一致させた。また Case 2 では渦核表面での輸送現象の変化に注目するため、スカラー分布の最大値を渦表面上 ( $r \simeq 1.7r_0$ ) に持つ分布に設定した。

### 3.1 Case 1

パッシブスカラー場  $s(\mathbf{x})$  の初期分布が Case 1 の場合の、渦構造とスカラー場の構造の時間変化を図 1 に示す。渦核が存在しない場合と比較すると、パッシブスカラー場は渦核 ( $r \sim r_0$ ) 内に  $t \simeq 10$  まで保持され、それ以降の時刻でも渦核外への顕著な輸送は見られなかった。このとき渦核は内部に発生した渦波によって大規模構造が変形するが、パッシブスカラーの大規模構造もそれに伴って変化する様子が観察された。このときスカラーは渦核外部に流出することはなく、このため渦核外 ( $r > r_0$ ) に発生する渦輪状の微細渦構造による輸送はほとんど確認できなかった。

### 3.2 Case 2

パッシブスカラー場  $s(\mathbf{x})$  の初期分布が Case 2 の場合の、渦構造とスカラー場の構造の時間変化を図 2 に示す。このときパッシブスカラーは、Case 1 と同様に渦核内にあったパッシブスカラーは保持された。一方渦核周辺では、渦輪状の微細渦構造の発達に伴い、スカラー輸送が活発になる様子が観察された。このときスカラーの輸送が顕著なのは、渦核表面に発生した微細渦構造が密集している場所である。このため微細渦のスカラーの輸送能力について、単体では低いものの、複数がクラスターを形成することによって効率よく輸送することが考えられる。



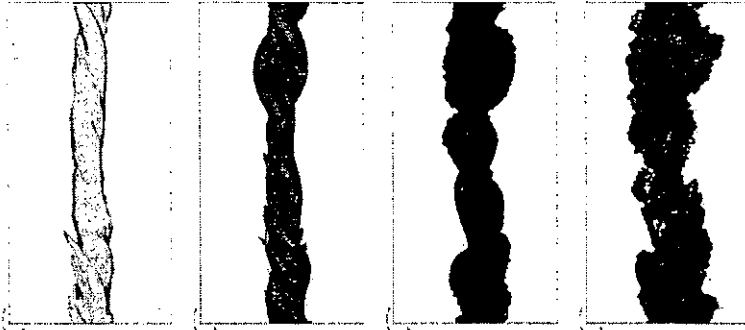


図 3: エンストロフィーの等値面 ( $q$ -vortex,  $q = -0.45$ );  $t =$  (a) 0.8, (b) 1.3, (c) 1.7, (d) 2.0.

## 4 $q$ -vortex

図 3 は、渦構造の変化を渦度の等値面により示したものであり、図中では各時間帯での渦度の空間全体の自乗平均の 3 倍を閾値としている。初期状態において、初期乱流場に  $q$ -vortex を重ね合わせたただけであるので、秩序渦はほぼ円柱状の構造を保っていた。その後の時間発展とともに、 $q$ -vortex は周辺乱流場の影響を受け始め、変形を始める。時間発展開始から、 $q$ -vortex は捻れた構造 (ツイスト構造) を呈し (図 3(a))、その後さらに捻れながら半径方向に膨らみ続けた (図 3(b))。秩序渦が 1 回転するころ (図 3(c))、2 つのスパイラル状の渦が巻き付いた様な構造 (スパイラル構造) に変化した。このため、線形不安定な  $q$ -vortex の崩壊は乱流の特徴的な流れ場による影響よりも、渦核自身の線形不安定性に大きく依存していると考えられる。

この直後に突発的な崩壊が始まり、一気に秩序渦の微細化が進んでいく様子が観察された (図 3(c)–(d))。この突発的な崩壊が始まるまでに  $q$ -vortex 自身は 1, 2 回転しかせず、前述した一連の構造変化と崩壊は、軸流を持たない Lamb-Oseen 渦に比べ、非常に早い時間帯で起こることがわかった。特に崩壊する過程での高強度領域 (図 3(c)) では、 $q$ -vortex が突発的に崩壊する際、一時的に複数の細かい渦輪状の高強度領域を持った特徴的な構造へ変化している事が捉えられた。

## 5 結論

秩序渦と乱流場との相互作用の直接数値計算を行った。

Lamb-Oseen 渦と乱流場との相互作用に伴うパッシブスカラー場の輸送現象について解析した。渦核内にあるパッシブスカラーは、その内部に保持され、渦核の構造変化に伴って変形することが観察された。一方、渦核表面のパッシブスカラーはその周辺に生じる微細渦構造によって輸送が促進された。この現象が顕著に見られた部分は、微細渦構造が集中している領域に対応した。

また軸流のある秩序渦、線形不安定な  $q$ -vortex の渦構造の変化を捉えるため、3 次元スペクトル法での直接数値計算を高解像度で行なった。その結果、線形不安定な構造から突発的な渦構造変化が捉えられた。その過程の特徴として、一次不安定では線形不安定性によって形成された 2 本のブレードを持つヘリカル構造が、二次不安定ではブレード上に形成された微細な渦輪構造が、それぞれ観察された。この直後、渦核内部では高波数擾乱が励起され微細化が顕著に促進され、秩序渦が突発的に崩壊した。この特徴的な渦構造と、秩序渦の表面に現れることは、渦輪の曲率不安定性 [4] との関連を示唆する。

## 参考文献

- [1] 高橋, 石井, 宮崎, 山本. ながれ マルチメディア, 21(6):497–498, 2002.
- [2] M. Lessen, P. J. Singh, and F. Paillet. *J. Fluid Mech.*, 63:753–673, 1974.
- [3] E. W. Mayer and K. G. Powell. *J. Fluid Mech.*, 245:91–114, 1992.
- [4] Y. Fukumoto, *J. Fluid Mech.*, 493:287–318, 2003

## プラズマ乱流輸送と分布関数構造に関するシミュレーション研究

核融合科学研究所 渡邊智彦

過去2、3年の間、2次元スラブ配位を用いたイオン温度勾配(ITG)不安定性による乱流輸送のシミュレーション研究を進めてきた。その結果、速度分布関数の微細構造形成に伴うエントロピー変化と輸送の関係を明確に示すことで、無衝突乱流の準定常状態の存在や、弱衝突性乱流の定常状態と輸送、など基本的課題を明らかにすることができている[1, 2]。今年度は、それらの結果をまとめるとともに、新しくトロイダル配位を扱う gyrokinetic-Vlasov シミュレーション・コードを開発し、ベンチマーク・テストを行ったので、以下に報告する。

シミュレーション・モデルとしてトロイダル・フラックス・チューブ配位を用い、ある磁気面上の磁束管に沿った局所的な取り扱いを行う。大アスペクト比・低ベータ値をもつトカマク配位に対して、同心円状の磁気面を仮定し、座標系はいわゆるフラックス・チューブ座標を用いて、

$$\begin{cases} x = r - r_0 \\ y = \frac{r_0}{q_0} [q(r)\theta - \xi] \\ z = \theta \end{cases}$$

とする。境界条件は、 $x, y$  方向に周期境界条件とし、 $z$  方向には Beer 等(1995)による変形された周期境界条件を用いる。

さらにフルート・オーダーリングに基づいてジャイロ運動論方程式を簡略化し、イオンの摂動分布関数についての以下の方程式系を取り扱う。

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + v_{\parallel} \hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla + v_d \cdot \nabla - \frac{\mu}{m} (\hat{\mathbf{b}} \cdot \nabla B) \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \right] \delta f + \frac{c}{B_0} \{ \psi, \delta f \} = (v_{\parallel} - v_d - v_{\parallel} \hat{\mathbf{b}}) \cdot \frac{e \nabla \psi}{T_i} F_M$$

$$\int J_0(k_{\perp} v_{\perp} / \Omega) \delta f d^3 v - [1 - \Gamma_0(k_{\perp}^2)] \frac{e \phi}{T_e} = \frac{e}{T_e} (\phi - \langle \phi \rangle), \quad k_{\perp}^2 = (k_x + \hat{s} z k_y)^2 + k_y^2$$

ここで $\langle \cdot \rangle$ は磁気面平均を表す。他は標準的な表記に従った。この方程式を5次元位相空間内で数値的に解く。現バージョンでは、時間積分にルンゲ・クッタ・ギル法、 $x, y$  方向にスペクトル法、 $z, v_{\parallel}$  方向の微分には風上差分近似を用いている。

Cyclone DIII-D パラメーターを用いたトロイダル ITG モードについての線形計算結果について、図1に固有関数分布を、図2に固有周波数と成長率を示す。

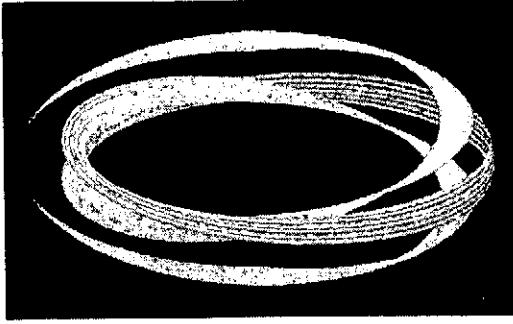


図 1

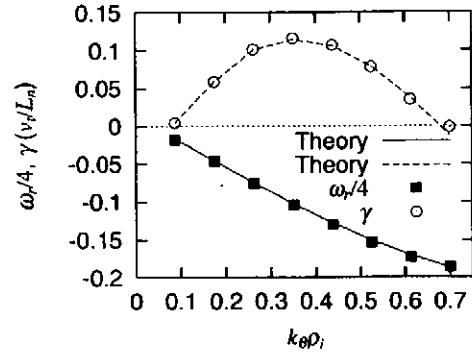


図 2

ここでは、大アスペクト比極限でミラー力を見捨てている。曲率の悪い領域に局在した固有モードの構造を良く再現できていること、また、周波数と成長率が固有値解析により得られた結果と良く一致していることが確かめられた。

次に、電場を0とした場合の密度揺動の無衝突減衰過程を調べた。バルーニング型の密度揺動は時間の2乗に逆比例して減衰することが理論的に知られている。この時、速度空間内に分布関数の微細揺動が生成され、その結果エントロピーの2次摂動成分が増大する。スラブ配位との類推から、乱流輸送に伴う系のエントロピー釣り合いを正確に再現するには、こうした無衝突減衰過程をきちんと取り扱えることが必要であり、このことは重要なベンチマーク・テストとなる。図3に示されているように、十分な速度空間分解能を与えれば上述の無衝突減衰過程を精度よく再現することができることが確かめられた。

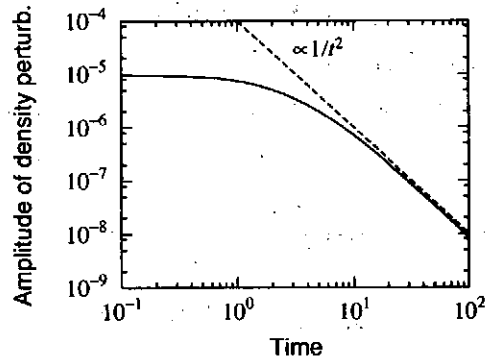


図 3

さらに、帯状流と GAM 振動について良好なベンチマーク結果を得ており、また、衝突項を導入した乱流輸送のシミュレーション研究を進めている。

- [1] T.-H. Watanabe and H. Sugama, Phys. Plasmas 9, 3659 (2002).
- [2] T.-H. Watanabe and H. Sugama, to appear in Phys. Plasmas (2004).

# 太陽コロナにおけるエネルギー解放過程の 実データシミュレーション

草野完也<sup>1</sup>

広島大学大学院先端物質科学研究科

## 1 はじめに

太陽圏空間における最も激しい爆発現象である太陽フレアやコロナ質量放出 (CME) は、太陽のみならず恒星の物理を理解する上でも重要な研究対象である。さらに、太陽に起因する爆発現象は人類の宇宙活動や地球近傍の電磁環境に多大な影響を与えることから、こうした現象の発生を予測することが強く期待されている。

「ようこう」、「SOHO」、「Trace」および「RHESSI」など近年多くの太陽観測衛星が打ち上げられ、様々な波長域による太陽コロナ観測が成功した結果、フレア爆発によるエネルギー解放の主たる機構が磁気リコネクションであることがほぼ確認された。しかし、フレアの際にリコネクションが生じていることを示す多くの観測結果があるにも関わらず、フレア発生の物理的な原因は未だによく分かっていない。すなわち、「いつ、どこで、なぜリコネクションが爆発的に発生するのか?」という基本的課題が未解決のまま残されているといえる。

フレア発生機構の解明を困難にするひとつの理由は、太陽表面の運動とその結果であるコロナのプラズマダイナミクスの因果関係が複雑な非線型電磁流体力学過程で支配されていることにある。本研究の目的は、コロナプラズマの3次元非線型電磁流体 (MHD) シミュレーションを通して、太陽表面運動に起因するコロナプラズマのエネルギー蓄積およびその解放過程の物理機構を解明することにある。特に、本研究では観測された太陽表面磁場データをシミュレーションの境界条件として最大限に利用し、実際の太陽コロナのダイナミクスを可能な限り再現することを目指す。

## 2 観測データの取り込みと磁気ヘリシティ入射解析

MHDシミュレーションの境界条件として観測データを使用する場合、太陽表面の磁場と速度場の詳細な分布を取り込む必要がある。しかし、太陽コロナの観測は電磁波による遠隔測定に限られるため速度をベクトル場として直接測定することは難しい。一方、偏光スペクトル線のゼーマン分岐より太陽表面の磁場ベクトルを測定する方法は広く実用化されており、数 arcsec の精度で太陽表面のベクトル磁場を観測することが可能である。そこで、我々は誘導方程式の逆問題として磁場の観測データから磁場変動とコンシステントな速度場を求める方法を開発した。さらに、これによって MHD 緩和過程において最も重

---

<sup>1</sup>e-mail: kusano@hiroshima-u.ac.jp

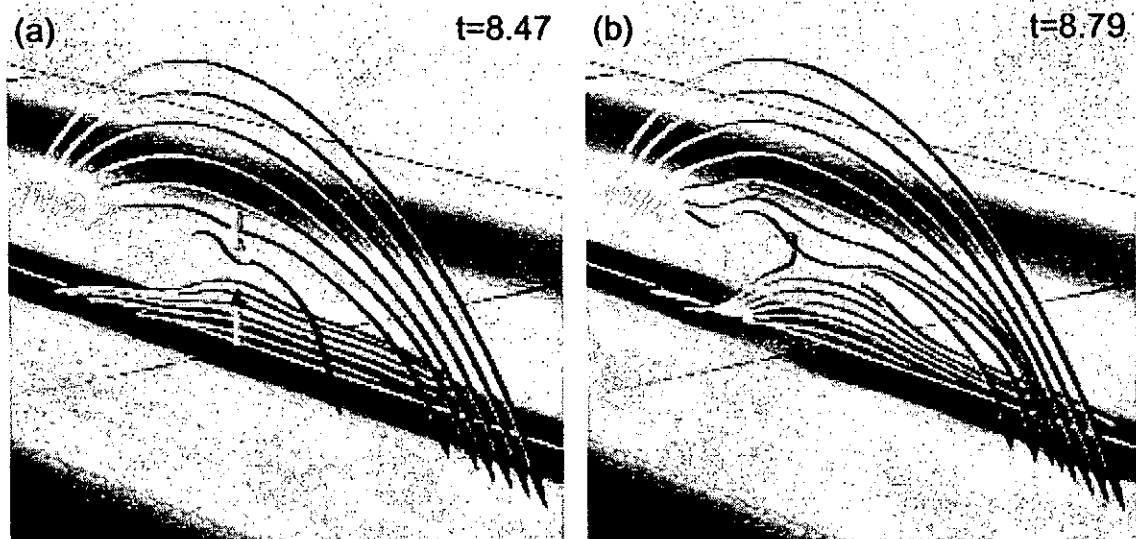


図 1: 異符号磁気ヘリシティを太陽表面運動によって入射した場合の3次元シミュレーションにおける磁力線構造。(a)および(b)はそれぞれヘリシティ反転層における磁気リコネクションの前と後の構造を表す。

要な物理量である磁気ヘリシティと自由エネルギーのコロナへの供給量を磁場観測データから直接測定することに世界で初めて成功した。また、フレア活動との詳しい相関解析の結果、この方法がコロナ活動を定量的に理解するために極めて有効であることが明らかにされた。

その結果、フレアが頻繁に発生するような活動領域におけるヘリシティ入射の符号が複雑に変化していることを発見した。従来の理論モデルでは大量のヘリシティ入射がフレア活動を駆動すると広く信じられていたが、この測定結果は、磁気ヘリシティ量よりも磁場の複雑な局所構造がフレアの発生にとって重要であることを示唆するものである。特に、正と負の磁気ヘリシティが同時に入射される場合、磁気シアの符号も反転する。もし、符号の異なるシアをもつ磁束がなぎ替るならば、磁気シアおよびそれに伴う自由エネルギーは効率的に解放されると考えられる。我々はこの事実注目し、シアの逆転構造とフレアの発光分布を調べた結果、両者の空間構造に強い相関があることを見いだした。

### 3 磁気シアの反転とフレア発生

我々は上記の結果に基づき、磁気シアの複雑さ、特にその符号反転がフレア発生に深く関係していると考えて、太陽表面運動が磁気アーケードのシアを反転させる過程を3次元MHDシミュレーションを用いて再現した。図1および図2にはその結果を示す。磁気反転線上空に正のヘリシティを持つ線形 force-free 磁場を初期条件として作り、磁気シアを反転させる流速を太陽表面に境界条件として与えると、図1 aのように磁気シアの反転層

が形成される。この反転層ではシアが局所的に変化するため、強い層状電流が流れ複数のフーリエ成分が抵抗テアリングモードに対して不安定化する。その結果、電流層の急速な thinning が局所領域で進み、図 1 b に示されるような磁気リコネクションを通して磁気エネルギーが効果的に解放されることを見出した。さらに、このリコネクションの結果、太陽表面近傍で磁気シアの空間構造が急激に平坦化され、線形 force-free 場に近い状態が再び自発的に形成される事実も明らかにした。これらのシミュレーション結果は、磁場配位の違いにも関わらず太陽コロナにおいてもトーラスプラズマと同様の電磁流体力学的エネルギー緩和過程が実現する可能性を示唆している。

さらに、シミュレーションを続けると磁気アーケード上空のある点で新たな電流層が生成され第 2 のリコネクションが発生することがわかった (図 2)。これは、磁気シア反転層における第 1 のリコネクションが磁気アーケードに沿った磁束の対消滅を引き起こすため、アーケード構造が MHD 平衡を保つことができずに内部崩壊する結果として生じる強い非線型現象と解釈できる。第 2 のリコネクションの結果、X 線観測で頻繁に観測されるカスプ構造が形成されると共に、コロナから上方への大規模な放出流も生み出されることから、実際の太陽フレア現象に近い MHD ダイナミクスがシミュレーションの結果として再現されたと考えられる。

今回得られた 2 つのリコネクション過程は非線型過程としても興味深い現象である。なぜなら、第 2 のリコネクションの下降放出流は第 1 のリコネクションの流入流として働くため、2 つのリコネクションは相互に相手を駆動しあい、エネルギー変換効率を急速に高める機構として働く可能性があるからである。この過程は、不安定性によるダイナミクスとその結果である平衡構造の変化とが互いにフィードバックすることにより実現する大規模かつ急速な磁場構造の自己組織化として説明できる。こうした複雑なリコネクションの相互作用は、3 次元空間においてはじめて実現可能な現象であり、その詳細な研究はリコネクション研究における今後の重要な課題であると言える。

## 参考文献

- [1] Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai T. 2002, *Astrophys. J.*, 577, 501
- [2] Kusano, K., Yokoyama, T., Maeshiro, T. & Sakurai, T. 2003, *Adv. Space Res.*, 32, 1931
- [3] Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T. & Sakurai, T. 2003, *Adv. Space Res.*, 32, 1917
- [4] Kusano, K., Maeshiro, T., Yokoyama, T., & Sakurai T. 2004, submitted to *Astrophys. J.*
- [5] 草野完也, プラズマ・核融合学会誌 2003 第 79 巻 第 5 号 p.496-503.
- [6] Yokoyama, T., Kusano, K., Maeshiro, T. & Sakurai, T. 2003, *Adv. Space Res.*, 32, 1949

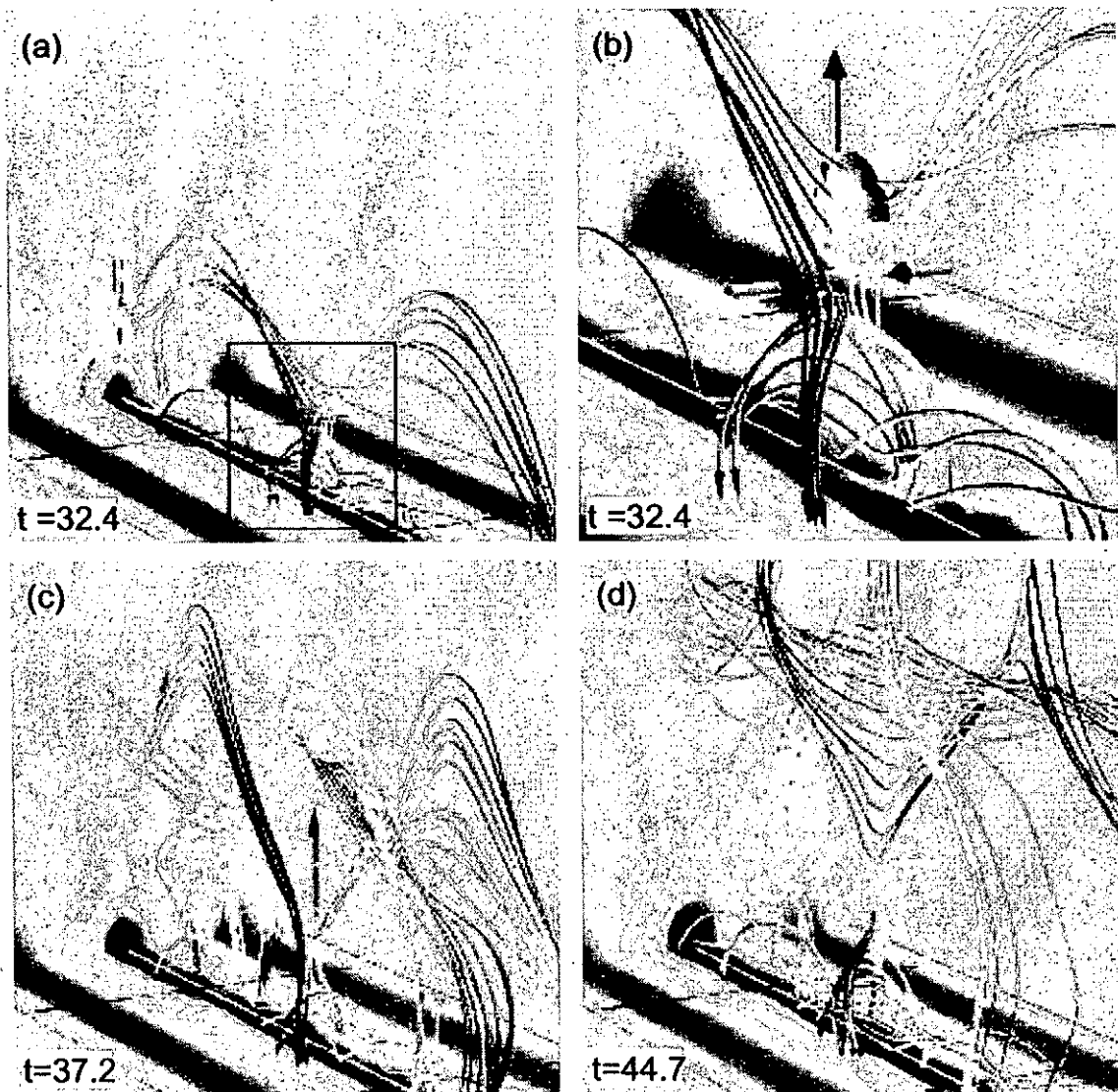


図 2: 3次元シミュレーションにおける磁力線構造. (a) 図1で示された磁気リコネクションの結果として第2のリコネクションが発生し, (c)-(d) 磁気アーケードの一部が上空へ放出される. (b)は(a)の矩形領域における磁力線の詳細構造を示す.

# 渦とMHDモードの相互作用に関する研究

山口大学工学部 内藤裕志、小林俊満、長原弘明  
カリフォルニア大学ロサンゼルス校 Jean-N. Leboeuf  
九州大学応用力学研究所 矢木雅敏  
日本原子力研究所那珂研究所 松本太郎、徳田伸二

## 1. 目的

トカマクのMHD現象には、まだ未解明の物理が多く存在する。特にトカマクでの鋸歯状振動の崩壊過程の物理は、理想MHDモデルや抵抗性MHDモデルでは説明できない。一般には運動論的效果を含む拡張MHDモデルで説明できると予想されるが、現在のところ鋸歯状振動の崩壊過程を統一的に説明する理論は存在しない。ここでは、MHD不安定性の2次的不安定性としてのケルビン・ヘルムホルツ (KH) 不安定性による渦形成と、本来のMHD不安定性の相互作用について議論する。取り扱うモードは密度勾配がある場合の  $m=1$  (ポロイダルモード数)  $n=1$  (トロイダルモード数) の運動論的内部キंकモード (KIK) である。シミュレーション手法としては、運動論的效果を含む拡張MHDモデルを、抵抗性MHDモデルに基づいて作られたFARコードに組み込み、実際の形状のトカマクでの運動論的MHDモードの非線形現象のシミュレーション研究を可能にすることを目的とする。将来的にはバルクプラズマを運動論的MHDモデルで、アルファ粒子等の高エネルギーイオン成分をジャイロ運動論的モデルで表すハイブリッドモデルを開発する方向で考えている。

## 2. 研究背景とジャイロ簡約MHDモデル

理想MHDモデルでは、磁場中のオームの法則とファラデーの電磁誘導の法則から、プラズマは磁力線に凍り付いて運動する。この場合磁力線の再結合 (magnetic reconnection) は禁止される。このことは磁場構造 (トポロジー) の変化がないことを示している。通常、太陽・天体プラズマ、地球磁気圏プラズマ、実験室プラズマにおいて磁気再結合は重要で興味深い物理現象である。また磁気再結合に際して、磁場のエネルギーが瞬時にプラズマ粒子の運動エネルギーに変換される。プラズマ中の電気抵抗が非常に小さいが有限である効果を取り入れると、磁気再結合は理論的に取り扱い可能になる。磁場中のオームの法則にプラズマの電気抵抗の効果を取り入れた抵抗性MHDモデルを用いて、磁気再結合を含む物理現象が解明されてきた。抵抗性MHDモデルは非常にシンプルであり、数値的にも取り扱い易いが、現実の物理現象を説明するには十分でないことがしだいに明らかになりつつある。これは、現実のプラズマが十分高温であれば、電気抵抗は非常に小さくなり、電気抵抗以外の効果が重要になることに起因している。この電気抵抗以外の効果は、運動論的效果とよばれる。電子の有限質量の効果、電子圧力の効果、電子の反磁性効果、イオンの反磁性効果、イオンの有限ラーマー半径効果などが運動論的效果の例としてあげられる。また、プラズマの磁気閉じ込め装置中での核融合生成高エネルギー粒子であるアルファ粒子等の効果は運動論的效果の典型的な例である。運動論的效果を取り入れると、電気抵抗ゼロの極限でも磁気再結合は可



能になる。運動論的效果を含むように拡張したMHDモデルを、拡張MHDモデルまたは運動論的MHDモデルと呼ぶ。本研究では、特に磁場中のオームの法則に、電子の有限質量の効果、磁力線方向の圧力勾配の効果と反磁性効果を取り入れた、一般化オームの法則を用いたモデル（我々は、ジャイロ簡約MHDモデルと呼んでいる）を基礎方程式としている。

### 3. 基礎方程式とシミュレーション手法

拡張MHDモデルの一つであるジャイロ簡約MHDモデルを用いる。運動論的内部キックモードの線形・非線形発展に関して、このモデルを用いたシミュレーションは、ジャイロ運動論的粒子モデルを用いたシミュレーションとの十分な比較検討を行い、正当性を確認している。以下では、最低次のトロイダル効果を表す円柱モデルで説明する。半径 $a$ （小半径）、高さ $L_z = 2\pi R$ （ $R$ は大半径）の、側面を完全導体で囲まれた円柱を仮定する。軸方向は周期境界条件を用いる。縦磁場 $B_0$ （トロイダル磁場）は軸方向を向いている。基礎方程式は静電ポテンシャル $\phi$ 、ベクトルポテンシャルの $z$ 方向成分 $A_z$ と電子密度 $n_e$ に対する3場の方程式である。

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \phi = -\mathbf{b} \times \nabla \phi \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 \phi) - \mathbf{b}^* \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 A_z), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} A_z = -\mathbf{b}^* \cdot \nabla \phi + d_e^2 \frac{d}{dt} (\nabla_{\perp}^2 A_z) + \rho_s^2 \mathbf{b}^* \cdot \nabla n_e, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n_e = -\mathbf{b} \times \nabla \phi \cdot \nabla n_e - \mathbf{b}^* \cdot \nabla (\nabla_{\perp}^2 A_z), \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{b}$ は $z$ 方向の単位ベクトル、 $\mathbf{b}^* = \mathbf{b} + \nabla A_z \times \mathbf{b}$ 、 $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{b} \times \nabla \phi \cdot \nabla$ である。上記の方程式は以下の規格化に従っている。右辺が規格化された物理量を示す。

$$z/L_z \rightarrow z, \quad r/a \rightarrow r, \quad t v_A/L_z \rightarrow t, \\ A_z L_z / (a^2 B_0) \rightarrow A_z, \quad \phi L_z / (v_A a^2 B_0) \rightarrow \phi, \quad n_e L_z / (n_{e0} d_i) \rightarrow n_e,$$

ここで $v_A$ はアルベン速度、 $d_i$ はイオンの無衝突スキン長、 $n_{e0}$ は電子の平均密度を表す。規格化された基礎方程式は、 $d_e/a \rightarrow d_e$ （規格化された電子の無衝突スキン長）と $\rho_s/a \rightarrow \rho_s$ （規格化された電子温度で評価したイオンのラーマー半径）の2個のパラメータのみを含むことに注意する。式(1)は渦方程式を表している。式(2)は磁力線方向の一般化されたオームの法則を表し、磁力線方向の電子の運動方程式と等価である。右辺第2項は電子の慣性を、第三項は圧力の効果を示している。式(3)は電子の保存則を表している。

### 4. 研究成果

KIKモードとKH不安定性により励起される渦により、KIKモードの非線形な発展が非常に複雑なものになることを示した。渦は静電的な流れを作り、この流れは有理面近傍では磁場構造と同期しないため、通常のMHDモデルでは説明できない現象を説明できる可能性が高い。現在までの主要な解析は、円柱モデルで単一ヘリシティ（ $m/n=1$ のモードのみを含む）の仮定の範囲の結果である。実際のトロイダルプラズマでは異なるヘリシティのモード間の結合が重要になる。その場合は異なるヘリシティの渦の励起や伝播が可能になり、磁場構造を変えない状況でのコアプラ

ズマ領域の圧力の平坦化を説明する可能性を秘めている。現在トロイダルの抵抗性MHDコードであるFARコードに運動論的效果を組み込んでトロイダルの計算を開始したところである。以下にコードに関する現状をまとめたものを示す。

円柱版で単一ヘリシティに対応し、擬スペクトル法を用いた、ジャイロ簡約MHDコードはすでに完成している。新たに、トロイダル版のジャイロ簡約MHDコードを作成するかわりに、既存のFARコードに簡約MHDの方程式を組み込んだ。FARコードは、半径方向を差分、トロイダル方向とポロイダル方向をモード展開で表示したスペクトルコードである。プログラム中で線形項を非線形項から分離して取り扱っているため、特に線形計算が速い特徴がある。また適切なモードの選択を行うことにより、時間ステップ幅を比較的大きくとることが可能である。半径方向は非等間隔メッシュを用いることが可能であるため、有理面近傍のモード構造の解像度を上げることが可能である。またよくテストされてきたコードであるため、運動論的項の組み込みと、その物理に対する影響にのみ注意すればよい。電子の慣性の効果、磁力線方向の圧力勾配の効果、電子の反磁性ドリフトの効果を含むモデルをFARコードにすでに組み込んでいる。このコードをkinetic FARコード(KFAR)と呼ぶ。KFARコードを円柱の極限で動かし、円柱版のジャイロ簡約MHDコードとの比較を行った。線形結果はよく一致することが確認された。またKFARを用いて、トロイダル形状での線形計算を行い、成長率・モード構造の円柱モデルとの比較を行っている。非線形でのテストは次年度の課題として残された。

#### 学会発表・論文等

- 1) H. Naitou, J.-N. Leboeuf, H. Nagahara, T. Kobayashi, M. Yagi, T. Matsumoto, S. Tokuda, "Kinetic MHD Simulation in Tokamaks", Joint Meeting of US-Japan JIFT Workshop on Theory-Based Modeling and Integrated Simulation of Burning Plasmas and 21 COE Workshop on Plasma Theory, December 14-17, 2003, Kyodai-Kaikan, Kyoto, Program and Abstracts, p.2.
- 2) 長原弘明、内藤裕志、小林俊満、福政修、「トカマクの鋸歯状振動の崩壊過程に対する渦生成の効果」、pp89-90、プラズマ・核融合学会 九州・沖縄・山口支部 第7回研究発表講演会 講演会論文集、P3 (2003).
- 3) 内藤裕志、田内康、福政修、「PC クラスタと粒子シミュレーション」、pp.44-45、第19回 九州・山口プラズマ研究会 資料集、p45-46、平成15年11月17-18日、九州大学。
- 4) H. Naitou, J.-N. Leboeuf, H. Nagahara, T. Kobayashi, M. Yagi, T. Matsumoto, S. Tokuda, "Vortex Generation and Collisionless Internal Kink Mode in Tokamaks", JIFT Workshop, "Structures and Self-Organization in Turbulent Plasmas and Fluids", UCSD, September 19, 22-23 (2003).
- 5) 長原弘明、内藤裕志、小林俊満、福政修、「トカマクにおける渦と内部キンクモードの相互作用」、平成15年度電気・情報関連学会誌中国支部連合大会、p.32.
- 6) H. Naitou, J.-N. Leboeuf, H. Nagahara, T. Kobayashi, M. Yagi, T. Matsumoto, S. Tokuda, "Nonlinear Simulation of Kinetic Internal Kink Modes in Tokamaks", 13<sup>th</sup> International Toki Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion (ITC-13) ---Progress in Plasma Theory and Understanding of Fusion Plasmas---, December 9-12 (2003), Toki,

Program and Abstracts, PII-31, p.96.

- 7) 内藤裕志、矢木雅敏他、「PC クラスタを作ってみませんか?」、*Journal of Plasma and Fusion Research*, Vol.79, No.8 (2003) pp.750-789.

# 流れのあるプラズマの自己組織化シミュレーション

沼田 龍介, 吉田 善章, 林 隆也<sup>A</sup>  
東京大学新領域創成科学研究科, 核融合科学研究所<sup>A</sup>

## 1 Introduction

プラズマにおいて流れは普遍的に存在し、磁場とカップルすることにより興味深い構造をつくり出す。しかし、特に磁場に直交する流れを考える場合、プラズマを一種類の流体と仮定する理想電磁流体力学 (MHD) では、さまざまな問題が発生する。例えば、磁束関数と流れ関数が縮退することに起因して平衡方程式に特異点が生じ、解の存在すら示すことができなくなる [1]。また、磁気リコネクションに代表されるように、巨視的なプラズマの運動は微視的な粒子運動による散逸の効果によって支配されるが、MHD 方程式では、そのスケール不変性のため異なる空間スケール間の相互作用を表現できない。二流体方程式においては Hall 効果による特異摂動効果によって、上記のような問題は解消され、スケール階層の形成や、MHD モデルでは記述できない流れの構造が決定されると考えられる。Double Beltrami (DB) 平衡解 [2] は、これらの基本的な特徴を表象する二流体方程式の特解である。本研究では、二流体方程式を直接数値シミュレーションによって解析することにより DB 平衡が予測する構造が非線形ダイナミクスにおいて現れるか否かを検証し、二流体プラズマにおける自己組織化過程を明らかにすることを目的とする。

## 2 Double Beltrami Field

圧縮性 Hall-MHD では、MHD 方程式に対して Ohm の法則のみが次のように一般化される。

$$\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} = \frac{\epsilon}{n} [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p_e] + \eta \nabla \times \mathbf{B}. \quad (1)$$

ここで  $\mathbf{E}$  は電場、 $\mathbf{B}$  は磁場、 $\mathbf{V}$  はプラズマの速度場、 $n$  は密度、 $p_e$  は電子の圧力、 $\eta$  は電気抵抗であり、 $\epsilon$  はイオンの無衝突スキン長と系の代表的スケールの比を表すパラメタである。一般化された Ohm の法則は、電子の運動方程式から電子慣性を無視することで得られ、磁場が電子流体に凍結している状態を表している。右辺第一項が Hall 効果を与え、磁場の誘導方程式における非線形特異摂動項となる。理想 (散逸がない)、非圧縮の極限で Hall-MHD の平衡状態は、一般化された渦度と流れ場が平行になる Beltrami 条件

$$\mathbf{B} = a(\mathbf{V} - \frac{\epsilon}{n} \nabla \times \mathbf{B}), \quad \mathbf{B} + \epsilon \nabla \times \mathbf{V} = b\mathbf{V}, \quad (2)$$

( $a, b$  は定数)、および、エネルギー-密度一様となる Bernoulli 条件

$$\nabla \left( \frac{V^2}{2} + p_i + p_e \right) = 0, \quad (3)$$

で与えられる ( $p_i$  はイオンの圧力)。磁場、速度場は 2 つの curl の固有関数  $\mathbf{G}_{\pm}$  ( $\nabla \times \mathbf{G}_{\pm} = \lambda_{\pm} \mathbf{G}_{\pm}$ ) の線形結合で表すことができ、 $\lambda_{\pm}^{-1}$  で与えられる 2 つの空間スケールをもつ。DB 平衡は、Hall-MHD における運動の保存量であるエネルギー  $E$  と、電子、イオン流体に対応する 2 つのヘリシティ  $H_1, H_2$  の束縛条件のもとで、揺らぎを表すエンストロフィー  $F$  を最小化した緩和状態であると考えられている [3]。ただし、緩和過程において、 $E, H_1, H_2$  は微小に存在する散逸の効果によって DB 平衡を満たすように調整される。

### 3 Nonlinear Hall-MHD Simulation

圧縮性 Hall-MHD 方程式を三次元矩形領域、完全導体境界条件 (トロイダル方向に周期境界) のもとで、差分法によって数値的に解くことにより、Hall-MHD における平衡、緩和過程を解析した。図 1 に、初期および緩和状態におけるトロイダル磁場の等値面を示す。初期条件はキンクモードに対して不安定であるため、初期に与えられた微小な揺らぎが指数関数的に成長し、乱流状態を経て螺旋状にねじれた準終状態に緩和する。緩和状態のグローバルな構造 (螺旋のモード数) は MHD に基づく Taylor 理論 [4, 5] により説明され、Hall 効果の有無に依存しない。しかし、Hall 効果によって MHD では存在しない磁場に直交する方向の速度が残り、磁束管は時間とともにポロイダル方向、トロイダル方向に流される。ポロイダル面内における Beltrami 条件を調べると、磁束管のなかでは Beltrami 条件は満たされており、速度の磁場に直交する成分は Hall 効果に起因し、(2) から  $V_{\perp} \simeq \epsilon/n(\nabla \times B)_{\perp}$  と表されることがわかる。

図 2 に初期値で規格化した磁気エネルギーと運動エネルギーの和  $E'$  (圧縮性 Hall-MHD では保存量ではない)、ヘリシティ  $H_1$  および  $H_2 \equiv H_2 - H_1$  とエンストロフィー  $F$  の時間変化を示す。緩和過程において  $H_2$  が最も散逸を受けて減衰し、 $H_1$  は最もよく保存を保っている。保存量の壊れやすさは、含んでいる微分の階数によって決定され、最も高階の微分を含む保存量を、選択的に散逸をうけるターゲット汎関数とする変分原理は意味を持たないことが指摘されている。Hall-MHD の緩和過程では、最高階微分を含む  $H_2$  が最も保存性が悪く調整を受けながら  $F$  が最小化された状態として DB 平衡が得られることが示された。

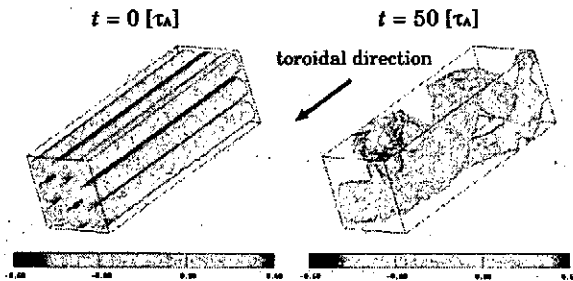


図 1. 初期および緩和状態におけるトロイダル磁場の等値面

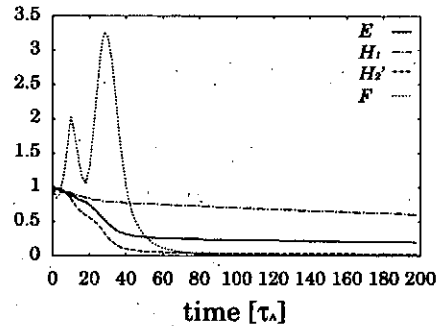


図 2. 初期値で規格化したエネルギー、ヘリシティ、エンストロフィーの時間変化

### 4 Summary

非線形、圧縮性 Hall-MHD 方程式を 3 次元矩形領域中で解析するシミュレーションコードを開発し、高いエネルギー、ヘリシティをもった不安定な平衡を初期条件として、非線形ダイナミクスのシミュレーションを行った。MHD シミュレーションの結果と比較すると、Hall-MHD 系では、Hall 効果によって磁場に直交する方向のプラズマ流が形成される。磁場に直交するプラズマ流は MHD モデルでは見られない DB 平衡の特徴の一つである。また、DB 平衡にいたる自己組織化過程は、マクロ変数の調整、最小化過程、すなわち、保存量であるエネルギーと電子、イオンの正準ヘリシティを修正し、揺らぎを表すエンストロフィーを最小化する過程として特徴づけられるが、マクロ変数の時間変化を計算することにより、理論が予測する保存量の強圧性 (coercivity) が検証された。

## References

- [1] H. Tasso and G.N. Throumoulopoulos, *Phys. Plasmas* **5**, 2378 (1998).
- [2] S.M. Mahajan and Z. Yoshida, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4863 (1998).
- [3] Z. Yoshida and S.M. Mahajan, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 095001 (2002).
- [4] J.B. Taylor, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1139 (1974).
- [5] R. Horiuchi and T. Sato, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 211 (1985).

# 円筒中におけるMHDプラズマの非テーラー緩和現象

茶谷 文博、堀内 利得

## 研究背景・目標

Taylor[1]の緩和理論を発端としたプラズマのダイナミクスの普遍的な特性の探求が盛んにおこなわれている。

Horiuchi[2]は、正方形の断面をもつ筒の中に、不安定で（Taylorの最小エネルギー状態よりも）極めて高いエネルギーをもつ平衡状態にセットアップされたMHDプラズマを考え、その後の発展をシミュレーションした。その結果、選択的散逸が引き起こされ、プラズマ構造がダイナミカルに安定な平衡状態へと変化していくことが示された。

その後、Horiuchi[3]およびZhu[4]は、Taylorの緩和理論では影響ないものとして無視されていた圧力勾配の効果も取り入れた自己組織化現象を調べた。その結果、非Taylor緩和現象に関するいくつかの興味深い特徴が得られている：

- ・ 緩和後の安定な平衡状態は force-free ではなく、MHD 平衡状態である、
- ・ 圧力勾配を考慮することで緩和現象が二段階に渡って引き起こされる、
- ・ 緩和過程及び最終状態の特性は、初期の  $\beta$  値に依存せず同じである。

しかし、以上の研究は、全て正方形の断面をもつ筒の中にMHDプラズマが閉じ込められたときでの結果であり、系の形によっては、結果が異なることも十分考えられる。特に、より現実的で、理論的な考察も多く存在する円柱系ではどのような現象となるのか、調べることは、自己組織化の普遍的な理論の探求という観点からも、非常に重要なことである。

## シミュレーションモデル

剛体・完全導体によって形成された円柱を考え、その中にMHDプラズマが閉じ込められているとする。MHDプラズマは、始め、Bessel function model によって表現される force-free 平衡状態で、(0,0)モード及び(±4,0)モード<sup>1</sup>の混合解を採用する。この平衡状態は、Taylorの緩和理論から予測される force-free 平衡状態のものとは比べると、非常に高い磁気エネルギー及び磁気ヘリシティを持つものであり、たいへん不安定な状態である。

---

<sup>1</sup> (m,n) : m=azimuthal mode number, n=axial mode number

## シミュレーション結果

### (非テラー緩和現象)

シミュレーションでは、圧力効果による緩和過程の変化を詳細に調べるため、いくつかの $\beta$ 値を用いた計算を行った。その結果次のような興味深い依存性が示された。

- ・ 初期 $\beta$ 値の値によって、最終平衡状態までの緩和の回数が増える。低 $\beta$ 値( $=0.1$ )の場合では二回、高 $\beta$ 値( $=0.3, 0.7$ )の場合では一回である。

この結果は、初期の不安定平衡状態から最終の安定平衡状態に向かう物理過程、即ち自己組織化の経路が、 $\beta$ 値の変化によって異なったことを意味する。

この結果は、低 $\beta$ になることにより緩和されるエネルギーが分散され、一旦中間の（最小ではない）エネルギー状態へ落ち着いたことを意味する。

### (現象の physics)

詳細な解析により、上記非テラー緩和現象が引き起こされる physics の詳細が示された。

高 $\beta$ のときには、初期の不安定は resistive dominant なものであるが、低 $\beta$ のときには、ideal dominant なものであるため、大規模な磁場の変形（磁束管同士の接近）が急激に起こる。その結果、接近した磁束管周囲に高い圧力勾配が形成される。この圧力勾配によって、reconnection flow が抑制され、初期の不安定によるエネルギー緩和が十分に引き起こされない。以上が、 $\beta$ 値の違いによる緩和過程の変化をもたらしたものと考えられる。

## 考察

過去の正方断面筒におけるシミュレーションでは、緩和現象を引き起こす要因となる不安定は resistive kink であった。しかし、系の形状から、不安定モードが煩雑なものとなるため、効果的な流れが引き起こされず、複数の緩和が引き起こされたものと考えられ、今回の結果とは本質的に異なるものである。

## 参考文献

- [1] J.B.Taylor, Phys.Rev.Lett 19(1975)
- [2] R.Horiuchi, Phys.Fluids 55(1985)
- [3] R.Horiuchi, Phys.Fluids 29(1986)
- [4] S-p.Zhu, Phys.Rev.E 51(1995)



# One-Dimensional Large-Amplitude Relativistic Electromagnetic Solitons in Ultra-intense Laser Interaction with an Under-dense Plasma

LI Baiwen<sup>1,2,3)</sup>, ISHIGURO Seiji<sup>1,2)</sup>, ŠKORIĆ M. Miloš<sup>4)</sup> and TAKAMARU Hisanori<sup>5)</sup>

1) *The Graduate University for Advanced Studies, Oroshi-cho 322-6, Toki 509-5292, Japan*

2) *National Institute for Fusion Science, Oroshi-cho 322-6, Toki 509-5292, Japan*

3) *Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, P.R.China*

4) *Vinča Institute of Nuclear Sciences, POB 522, Belgrade 11001, Serbia and Montenegro*

5) *Chubu University, 1200 Matsumoto-cho, Kasugai, Aichi 487-8501, Japan*

## Abstract

Stimulated Raman scattering and Cascade-into-Condensate mechanism induced by intense laser in underdense uniform plasmas are studied by particle simulations (1D-PIC). Standing, backward-accelerated and forward-accelerated relativistic electromagnetic (EM) solitons are observed after multiple interactions. In addition to the inhomogeneity of plasma density, we found that the acceleration of solitons depends upon both the laser intensity and the plasma length. The backward and forward solitons are accelerated towards the plasma-vacuum interface radiating energy in the form of low-frequency EM bursts. The soliton frequency is about one-half of the unperturbed electron plasma frequency. The transverse electric, magnetic and electrostatic field have half-, one- and one-cycle structure in space, respectively.

## 1. Introduction

Ultra-intense laser-plasma interactions is a source of various electronic instabilities [1-2]. When ultra-intense laser propagates in underdense plasma, electron parametric instabilities, such as, forward and backward stimulated Raman scattering (F-SRS/B-SRS), and relativistic modulational instability (RMI), can develop [3]. They do not appear isolated but are often interconnected. A nonlinear interplay between B-SRS and F-SRS produces a strong spatial modulation of the laser pulse and the cascade in its frequency spectrum. The continuing instability growth through SRS cascade downshifts the pulse frequency from the fundamental to the bottom of the light spectra. The spectra of F-SRS clearly reveal the Raman cascade containing the first anti-Stokes, first-, second- and higher-order Stokes modes. It gets saturated by the photon condensation mechanism, related to strong depletion and possible break-up of the laser beam. In the final stage of the cascade-into-condensate mechanism, the depleted downshifted laser pulse gradually transforms into a train of ultra-short relativistic EM solitons [3].

When an ultra-intense laser pulse propagates in plasma, dispersion effects come into play due to the finite inertia with which plasma particles respond to the electromagnetic (EM) field, while the nonlinearity appears due to the plasma density redistribution under the action of the ponderomotive force that pushes the plasma particles away from the region of maximum EM field. These effects lead to well-known nonlinear phenomena such as relativistic self-focusing, relativistic transparency of an overdense plasma, and relativistic EM solitary wave generation. Relativistic solitons are EM structures self-trapped by locally modified plasma refractive index through the relativistic electron mass increase and the electron density depletion by the ponderomotive force of an intense laser. They are generated behind the front of the laser pulse and are made of nonlinear, spatially localized low-frequency EM fields. A fairly large part of the laser energy can be transformed into solitons. The generation and structure of EM solitons were analytically investigated and observed by parti-

cle simulation in intense laser interaction with underdense and overdense plasmas [4-6]. The solitons found in 1D and 2D particle simulations consist of slowly or non-propagating electron density cavities with EM field trapped inside and oscillate coherently with a frequency below the unperturbed plasma frequency and with the spatial structure corresponding to half a cycle (sub-cycle soliton) [5]. In a homogeneous plasma, solitons were found to exist for a long time, close to the regions where they were generated, and eventually decay by transforming the soliton energy into fast particles. While, in inhomogeneous plasmas, solitons move with the acceleration proportional to the density gradient toward the low density side. When a soliton reaches the plasma-vacuum interface, it radiates away its energy in the form of a short burst of low-frequency EM radiation [5-6].

In this paper, we present particle simulation results on SRS, cascade-into-condensate and large relativistic EM solitons created by linearly polarized intense laser in underdense homogeneous plasmas. We found that, in addition to the plasma inhomogeneity, soliton acceleration is controlled by, both the laser intensity and the plasma length. In the rest, we just focus on the laser intensity effect. The frequency of the EM wave trapped inside the soliton is about one half of the unperturbed plasma frequency. The soliton electric field has the half-cycle structure in space, while the magnetic field and corresponding electrostatic (ES) field have the one-cycle structure.

## 2. Simulation Model

In our simulations, fully relativistic EM 1D3V-PIC (particle-in-cell) code is used. Simulation system length is  $2700 c/\omega_0$  in  $x$  direction, where  $c$  and  $\omega_0$  are the vacuum speed of light and the laser frequency, respectively. Plasma length of  $900 c/\omega_0$  begins at  $x=0$  and ends at  $900c/\omega_0$ ; in the front and rear side of the plasma there are two  $900c/\omega_0$  long vacuum regions. Ions are kept immobile as a neutralizing background. The plasma density and its initial electron temperature are  $n = 0.032n_{cr}$  and  $T_e = 350eV$ , where  $n_{cr} = \omega_0^2 m_e / 4\pi e^2$

is the critical density. The number of cells is 10 per  $1 c/\omega_0$  and 80 particles in each cell. Laser is linearly-polarized with the electric field  $E_0$  along the  $y$ -direction and the normalized amplitude  $\beta = eE_0/m_e\omega_0c$ , where  $e$  and  $m_e$  are the electron mass and charge, respectively. The electrons which enter vacuum region build a potential barrier that prevents more electrons of leaving the plasma. For these electrons as well as for outgoing EM waves, two additional damping regions are used. The time, electric field and magnetic field are normalized to the laser period  $2\pi/\omega_0$ ,  $m\omega_0c/e$  and  $m\omega_0/e$ , respectively; the time is taken zero,  $t = 0$ , when the laser arrives at the vacuum-plasma boundary.

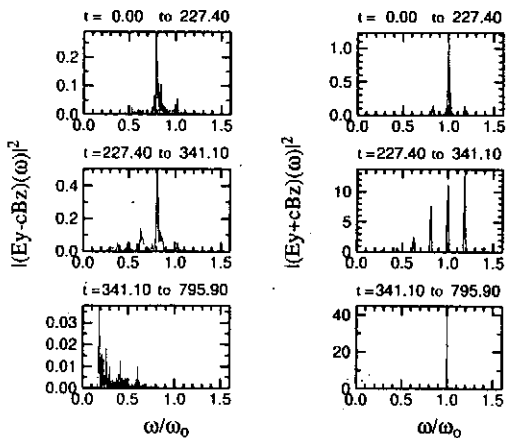


Fig.1: Spectra (a.u.) of reflected (left) and transmitted (right) EM waves for  $\beta = 0.3$ .

### 3. Stimulated Raman Cascade and the Photon Condensation Process

When laser pulse enters and propagates in underdense plasma, the first stage is dominated by B-SRS process; matching conditions  $\omega_0 = \omega_s + \omega_{ek}$  and  $k_0 = k_s + k_p$  are well-satisfied, where  $\omega_0$ ,  $\omega_s$  and  $\omega_{ek}$  are the frequency of incident EM wave, scattered EM wave and electron plasma wave (EPW), while,  $k_0$ ,  $k_s$  and  $k_p$  are the corresponding wave number, respectively. For example, for laser amplitude  $\beta = 0.3$ , the dominant ES wave is excited EPW with frequency  $\omega_{pe} = 0.18\omega_0$ , and the corresponding backscattered Stokes wave with frequency  $\omega_s = 0.82\omega_0$  (see Fig.1). As time goes on, following the B-SRS, complex nonlinear processes involving F-SRS and RMI develop, such as, spectral cascade and broadening, which effectively transfer the laser pulse energy to higher order scattering modes. A nonlinear interplay between B-SRS and F-SRS produces a strong spatial modulation of the laser pulse and the down cascade in its frequency spectrum. Along the propagation beam, there is typically the Raman cascade in the light spectrum from fundamental laser frequency toward lower frequencies. The first Stokes line is significant, further along the propagation, the Stokes mode becomes a new pump, which decays via a secondary Raman scattering, and so on. As shown in Fig.1, the continuing instability growth through stimulated Raman cascade downshifts the frequency spectrum from the fundamental to close to the perturbed

electron plasma frequency. The spectrum of the F-SRS clearly reveals the linear Raman cascade containing not only the first anti-Stokes mode, but also the first-, second- and higher-order Stokes modes. Parametric down-cascade of the laser pulse into the higher-order B-SRS and F-SRS harmonics saturates into the Photon Condensate at the bottom of the light spectrum, related to strong depletion and possible break-up of the laser beam and relativistic electron heating [4]. The process is eventually halted below the plasma frequency, which is the cutoff for a laser propagation.

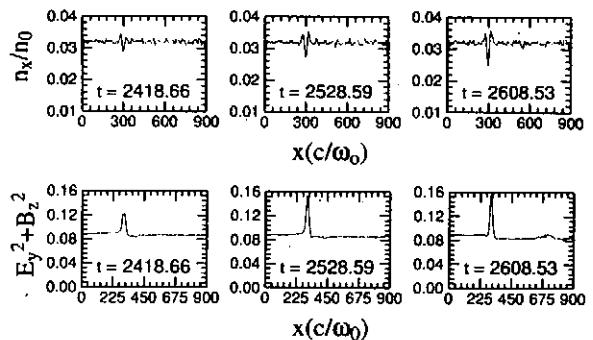


Fig.2. Plasma density  $n/n_0$  and EM energy density  $E_y^2 + B_z^2$  snapshots (averaged over  $\lambda_0$ ) for laser pulse,  $\beta = 0.3$ .

### 4. Standing, Backward- and Forward-Accelerated Large Amplitude Relativistic EM Solitons

For laser amplitude  $\beta = 0.3$  case, when SRS through cascade-into-condensate is saturated, as shown in Fig.2; a spatially localized, non-propagating electron density cavity is created. Inside, the EM field is trapped and oscillates coherently; that is, a large amplitude localized standing relativistic EM soliton comes into form. In Fig.3 (top), the frequency spectra of EM and ES waves trapped inside the soliton region are plotted. In addition to the laser fundamental and the excited perturbed EPW, EM component with the frequency close to  $0.13\omega_0$ , and corresponding ES component with the frequency near to  $0.87\omega_0$  are observed, one can see this phenomenon roughly as a 3-wave resonant coupling. The size of the soliton is about  $5\lambda_0$  ( $\lambda_0$  is laser wavelength in vacuum), close to the electron plasma wavelength  $\lambda_p$  [5]. Fig.3 shows the structure of the soliton, ES field  $E_x$  (averaged over  $\lambda_p$ ) is the one-cycle structure, and the corresponding transverse electric field  $E_y$  (averaged over  $\lambda_0$ ) is the half-cycle and the magnetic field  $B_z$  is the one-cycle structure. The spatial EM structure is oscillatory in time, but the ES structure is not. The explanation comes directly from Maxwell's equations. The Faraday law gives  $B_z \sim \partial E_y / \partial x$ ; indeed, the  $x$ -derivative of the Gaussian soliton profile  $E_y$  gives  $B_z$  in Fig.3. Similarly, from the Poisson equation, integration over  $-x$  of the Gaussian density cavity (Fig.2) leads to the ES field  $E_x$  in Fig.3. Moreover, PIC data and analytics e.g. eqs (4-7) of [6], show that zero-harmonic term dominates the electron density perturbation (ponderomotive term). Therefore, the Poisson equation gives the corresponding non-oscillatory

ES field, like  $E_x$  in Fig.3.

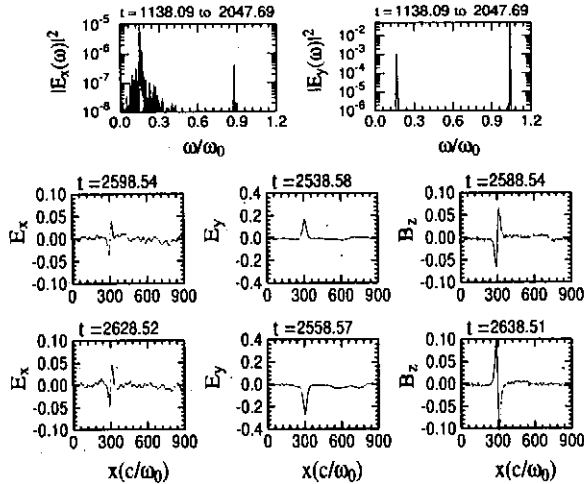


Fig.3. Spectra (a.u.) of EM and ES waves inside the soliton, and profiles of ES field,  $E_x$ , transverse electric  $E_y$  and magnetic field  $B_z$ , for  $\beta = 0.3$ .

However, by increasing the laser amplitude to  $\beta = 0.5$ , as shown in Fig.4, the soliton dynamics appears different to that in the standing soliton  $\beta = 0.3$  case. The observed, large localized EM soliton is backward-accelerated towards the plasma-vacuum interface, where it radiates its energy away in the form of low-frequency EM burst, due to a non-adiabatic interaction with the plasma boundary. As a result, one observes a very high transient reflectivity. As we further increase the amplitude to  $\beta = 0.7$ , as shown in Fig.4, large-localized EM soliton can be still detected. However, the interesting feature is that the soliton is now forward-accelerated. Again, the soliton at the plasma-vacuum (rear) interface irradiates its energy away in the form of low-frequency EM waves. During the solitary wave radiation very high transient transmittivity can be detected.

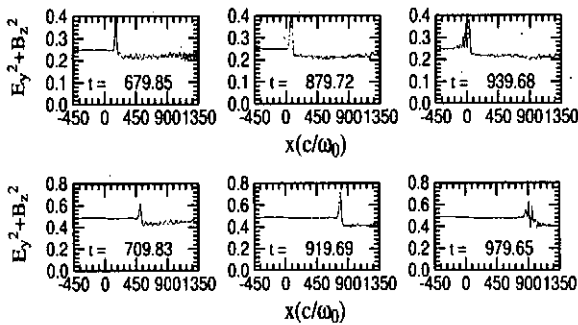


Fig.4. The EM energy density  $E_y^2 + B_z^2$  snapshots for  $\beta = 0.5$  (top) and for  $\beta = 0.7$  (bottom).

The frequency of backward and forward accelerated solitons was measured close to  $0.5\omega_{pe}$ ; the size and the structure were similar to the standing soliton  $\beta = 0.3$  case. Furthermore, the EM energy density profile shows that the front value is larger than at the rear side of the soliton; still, for large amplitudes, the difference is greater than that in the  $\beta = 0.3$  case. The

difference in EM energy appears to be mainly transferred to the soliton, also partly to other processes (e.g. heating). The steep EM energy gradient over the short transition layer of the soliton length ( $c/\omega_p$  - classical skin depth) corresponds to the ponderomotive force acting on plasma electrons. The resulting acceleration will push the electron cavity with the soliton in the forward direction. Basically, the longitudinal electron motion is determined by the balance of the ES field and the ponderomotive force terms [6]. The large flow of relativistic electrons in forward direction due to SRS, which drives ES fields, gets compensated by a cold (bulk) return current which moves plasma electrons backwards. Possibly, this is why at moderate intensity solitons are found to move backwards. At larger amplitudes, the ponderomotive term prevails, the acceleration is reversed and solitons are pushed forwards.

## 5. Discussions and Conclusions

Our other results do not comply with some of the earlier explanations apart from the standing soliton case [5-6]. Solitons move with an acceleration proportional to the density gradient towards the low density side due to the inhomogeneity of plasma density [5]. However, we found that in underdense homogeneous plasmas, apart from standing solitons, by varying the laser intensity, we could also detect the backward and forward accelerated solitons. Different plasma length and laser amplitude can change the complex details of the relativistic laser-plasma interaction. For example, the SRS cascade, photon condensation, electron acceleration and heating, and so on; can largely affect the soliton formation, its structure, acceleration and dynamics. To our knowledge, our results on acceleration of large relativistic EM solitons in the underdense homogeneous plasma layer have not been presented in the past theoretical and simulation studies [5]. Furthermore, despite a large number of earlier works, a clear interpretation of the nature of the acceleration of soliton in uniform plasmas appears to be lacking.

One of us (M.M.Š) acknowledges a partial support of the Ministry of Science and Technologies of the Republic of Serbia, Project No. 1964. We thank Lj. Hadžievski for stimulating discussions.

## References

- [1] D. W. Forslund et al., Phys. of Fluids **18**, 1002 (1975); *ibid.*, **18**, 1017 (1975)
- [2] K. Estabrook et al., Phys. of Fluids **26**, 1892 (1985); *ibid.*, **B 1**, 1282 (1989).
- [3] K. Mima et al., Phys. Plasmas **8**, 2349 (2001); C. D. Decker, et al., Phys. Rev. **E50**, R3338 (1994)
- [4] R. N. Sudan et al., Phys. Plasmas **4**(5), 1489 (1997); S. Poornakala et al., *ibid.*, **9**, 1820 (2002); T. Zh. Esirkepov et al., JETP Letters **68**, 36 (1998).
- [5] S.V. Bulanov et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 3440 (1999); T. Esirkepov et al., *ibid.*, **89**, 275002 (2003); Y. Sentoku et al., *ibid.*, **83**, 3434 (1999).
- [6] Lj. Hadžievski, M.S. Jovanović, M. M. Škorić and K. Mima, Phys. Plasmas **9** (2002) 2569.

## LHD Equilibrium with Zero Rotational Transform Surface

KANNO Ryutaro, TOI Kazuo, WATANABE Kiyomasa, HAYASHI Takaya,

MIURA Hideaki, NAKAJIMA Noriyoshi and OKAMOTO Masao

*National Institute for Fusion Science, Toki 509-5292*

In the Large Helical Device (LHD) [1], an MHD equilibrium with both deep magnetic well and high magnetic shear in the plasma core region attracts much attention from a point of view of improved MHD stability and plasma confinement. In the LHD, such an equilibrium can be realized by a large Ohkawa current [2-4] induced by counter neutral beam injection. In a plasma with a net subtractive toroidal current of about -100 kA/T, the rotational transform is expected to be below zero around the magnetic axis.

A helical equilibrium with a zero rotational transform surface was studied in the Heliotron E experiment [5]. When a rotational transform at the center was below zero, strong MHD activities were observed and were guessed to be explained by an  $m/n = 1/0$  resistive tearing mode, where  $m$  is a poloidal mode number and  $n$  is a toroidal mode number. The result seemed to be understood by a numerical analysis employing a low beta resistive MHD model for a straight heliotron-like configuration [6]. The numerical study of Ref. [6] also showed that when the resonant surface existed near the axis, the  $m/n = 1/0$  tearing instability was weak and the magnetic island width saturated. This result suggests the possibility of existence of the equilibrium having a zero rotational transform surface. From these previous studies [5,6], at first we should investigate whether or not an LHD equilibrium having a zero rotational transform surface can be allowed.

Numerical analysis of the equilibrium is carried out by using the HINT code [7-10]. A relaxation process computed by the HINT code starts from the vacuum configuration with  $B_0 = 1.5$  T and  $R_0 = 3.75$  m, and the initial pressure profile given as  $p = p_0(1 - s^4)(1 - s)$ , where  $B_0$  is the magnetic field strength at the magnetic axis,  $R_0$  is the major radius of the axis,  $p_0$  is pressure at the axis, and  $s$  is the normalized toroidal flux. As shown in Fig. 1, we find that an LHD equilibrium having a zero rotational transform surface is possible to exist. Here the equilibrium beta value  $\beta$  is 0.56 %, and the total net toroidal current  $I_t$  is -100 kA/T. We assume that a net toroidal current density modeling the Ohkawa current is given as  $j \propto -(p/p_0)^2$ . Profiles of rotational transforms and pressure are plotted in Fig. 2. In the field line structure of Fig. 1, we see two islands. The central island has a negative  $\iota/2\pi$ , and the other island with the  $n = 0$  mode, located around the central one, has a zero rotational transform around an O-point of the central island, as shown in Fig. 2. The LHD equilibrium maintains a homoclinic-type structure [9] composed by the islands near the center, when  $\beta$  increases. We can consider that this field line structure

is general for both helical and tokamak plasmas, because the toroidal mode number of the islands is zero. The magnetic axis and the central rotational transform are plotted with an absolute value of the total net toroidal current  $|I_t|$  in Fig. 3. As  $|I_t|$  increases, the axis shift to the outside of the torus increases and the rotational transform around the center decreases to zero. When the central rotational transform crosses zero, however, the Shafranov shift of the axis reduces. This is because of the topological change of the field line structure around the center.

- [1] O. Motojima, *et al.*, Proc. 19th IAEA Fusion Energy Conf. Lyon, 2002, Paper OV/1-6.
- [2] T. Ohkawa, Nucl. Fusion **10**, 185 (1970).
- [3] D. F. H. Start, *et al.*, Phys. Rev. Letters **40**, 1497 (1978).
- [4] W. H. M. Clark, *et al.*, Phys. Rev. Letters **45**, 1101 (1980).
- [5] H. Zushi, *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **57**, 3009 (1988).
- [6] H. Shirai, *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **54**, 579 (1985).
- [7] T. Hayashi, Theory of Fusion Plasmas (Varenna), 11 (1989).
- [8] K. Harafuji, T. Hayashi and T. Sato, J. Comput. Phys. **81**, 169 (1989).
- [9] T. Hayashi, T. Sato, H. J. Gardner and J. D. Meiss, Phys. Plasmas **2**, 752 (1995).
- [10] R. Kanno, N. Nakajima, T. Hayashi and M. Okamoto, J. Plasma Phys. **61**, 213 (1999).

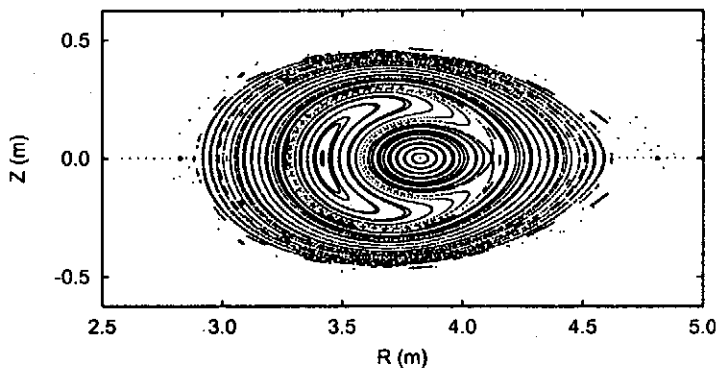


Figure 1: Poincaré plots of field lines at the horizontally elongated poloidal cross section in the LHD equilibrium with  $\beta \approx 0.56\%$ . The total net toroidal current  $I_t$  is -100 kA/T.

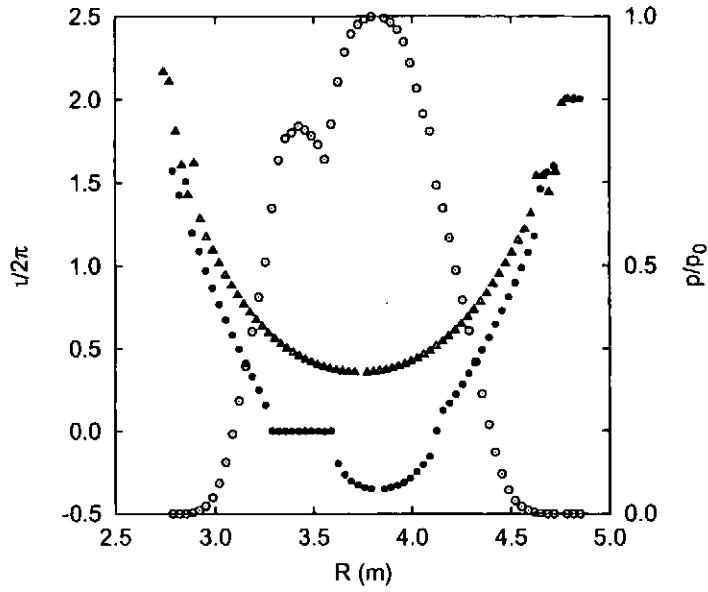


Figure 2: Profiles of rotational transform  $\iota/2\pi$  (solid circle) and pressure (open circle) along  $Z = 0$  for  $\beta \approx 0.56 \%$  and  $I_t = -100$  kA/T. Open triangles represent  $\iota/2\pi$  in the vacuum field.

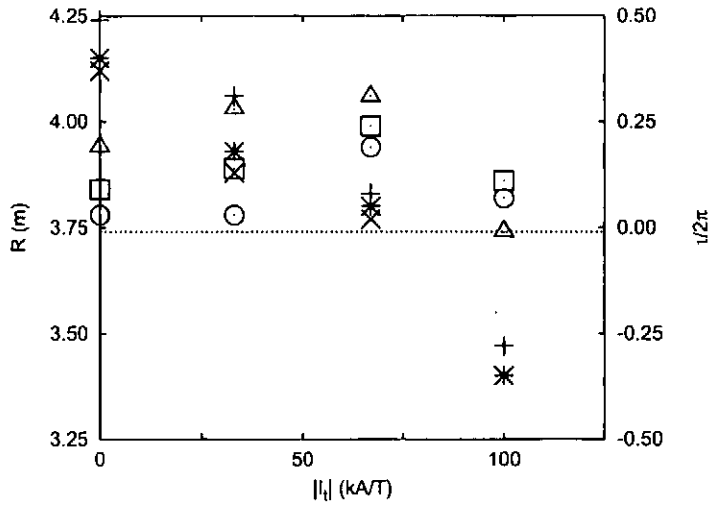


Figure 3: The Shafranov shift of the axis for 1) open circle:  $\beta \approx 0.56 \%$ , 2) open square:  $\beta \approx 1.7 \%$ , and 3) open triangle:  $\beta \approx 3.8 \%$ . A dotted line represents the positions of the axis in the vacuum. The central rotational transforms for 1) cross ( $\times$ ):  $\beta \approx 0.56 \%$ , 2) asterisk ( $*$ ):  $\beta \approx 1.7 \%$ , and 3) plus ( $+$ ):  $\beta \approx 3.8 \%$  are also shown.

# Magnetic Island Generation in Nonlinear Saturation of Interchange Mode

核融合科学研究所 市口勝治

本共同研究では、特に、交換型モードの非線型過程における磁気島形成に着目した。

従来の交換型モードの線型解析においては、最も不安定な固有値に対応するポロイダルフラックスの固有関数は共鳴面に対して奇関数であることが示されている。このため、テアリングモードとは異なり、有限抵抗が存在しても、共鳴面でのポロイダルフラックスの値は小さく、有意な磁気島は自発的には形成されないと考えられていた。ところが、ヘリオトロン配位の交換型モードに対する非線型シミュレーションでは、摂動の非線型発展の中で磁気島が生じ得ることが報告されている [1,2,3]。この場合最も特徴的なことは、ポロイダル断面における磁気島の数が、その支配的な交換型モードのポロイダルモード数の2倍になっているということである。そこで、本研究では、この交換型モードの非線型過程における磁気島形成の形成過程について解析を行った。

この研究では、簡約化MHD方程式に基づいて開発したNORMコード [3] を用いて計算を行った。また、ストキャスティック領域を排除するために、LHDに対応する円柱配位を採用した。このとき、平衡計算においては、無電流平衡の束縛条件を課し、また、 $P = P_0(1-r^4)^2$  の圧力分布を用いた。この平衡では、 $\epsilon = 1/2$  の有理面が圧力勾配の大きい領域に存在する。そこで、非線型計算では、 $m = 2/n = 1$  の単一ヘリシティの摂動を仮定し、さらに、磁気島構造を際立たせるために比較的大きな抵抗 ( $S = 10^4$ ) を用いた。

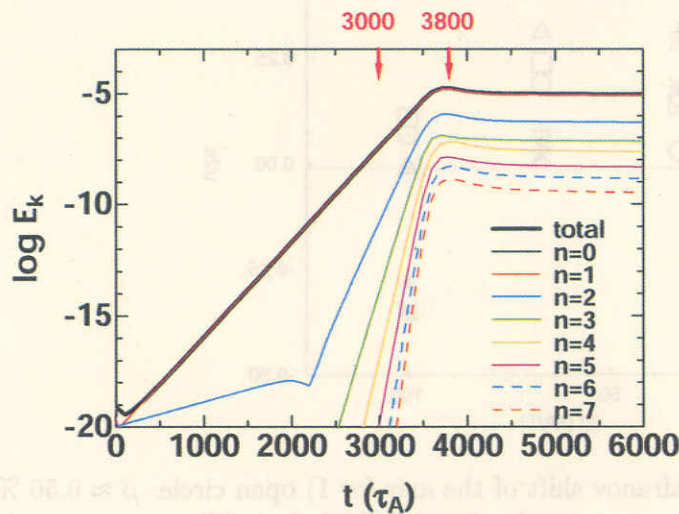


図 1

図 1 は、運動エネルギーの時間発展を示している。この図に示すように、 $m = 2/n = 1$  モードが線型領域において支配的であり、 $t = 3500\tau_A$  あたりで非線型飽和する。図 2 は、運動エネルギーが非線型飽和した後での、ポロイダル断面でのヘリカルフラックスの等高線を示したものである。この図から、 $2m$  個の入れ子状の磁気島が形成されていることがわかる。また、破線は共鳴面の位置を表しており、大きく変形していることがわかる。また、図 3 は、この時点でのフローパターンを示しており、動径方向のフローが共鳴面を横切っている場所で、X-point が形成されていることがわかる。

# ヘリカルプラズマの平衡解析

渡辺 二太, <sup>1)</sup> 北條 仁士

核融合科学研究所, 509-5292 土岐市下石町 322-6

<sup>1)</sup> 筑波大学プラズマ研究センター, 305-8577 つくば市天王台 1-1

## Abstract

ヘリカル型高ベータプラズマの平衡解析, 其れは高ベータプラズマの物理的性質の研究に必要・不可欠である, を可能とする理論解析・計算機解析手法の新しい枠組みの構築を目指す. ソレノイダル場である磁場  $B$  を表現する自由度は 2 である. 磁場を表現するベクトルポテンシャルの第 3 成分を恒等的に 0 と設定し, 残りの 2 成分で平衡の関係式を組み立て, 数値計算でその具体型を求める. この枠組みが有効であることを, 波型境界を有する導波管中電磁場の固有モード解析の計算機解析で確認した. さらに, ヘリカル型 Force-Free 配位の平衡解析にもこの新しい枠組みを適用しその有効性を確認できた.

## 1 序

高性能核融合炉ではプラズマの高ベータ保持が必要とされている. 以下に述べる理論解析・実験結果を統合すると LHD 型磁場は高ベータプラズマ保持が可能と思われる.

- 十分な加熱入力を行えば完全  $\beta = 1$  プラズマ配位へ自発転位することが 1 次元輸送解析モデルの数値計算で見いだされている [1].
- Grad-Sharanov 方程式の数値計算で, 軸対称配位における完全  $\beta = 1$  配位が求められた [1].
- 自発電流による表面磁場が完全  $\beta = 1$  プラズマ配位を保持する機構と, 超伝導体が Meissner 効果で磁場を排除する物理機構とが同一と見なせる [2].
- LHD 実験では磁場強度を通常値の  $1/5 \sim 1/6$  に低下させてもベータ崩壊の兆しは見られていない. すでに平均ベータ値 4% を超えた放電を実現した.
- LHD のダイバータ磁力線結合長は 10km を超える [3]. 最外殻磁気面の外側を走行しているこの磁力線が形成しているカオス磁力線領域にはプラズマが存在する [3],[4]. このプラズマ中で

は交換型不安定を引き起こす荷電分離は, カオス構造磁力線を通じて中和されるので, 生じ得ない [5].

- バルーン不安定に対しては, カオス磁力線領域を離脱した磁力線が強い安定化効果をもたらす. カオス磁力線領域を離脱した磁力線は  $1 \sim 2m$  という短距離で真空容器壁に固定されている. 磁力線の終端が導体壁で固定されているときの安定化効果については Kadomtsev が定式化している [6].

ヘリカル系平衡には磁気面の存在する領域と磁力線が真空容器壁に到達する領域とが混在する. よってプラズマの圧力を磁気面の関数で記述できると先験的に仮定することはできない. この状況の下でプラズマの平衡を解析するため, 新しい理論解析の枠組みを構築する.

ここでは, 磁場  $B$  がソレノイダル場 ( $\nabla \cdot B = 0$ ) であることに着目する. すなわち, 磁場表現する独立な自由度は 2 である. 磁場を独立な 2 自由度を用いて表現する方法の一つに磁気面関数  $\psi$  と磁力線を識別するラベル  $\alpha$  を用いる方法がある.

$$B = \nabla \psi \times \nabla \alpha \quad (1)$$

しかしながらこの方法は磁力線がカオス構造となるところで  $\psi$  および  $\alpha$  が well-



defined の関数とはならない。よってカオス磁力線構造を本質的に随伴するヘリカル系プラズマの平衡解析には別の方法を採用する。

ソレノイダル場を表現する最も古典的方法はベクトルポテンシャルを用いる方法である。

$$B = \nabla \times A \quad (2)$$

磁場  $B$  とベクトルポテンシャル  $A$  とは線形の関係式で結びつけられているので好ましい。しかしながらこのままでは、本来2自由度の  $B$  を自由度が3あるベクトル  $A$  で表現することになり  $A$  は一意に定まらない。すなわち  $A$  にはゲージの自由度が含まれる。ここでは、具体的数値計算を最も簡単化するゲージを採用しよう。すなわち、ベクトルポテンシャル  $A$  の一つの成分を恒等的に0とする。このときのゲージはローレンツゲージを拡張したゲージとなっていることが示される(真空中では、両者は同一のゲージとなる)。

第2節ではベクトルポテンシャル  $A$  の一つの成分を恒等的に0とする手法を用いて Maxwell の方程式を書き換えよう。この書き換えの一般性を確認するため波型境界を有する導波管中電磁場の固有モード解析に適用した。計算機解析例を示す。第3節ではヘリカル型プラズマ平衡解析の第一歩としてヘリカル型 Force-Free 配位の平衡を定式化する。まとめは第4章に記す。

## 2 2成分のベクトルポテンシャルによる磁場の記述

磁場は  $\nabla \cdot B = 0$  を常に満たすので自由度は2である。よって、一般性を失うことなく、任意の磁場は2成分のベクトルポテンシャルで表現できる。ここでは波型境界を有する導波管中電磁場の固有モード解析を例にとり、このことの妥当性を確認しよう。具体的な計算を進めるため、座標系としては導波管の管軸方向を  $z$  方向とする円柱座標系  $(r, \theta, z)$  を用いて解析する。ベクトルポテンシャル  $A$  を次のように二つの関数  $(\Psi, \Phi)$  で

表す。

$$A = \begin{pmatrix} \Phi/r \\ \Psi/r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$B = \frac{1}{r} \nabla \Phi \times \nabla r + \nabla \Psi \times \nabla \theta \quad (4)$$

$$= \frac{1}{r} \begin{pmatrix} -\partial \Psi / \partial z \\ \partial \Phi / \partial z \\ \partial \Psi / \partial r - \partial \Phi / r \partial \theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

磁場に対するこの表式が電磁場の解析に有効であることが確認できる。Maxwell の方程式

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E \quad (6)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times B - J \quad (7)$$

を  $\Psi, \Phi$  で表現しよう。Farady の式 (6) にベクトルポテンシャルを用いた磁場の表式 (5) を代入すると、

$$0 = \nabla \times \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} + E \right\} \quad (8)$$

となる。スカラー関数  $\lambda(r, \theta, z, t)$  (= スカラーポテンシャル) を導入すると積分できる。

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \lambda \quad (9)$$

電場に対するこの表式を Ampere の式 (7) に代入すると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \begin{pmatrix} \tilde{\Delta} \Phi - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \\ \tilde{\Delta} \Psi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \nabla \left( \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) - \mu_0 J \end{aligned} \quad (10)$$

を得る。ここで、演算子  $\tilde{\Delta}$  は次式で定義される。

$$\tilde{\Delta} f = r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (11)$$

Ampere の式 (10) の第三成分 (z 方向成分) は次のように"積分"でき, ローレンツゲージを拡張した関係式が導かれる.

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \lambda}{\partial t} = - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \mu_0 \int J_z dz \quad (12)$$

この表式を用いると Ampere の式 (10) は次の 2 個の式にまとめられる.

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \tilde{\Delta} \Phi - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \mu_0 r \int \Omega_\theta dz \quad (13)$$

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \tilde{\Delta} \Psi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \mu_0 r \int \Omega_r dz \quad (14)$$

ここで,  $\Omega$  は電流  $J$  の回転で定義されたベクトルである.

$$\Omega = \nabla \times J \quad (15)$$

高周波電場の表式は次のようになる.

$$-r \mu_0 \left( \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + J \right) = \begin{pmatrix} \tilde{\Delta} \Phi - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} - r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \\ \tilde{\Delta} \Psi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \\ -r \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \end{pmatrix} \quad (16)$$

波型導波管中の固有モード解析でこの手法の有効性を確認した [7]. 導波管の境界を

$$0 = g(r, z) \quad (17)$$

とする. このときには導波管壁上での境界条件は  $E \times \nabla g = 0$  で与えられ,

$$0 = \frac{\partial g}{\partial z} E_r - \frac{\partial g}{\partial r} E_z \quad (18)$$

$$0 = E_\theta \quad (19)$$

に帰着する. その具体的表式は

$$0 = \frac{\partial g}{\partial z} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right\} - \frac{\partial g}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta \partial z} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} \right\} \quad (20)$$

$$0 = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} \quad (21)$$

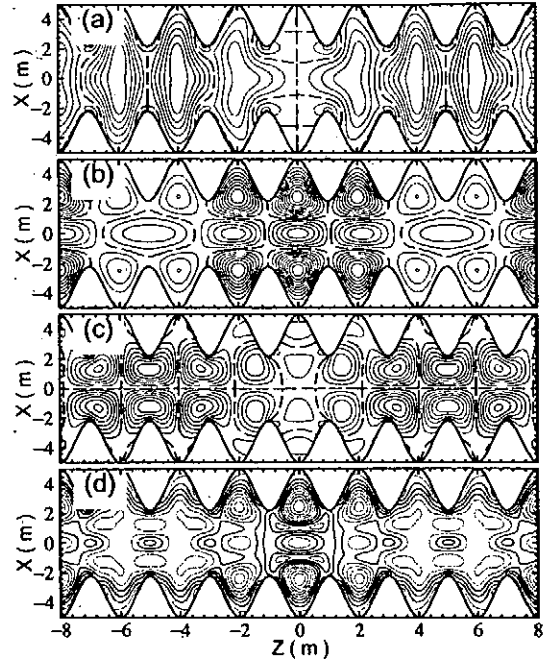


Figure 1: 波型導波管中の固有モードの計算機解析例. 管壁の平均半径は  $R_0 = 3.6M$ , 波型の振幅は  $1.4M$ , 周期長は  $L = 4m$  と仮定している. この波型導波管中を方位角方向には  $l = 1$ , 管軸方向には  $k_z = 0.4 \times 2\pi/L$  の波数で伝搬する固有モードの電界強度分布を示す. 図 (a),(b),(c) はそれぞれ,  $E_x, E_y, E_z$  を示し, 図 (d) は  $|E|$  を示す. このときの固有振動数は  $\omega/c = 1.65764$  と計算されている.

となる. 導波管内では電流が存在しないので ( $J = 0$  なので),  $\Omega = 0$  となり, 方程式 (13, 14) は  $\Psi, \Phi$  を決定できる. 数値計算の一例を Fig.1 に示す. 波型導波管中の  $l \neq 0$  モードは TE 波と TM 波の結合が生ずる. Fig.1 に示したモードは準 TM 波である.

### 3 ヘリカル型 Force Free 配位の平衡

ここでは, 前節で示した手法 — 磁場を 2 成分のベクトルポテンシャルで表現する — を用いてヘリカル型 Force Free 配位の平衡を定式化しよう. 基礎となる方程式は

$$J = \mu B \quad (22)$$

で与えられる。 $\mu$  は系の状態を定める固有値 (定数) である。磁場  $B$  も電流  $J$  もともにソレノイダル場なので前節にも述べたようにその自由度は2である。よって、ベクトルで記述された関係式 (22) のうちの2成分  $r$  および  $\theta$  方向成分を成立させれば、残りの  $z$  成分は自動成立が保証される。よって、定常状態における電流密度を記述する (16) および、磁場の表式 (5) の  $r$  および  $\theta$  成分を (22) の  $r$  および  $\theta$  成分の表式に代入すればヘリカル系における Force-Free 配位を決定する関係式を得る。

$$\begin{aligned} & \tilde{\Delta}\Phi - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} - r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \\ &= -\frac{\mu}{r^2 \mu_0} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{\Delta}\Psi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) \\ &= \frac{\mu}{r^2 \mu_0} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (24)$$

プラズマ容器の形状を指定し方程式 (23,24) を適切な境界条件の下で解けばよい。

## 4 まとめ

磁場  $B$  がソレノイダル場であること ( $\nabla \cdot B = 0$ ) に着目し、2成分のベクトルポテンシャルで表現して電磁場を解析する新しい枠組みを組み立てた。この手法をTE波とTM波の混合が生ずる波型形状導波管内の固有モード解析に適用しその一般性と有効性を確認した。

また、この手法がヘリカルプラズマの平衡解析に有効であることをヘリカル型 Force-Free 配位の平衡解析の定式化で確認した。具体的計算機解析は今後の課題である。

## References

- [1] 渡辺二太, 高山一男, "表面磁場を用いた完全  $\beta = 1$  プラズマの保持", 統計数理研究所共同研究レポート 110 (統計数理研究所, 1998) p 21.
- [2] 渡辺二太, 高山一男, 利根川昭, 河村和孝, 北條仁士, "表面磁場による完全  $\beta = 1$  プラズマ保持配位への自発転移", 第4回核融合エネルギー連合講演会予稿集 (2002) p96.
- [3] MATSUMOTO, Y., OIKAWA, S. and WATANABE, T., "Field line and Particle orbit Analysis in the Periphery of the Large Helical Device", J. Phys. Soc. JPN, 71 (2002) 1684.
- [4] GOTO, M. and MORITA, S., "Determination of the line emission locations in a large helical device on the basis of the Zeeman effect", Phys. Rev. E 65 (2002) p.026401.
- [5] WATANABE T. and HOJO H., "The Marginally Stable Pressure Profile and a Possibility of High Beta Plasma Confinement in LHD", J. Plasma Fusion Res. SERIES, Vol. 5 (2002) 487.
- [6] B.B.Kadomtsev, *Reviews of Plasma Physics*, (Leontvich.M.A., ed., Consultants Bureau, (N.Y.) 1965) vol. 2, p. 174)
- [7] WATANABE T., CHOYAL Y., MINAMI K. and GRANATSTIN V.L., Physical Review E, (in pPrinting, 2004)

## ローカルアイランドダイバータのダイバータヘッドに対する 電子・イオンの密度・エネルギー分布

総合研究大学院大学数物科学研究科核融合科学専攻 神保成昭

LHD 磁場配位では周辺領域に  $m/n=1/1$  の磁気島を生成してダイバータ配位 (ローカルアイランドダイバータ: LID) にすることができる。LID は閉じた磁気面と周辺の開いた領域を分離し、高効率の粒子排気を用いて周辺温度を上げ、大幅な閉じ込め改善をめざす「高温ダイバータ運転」に重要な役割を果たす。周辺領域が高温になるとそこでの粒子輸送は新古典的效果が重要になってくる。

モンテカルロ法を用いて衝突を考慮した粒子軌道計算を  $m/n=1/1$  磁気島を含む磁場中で行い、LID のダイバータヘッドへのストライクポイントを調査した。ここではヘッドの形状を単純化し、(Fig.1) 磁場には真空磁場を用いた。テスト粒子はエネルギー一定とし、ピッチ角散乱は一様とした。

ヘッドに対するストライクポイントのパターンを衝突頻度の大きい場合 (Pfirsch - Schlüter 領域) を Fig.2 に示した。テスト粒子はコア領域のエッジ、セパトリクスに非常に近い磁気面上に一様に配置し出発させた。ヘッドに到達した粒子は完全にヘッドに吸収されるものとした。同様に衝突頻度の小さい場合 ( $1/\nu$  領域) を Fig.3 に示す。ストライクパターンは大きく変化し、衝突の頻度によりアイランドの構造がパターンに影響を及ぼすことが確認された。

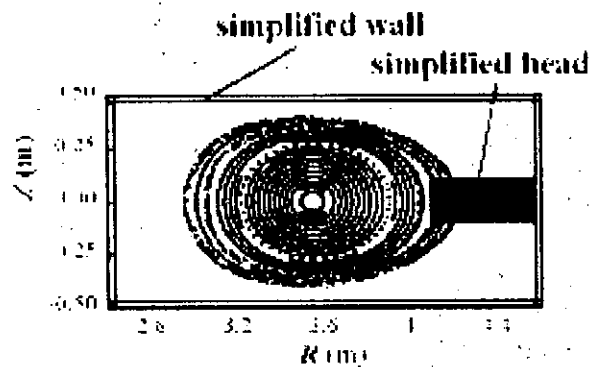


Fig.1 真空磁場とヘッド

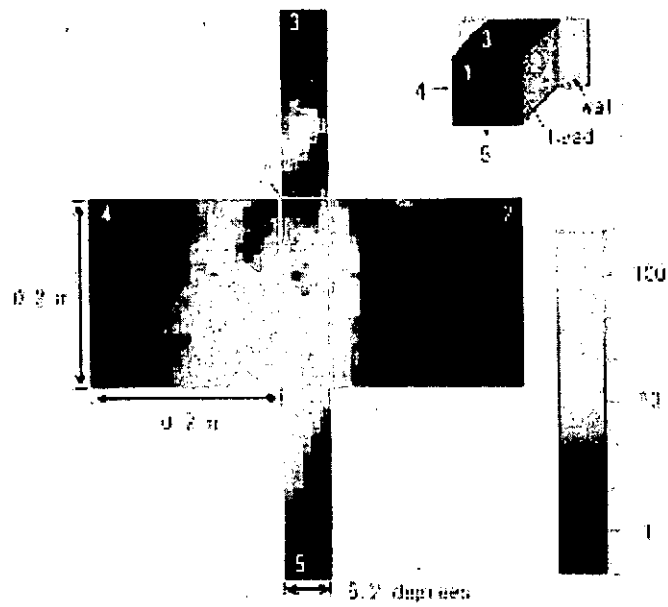


Fig.2 ヘッドへのストライクパターン  
(衝突頻度の大きい場合)

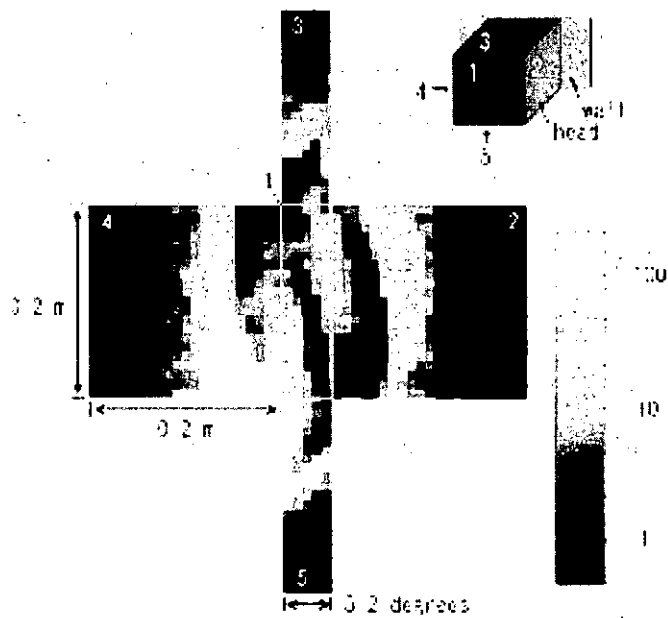


Fig.3 ヘッドへのストライクパターン  
(衝突頻度の小さい場合)

## 粒子シミュレーションの HPF による並列化

核融合科学研究所 理論・シミュレーション研究センター

石黒静児

### 1. はじめに

周辺プラズマの電位構造形成、微視的不安定性に伴う構造形成、高強度電磁波とプラズマの相互作用などの研究において、大規模三次元粒子シミュレーションが非常に重要となっている。平成15年1月に更新された核融合科学研究所理論・シミュレーション研究センターの大型シミュレーション研究用解析装置(以下 SX-7)は、5つのノードからなり、総主記憶容量 1280GBytes、総合演算性能 1412GFlops の性能を有する。この全システムを活用したシミュレーションを行うためにはノードごとに分散した主記憶領域、CPU を有効に使うプログラミングが必要となる。そのための手段としては Message Passing Interface (MPI)の利用があるが、分散した記憶領域間でのデータ転送指定など煩雑な作業を要する。それに対して High Performance Fortran (HPF) では基本的には配列要素を異なった記憶領域にどのように分配するかを指定することで、通信などを細かく指定することなく分散並列化が行える。特に流体系のシミュレーションコードでは、大きなプログラム変更を行うことなく、指示行の追加のみで分散並列化が行える。しかしながら、粒子シミュレーションにおいては、そのアルゴリズムの特性上、プログラムの改変が必要となる。また、SX-7 はベクトル並列機であるので、ベクトル性能を十分に発揮できるプログラミングが必要となる。

### 2. プラズマ粒子シミュレーションの並列化

静電粒子シミュレーションでは、荷電粒子の運動方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q(E(x) + v \times B(x))$$

と荷電粒子の作る電場を求めるポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$E = -\nabla \phi$$

を差分化して数値的に解いていく。図1のように、(1) 粒子座標から格子点での電荷密度を求める、(2) ポアソン方程式を解いて格子点上での電位を求め、さらにそれから電場を求める、(3) 格子点での電場からこの粒子に加わる力を求め、その力で粒子を加速し、移動する、といった手順を繰り返す。この中で、(1) 及び(3)の手続きがもっとも多くの計算機資

源を要し、(2)の手続きはそれらに比べると非常に計算量は少ない。そこで(1)及び(3)の手続きを複数の CPU を効率よく使って計算することが必要となる。1 ノードあたり 256GBytes の共有主記憶領域、32 個の PE を持つという SX-7 の特長を利用して HPF による粒子シミュレーションの並列化を行った。

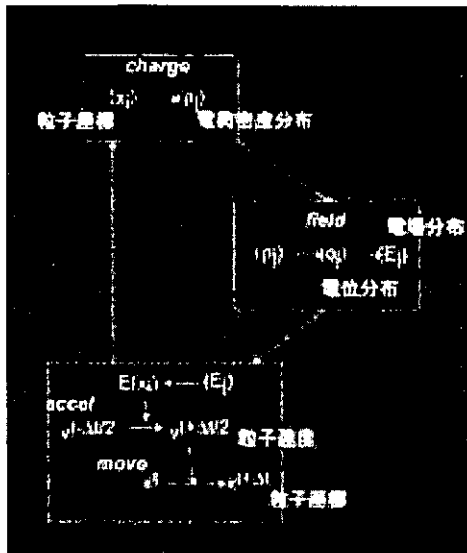


図 1. 粒子シミュレーションのアルゴリズム。

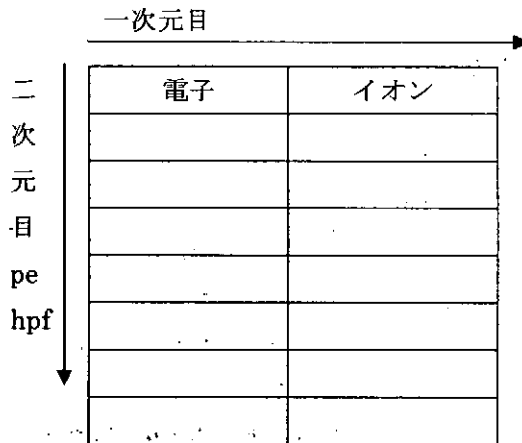


図 2. 粒子座標などを格納する配列の構造。

粒子座標、速度を格納する配列を 2 次元配列とし 2 次元方向の大きさを PE 数分とり、その方向を HPF プロセス数分にブロック分散する(図 2)。これに合わせて、(1)の手続きをベクトル並列実行するための作業用配列も粒子座標の配列と同様にブロック分散する(図 3)。(1)の手続きのプログラム例を図 4 に、(3)の手続きのプログラム例を図 5 に示す。

```

module
  real (kind=kreal),save,dimension(npm,npe)::x,y,z,vx,vy,vz
  c-----work arrays
  real (kind=kreal), save,
  &          dimension(0:ngxmx,0:ngymx,0:ngzmx,lr,npe)
  &          :: workp
!hpf$ processors p(nhpf)
!hpf$ distribute (*,block) onto p :: x,y,z,vx,vy,vz
!hpf$ align workp(*,*,*,i) with x(*,i)
  
```

図 3. 粒子座標、速度を格納する配列及び作業用配列に関する指定。

また、(2)の手続きの計算量は全体から見ると非常に少ないため、電場などの場の量は HPF

分散させず、各 HPF プロセスで同じ計算を行う。

```

charge
!hpf$ independent,new(ipe,j,kk,il,iu,n1,nl,lr1,ist,
!hpf$&  jx,jy,jz,ddx,ddy,ddz,nadd)
      do ipe=1,npe
---
!cdir novector
      do j=1,nl
-----
!cdir nodep
          do kk= 1, lr1
              ii = ist + kk
              jx =x(ii,ipe)
              -----
              workp(jx,jy,jz,kk,ipe)
&              = workp(jx,jy,jz,kk,ipe)
&              +(1.0d0-ddx)*(1.0d0-ddy)*(1.0d0-ddz)
              -----
!hpf$ independent, new(ipe,l,k,j,i),reduction(rho)
      do ipe = 1,npe
!cdir select( CONCUR )
          do k=0,ngz
              do l=1,lr,4
                  do j=0,ngy
!cdir nodep
                      do i=0,ngx
                          rho(i,j,k)=  rho(i,j,k)
&                          + qdxdydz*(workp(i,j,k,l,ipe)
&                          +          workp(i,j,k,l+1,ipe)
&                          +          workp(i,j,k,l+2,ipe)
&                          +          workp(i,j,k,l+3,ipe))

```

図 4. 粒子座標から空間電荷密度を求める subroutine charge.



```

accel
!hpf$ independent,new(ipe,i,jx,jy,jz,vxo,vyo,vzo,ddx,ddy,ddz
!hpf$&
, aax, aay, vzn, vyy, vxx)
do ipe=1,npe
do i=itopp(ipe),iendp(ipe)
jx = x(i,ipe)
vx0 = vx(i,ipe)
ddx = x(i,ipe)-jx
aax =
& ex(jx,jy,jz) *(1.0d0-ddx)*(1.0d0-ddy)*(1.0d0-ddz)+
& ex(jx,jy+1,jz) *(1.0d0-ddx)*ddy*(1.0d0-ddz)+
& ex(jx+1,jy,jz) *ddx*(1.0d0-ddy)*(1.0d0-ddz)+
----省略-----
aay =
& ey(jx,jy,jz) *(1.0d0-ddx)*(1.0d0-ddy)*(1.0d0-ddz)+

```

図 5. 粒子を加速する subroutine accel.

Pe 数	Node 数	Hpf プロセス数	コンパイラ	経過時間 (sec)	sec/step	nsec/step /particle
32	1	1	sxhpf	2230	4.46	4.15
64	2	2	sxhpf	1464	2.93	2.73
96	3	3	sxhpf	1240	2.48	2.31
160	5	5	sxhpf	1087	2.17	2.02

表 1. 格子数 128X128X512、セルあたり 64 個の電子及びイオン、全粒子数 1,073,741,824 個で 500 ステップ実行した際の性能比較。

128X128X512 の空間格子、セルあたり 64 個ずつの電子及びイオンによるシミュレーションを SX-7 で利用する PE 数を変化させた場合の結果を表 1 および図 5 に示す。PE 数にほぼ比例して性能が向上していることがわかる。また、同じ空間格子数で、セルあたり 512 個ずつの電子及びイオンを用いた場合の結果を表 2 に示す。この場合の総合性能は 224GFLOPS であり、これはピーク値の 15.8%にあたる。

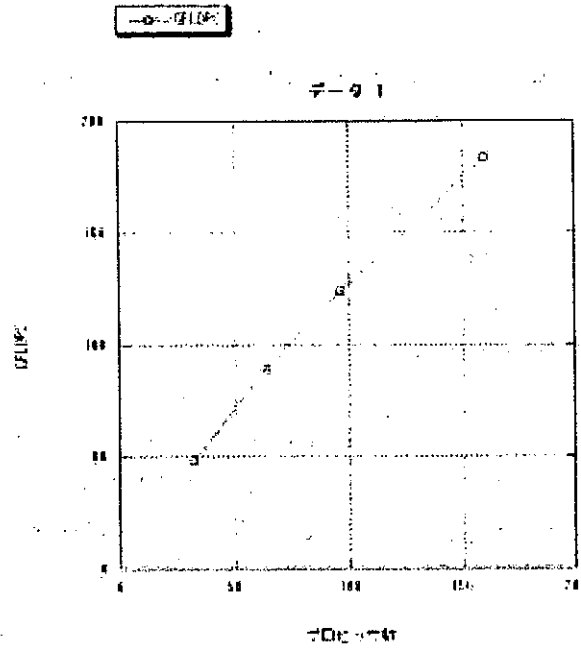


図 6. プロセッサ数に対する性能値。用いたパラメータは表 1 と同じ。

### 3.まとめ

1 ノードあたりの主記憶容量が大きいという SX-7 の特長を生かした、プラズマ粒子シミュレーションコードの分散並列化を行った。粒子座標などを格納する配列を二次元配列とし二次元目でブロック分散することにより、ベクトル化、共有並列化、HPF による分散並列化を併用して効率的なコーディングを行うことができた。

Pe 数	Node 数	Hpf プロセス数	コンパイラ	経過時間 (sec)	sec/step	nsec/step /particle
160	5	5	sxhpf	3535	7.07	0.82

表 2. 格子数 128X128X512、セルあたり 512 個の電子及びイオン、全粒子数 8,589,934,592 個で 500 ステップ実行した際の性能。

# 磁化プラズマ中フロー速度シアに起因する低周波不安定性

金子 俊郎, 松本 範明, 石黒 静児\*, 畠山 力三

東北大学 大学院工学研究科 電子工学専攻

\*核融合科学研究所 理論・シミュレーション研究センター

## 1. はじめに

磁化プラズマ中において、磁力線に平行方向のフローの流体的速度が、それと垂直方向で異なる、いわゆる磁力線平行方向プラズマフロー速度シアの存在が、低周波のプラズマ不安定性に密接にかかわっていると考えられている<sup>1)</sup>。引き起こされたプラズマ不安定性が、核融合プラズマ閉じ込めに密接に関連しているといわれている一方で、磁気圏や電離層などの宇宙空間プラズマ内における乱流現象や高エネルギーイオンの発生要因という報告があり、その重要性が注目されている。東北大学ではこれまで、磁力線平行方向のプラズマフロー速度シアを生成、制御し、速度シア強度に依存してドリフト波不安定性などの低周波不安定性が励起、抑制されることを基礎実験的に明らかにしてきた<sup>2)</sup>。

本研究ではその励起機構の解明を目的として、実験では変化させることが困難なシア領域の幅、および電子とイオンの温度比などのプラズマパラメータを自在に設定可能である3次元静電粒子シミュレーションを行い、速度シア空間分布形状等を変化させることによって、それらの低周波不安定性への効果を詳細に調べた。

## 2. シミュレーションモデル

シミュレーションは  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向の各境界が周期的境界条件の、3次元静電粒子シミュレーション (PIC, Particle-In-Cell) コードを用いて行った。長波長の波動の観測のために、システムサイズを  $L_x = 128\lambda_{De}$ ,  $L_y = 128\lambda_{De}$ ,  $L_z = 512\lambda_{De}$  と大規模にしており、主記憶容量として約 300GB を使用している。ここで、 $\lambda_{De}$  はデバイ長である。イオンと電子の質量比は  $m_i/m_e = 400$ 、電子サイクロトロン周波数と電子プラズマ周波数の比は  $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 5$ 、イオンサイクロトロン周波数と電子プラズマ振動数の比は  $\omega_{ci}/\omega_{pe} = 0.0125$ 、イオンと電子の温度比は  $T_i/T_e = 0.5$ 、時間ステップ幅は  $\Delta t = 0.1\omega_{pe}^{-1}$  としている。磁力線に平行方向 ( $z$  方向) にイオンフローが存在し、このイオンフローを  $x$  方向に関して空間的に変化させることで、イオンフロー速度シアを導入している。シミュレーションに適用したフロー速度分布を図1に示す。

フロー速度分布の形状は

$$v_{di}(x) = v_0 - v_1 \left[ 1 - \exp\left(\frac{x - 64\lambda_{De}}{x_L}\right)^2 \right] \quad (1)$$

で与えられ、 $v_0/v_{te} = 0.5$  は共通の値である。ここで、 $v_{te}$  は電子の熱速度を表す。図1の3通りのフロー速度分布において、 $v_1/v_{te} = 0$  はフロー速度が一様、すなわち速度シアの存在しない場合である。 $v_1/v_{te} = 0.2, 0.5$  は速度シアの存在する場合であり、最大の速度シア強度はそれぞれ、 $|v'_{di}/\omega_{ci}| = 0.5, 1.3$  である。初期状態 ( $\omega_{pet} = 0$ ) において、このフロー速度分布をイオンに割り当て、3通りそれぞれについてシミュレーションを行った。

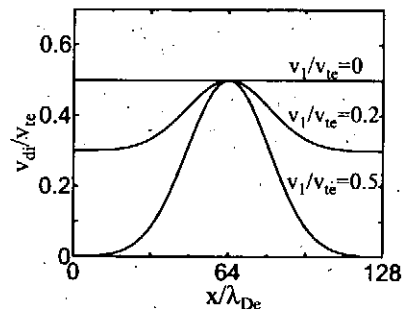


図1: イオンフロー速度の  $x$  方向分布。

## 3. 結果および考察

図2に、 $k_x\rho_i = 0$ ,  $k_y\rho_i = -0.41$ ,  $k_z\rho_i = 0.034$  の波数成分における、空間フーリエモードの実部 (実線) および虚部 (破線) の時間発展  $\omega_{pet}$  を  $0 - 3300$  を示す。(a) は図1の  $v_1/v_{te} = 0$  のフロー分布を適用した場合のシミュレーション結果である。フロー速度分布が平坦で、速度シアが存在しない場合では、ノイズレベルの揺動は観測されているが、その揺動振幅は  $\omega_{pet} = 0 - 3300$  の間でほとんど変化せず、不安定化していないことが分かる。(b) は  $v_1/v_{te} = 0.2$  の場合の結果である。速度シアが存在する場合では、 $\omega_{pet} \geq 1000$  の時間で揺動の振幅が緩やかに増加している。また、この揺動のイオンフレーム上の位相速度は  $v_{ph} = 0.08v_{te}$  と計算され、イオン音速の値  $C_s = \sqrt{T_e/m_i} = 0.05v_{te}$  と同程

度の値であることから、イオン音波不安定性が励起していると考えられる。(c)は $v_1/v_{te} = 0.5$ であり、(b)よりも速度シア強度が大きい場合の結果である。(b)と比較して、揺動の振幅が急激に増加している。このことから、イオンフロー速度シアの存在がイオン音波不安定性の励起に重要な役割を果たしていると考えられる。

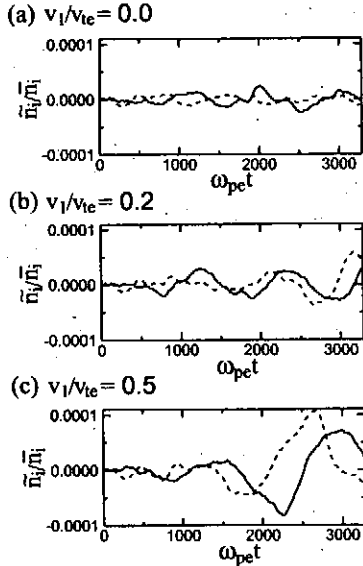


図 2: 各フロー速度分布における密度揺動の空間フーリエモードの時間発展.  $k_x \rho_i = 0, k_y \rho_i = -0.41, k_z \rho_i = 0.034$ .

図 3 は、図 1 の  $v_1/v_{te} = 0.5$  のフロー速度分布を適用したシミュレーションの、時刻  $\omega_{pe} t = 4550$  における、 $x$  軸に垂直な 2 次元断面上 ( $y-z$  断面) の電位分布である。それぞれ  $x$  に関して、(a)  $x/\lambda_{De} = 49$ , (b)  $x/\lambda_{De} = 64$ , (c)  $x/\lambda_{De} = 79$  における断面である。(a) および (c) では電位分布に縞模様状の波面が見えるが、(b) ではこれが観測されず、電位はほとんど一様である。一方、イオンフロー速度分布 (図 1) を参照すると、(a) および (c) は速度シア強度が最大となる  $x$  における断面上の電位分布である。(b) は  $x$  に関して中央における断面上の電位分布であり、この領域では局所的にフロー分布が平坦で、速度シアが存在しない。すなわち、局所的に速度シアが存在する領域でのみ縞模様状の波面が観測されている。従って、これは速度シアが局所的に励起する不安定性に基づく波面であることが分かる。

また、図 3 の (a) と (c) を比較すると、励起された不安定性の伝搬方向が異なっている。図 1 のフロー速度分布において、 $x/\lambda_{De} = 49$  と

$x/\lambda_{De} = 79$  を比較すると、 $x/\lambda_{De} = 49$  では、 $x$  が増加するとフロー速度が増加するのにに対し、 $x/\lambda_{De} = 79$  では、 $x$  が増加するとフロー速度が減少する。すなわち、これらの各領域で互いに速度シアの符号が逆である。従って、この不安定性では速度シアの符号に依存して、異なる伝搬方向のモードが励起されていることが明らかとなった。

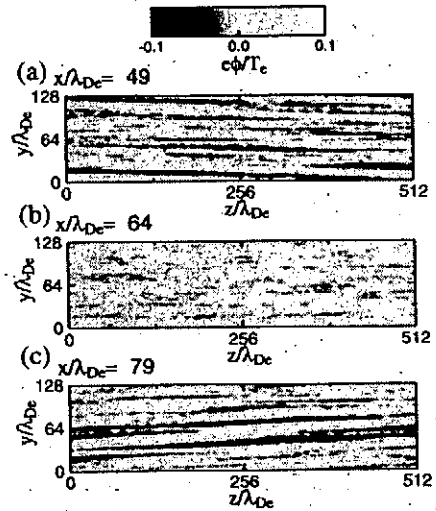


図 3:  $x$  軸に垂直な 2 次元断面上における電位分布。(a)  $x/\lambda_{De} = 49$ , (b)  $x/\lambda_{De} = 64$ , (c)  $x/\lambda_{De} = 79$ .  $v_1/v_{te} = 0.5$ .

#### 4. まとめ

磁力線平行方向フロー速度シアの低周波プラズマ不安定性への効果を詳細に調べる目的で、3 次元静電粒子シミュレーションを行った。イオンフロー速度の空間分布を変えることでイオンフロー速度シア強度を変化させた結果、シア強度が大きくなるとイオン音波不安定性の成長率が大きくなることが明らかになった。また、 $x$  軸に垂直な断面上の電位分布を観測した結果、速度シアの符号に依存して励起される不安定性の伝搬方向が異なることが明らかになった。また、この不安定性は速度シアの存在する領域において局所的に励起されることが分かった。

#### 参考文献

- 1) G. Ganguli, S. Slinker, V. Gavrishchaka and W. Scales : Phys. Plasmas **9**, 2321 (2002).
- 2) T. Kaneko, T. Tsunoyama and R. Hatakeyama : Phys. Rev. Lett. **80**, 125001 (2003).

# Excitation of Polar Thermal Convection in a Rotating Spherical Shell

Norio ISHIHARA <sup>1</sup>

Theory and Computer Simulation Center,  
National Institute for Fusion Science,  
Oroshi-cho 322-6, Toki, 509-5292, Japan

The thermal convection in a rotating spherical shell or a rotating sphere with a spherically symmetric gravity force has been studied extensively as a fundamental problem in geophysics and astrophysics. The convective flow in the outer core of the Earth composed of liquid metals is a typical example. It is believed that this flow causes generation and reversals of the geomagnetic field. However, the dynamical relationship between the fluid motion and these geomagnetic phenomena has not been well understood yet because high Taylor number and high Rayleigh number make the flow very complicated in both space and time.

The purpose of this study is to clarify the dynamical relationship. We performed direct numerical simulations of thermal convection in a rotating spherical shell which is driven by temperature difference between the inner and the outer boundaries against a gravity force pointed to the system center. Here, we report the physical properties of convection when the convective state is far from the onset, at a relatively high Taylor number such that the convection columns extend to the outer boundary along the rotation axis. There are four control parameters in this system; the radius ratio  $\eta$  of the inner sphere to the outer, the Taylor number  $Ta$ , the Rayleigh number  $Ra$ , and the Prandtl number  $Pr$ . The Rayleigh number characterizes the onset of convection of the system. Here, we investigate a qualitative change of thermal convection depending on  $Ra$  up to 90 times the critical value  $Ra_c (= 1.22 \times 10^6)$ , while the other parameters are fixed such as  $Ta = 1.6 \times 10^6$ ,  $Pr = 1$  and  $\eta = 0.5$ .

Simulation results are summarized as follows. When the Rayleigh number is near the critical, a convective flow is active only outside the tangent cylinder (Figure 1). It is induced by several convection vortices which are elongated in parallel to the rotation axis. This convection is steady or quasi-steady. For the Rayleigh numbers exceeding around 5 times the critical, the convection is excited also inside the tangent cylinder, i.e. in the polar region. For the Rayleigh number beyond 10 times the critical, the convection in the tangent cylinder is more active than that in the outside. It is turbulent and accompanied by high-temperature blobs which extend toward the outer boundary, contributing high heat transport. The ratio

---

<sup>1</sup> *E-mail address:* ishihara@toki.theory.nifs.ac.jp

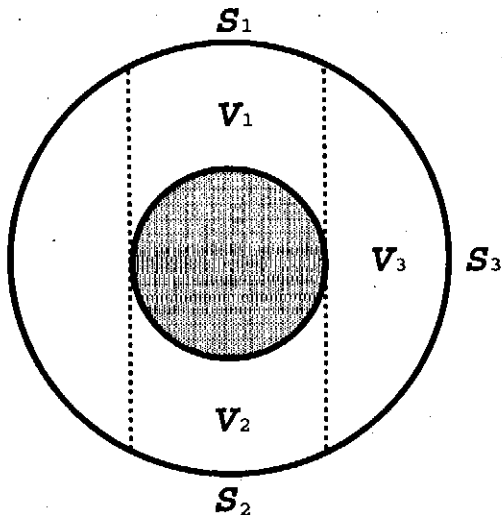


Figure 1

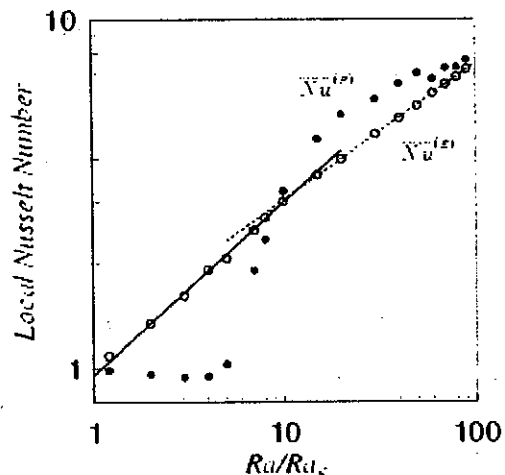


Figure 2

**Figure 1.** Division of a spherical shell. The tangent cylinder indicated by two dotted lines cuts the spherical shell into three domains,  $V_1$ ,  $V_2$ , and  $V_3$ , whose boundaries on the outer sphere are denoted by  $S_1$ ,  $S_2$ , and  $S_3$ , respectively. The domains  $V_1$  and  $V_2$  are called the polar regions and  $V_3$  the equatorial region. Likewise,  $S_1$  and  $S_2$  are called the polar surfaces and  $S_3$  the equatorial surface.

**Figure 2.** Rayleigh number dependence of the local Nusselt numbers. Solid and open circles represent the polar and the equatorial Nusselt numbers,  $\overline{Nu}^{(P)}$  and  $\overline{Nu}^{(E)}$ , respectively. A solid and a dotted line represent the power laws  $\overline{Nu}^{(P)} \propto Ra^{0.40}$  and  $\overline{Nu}^{(E)} \propto Ra^{0.50}$ , respectively.

of strength of convection inside and outside the tangent cylinder takes the largest value when the Rayleigh number is around 20 times the critical (Figure 2). At further high Rayleigh numbers, the convection field tends to be isotropic over the sphere.

The more active convective motion in the polar regions excited at a range of Rayleigh numbers observed above is expected to play some important roles in the thermally driven MHD dynamo in a rotating spherical shell (Glatzmaier and Roberts, 1997; Christensen, Olson and Glatzmaier, 1998; Kitauchi and Kida, 1998). The random and intermittent reversal of the dipole axis observed in the geomagnetic field is one of most relevant examples. It is an important difference between the polar and the equatorial regions that the latter is connected across the equator whereas the former is not. That is, the fluid motions in the northern and southern hemispheres tend to be strongly coupled in the equatorial region (n.b.

the Taylor-Proudman theorem), whereas those in the polar regions are independent of each other. This suggests that the north-south symmetry is less robust in the polar regions than in the equatorial region. Therefore, if a strong magnetic field of dipole type is generated in the polar regions, then it is more likely for the axis of the dipole to reverse its direction. The MHD dynamo simulation to investigate this phenomenon is now under way, and the results will be reported elsewhere in the near future.

## References

- [1] Christensen, U., Olson, P. and Glatzmaier, G.A. 1999 Numerical modeling of the geodynamo: a systematic parameter study. *Geophys. J. Int.* **138**, 393-409.
- [2] Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H. 1997 Simulating the geodynamo. *Contemp. Physics* **38**, 269-288.
- [3] Ishihara, N and Kida, S. Formation of Polar Thermal Convection in a Rotating Spherical Shell (submitted to *Fluid Dyn. Res.*)
- [4] Kitauchi, H. and Kida, S. 1998 Intensification of magnetic field by concentrate-and-stretch of magnetic flux lines. *Phys. Fluids* **10**, 457-468.

# SPEC OMPのHPF化とその性能評価

坂上 仁志

姫路工業大学大学院工学研究科

## 1. はじめに

現在、実用的な並列プログラミング環境としてMPI[1,2], OpenMP[3], HPF[4-6]が存在する。MPIは、多くの異なるアーキテクチャの並列計算機上で利用可能だが、ユーザがプロセッサ間のデータ転送をプログラム実行の流れを意識した上で明示的に記述しなければならない、一般ユーザには敷居が高い。一方、OpenMPは一般ユーザにも扱い易いように、従来の逐次プログラムに最小限の付加的な指示文を挿入するだけでプログラムの並列実行を可能とするが、共有メモリ型の並列計算機でしか利用できない。これに対して、HPFはOpenMPと同様に指示文を用いたデータ並列言語であり、一般ユーザにも扱い易く、共有メモリ型の並列計算機だけではなく分散メモリ型の並列計算機でも利用できる。このため、HPFは、今後並列計算機を一般ユーザでも容易に扱えるツールとするために必要なプログラミング言語である。

核融合研に導入されているNEC SX-7は32台まではSMPとして動作する。そこで、共有メモリ型並列計算機システムの性能を評価するためにOpenMPで記述されたベンチマークプログラムSPEC OMP2001[7]をHPFに書き換えて性能を比較し、HPFの可用性と並列性能を検証することは興味深い。基本的には、OpenMPのプログラムで並列化されている部分（並列領域）をHPFを用いて並列化する[8]。併せて、コンパイラの自動並列化の性能とも比較する。利用したコンパイラのオプションを以下に示す。

自動並列化：-P auto, OpenMP：-P openmp, HPF：-Mnoentry

## 2. SWIM

SWIMは差分法により浅水方程式を数値計算し、海水のシミュレーションを行うプログラムである。

SWIMのHPF化では、同一のDOループ内で結果を格納する複数の変数の添字が一致していない場合に並列化を行うと効率よく実行されない問題が見つかった[8]。これは、HPFでDOループを処理分割するときに採用されているOwner Computes Ruleが、同一のDOインデックスは同一のプロセッサで実行するという効率のよい並列実行の原則と矛盾しているためである。この問題は、配列の分散がDOループの処理分割に適していないことが原因で生じるため、ALIGN指示文を用いて結果を格納する配列変数の添字に合わせてデータ分散を行うことで解決することができた。しかし、適切なデータ分散がDOループによって異なる場合、すべてのDOループに一つのALIGN指示文では対応できない。そこで、この問題は、主にALIGN指示文を用いて解決し、ALIGN指示文のみで対応できない場合は効率を考慮に入れて別々のDOループに分ける方法を併用することで解決した。以下の表にSWIMの実行時間と高速化率を示す。

台数	HPF		OpenMP		自動並列化	
	計測時間	高速化率	計測時間	高速化率	計測時間	高速化率
1	247.91	1.00	232.79	1.00	229.54	1.00
2	126.44	1.96	122.14	1.91	120.44	1.91
4	65.33	3.79	65.14	3.57	64.16	3.58
8	35.01	7.08	36.91	6.31	36.50	6.29
16	21.06	11.77	22.80	10.21	22.53	10.19
32	18.11	13.69	17.28	13.47	16.59	13.84



この結果より、HPFでOpenMPと同等の並列性能が実現できることがわかった。また、このような単純なプログラムの場合、コンパイラの自動並列化でも同等の性能が期待できることもわかった。

### 3. MGRID

MGRIDはマルチグリッドで3次元のポテンシャル場を計算するプログラムである。

MGRIDでは大きな1次元配列を主プログラムで用意し、副プログラムではその1次元配列の一部を3次元配列として用いている。引数として渡す配列変数の次元数が呼ぶ側と呼ばれる側のプログラムで異なる、いわゆる順序結合はFORTRAN77を用いて大規模なプログラムを作成するときには、よく用いられた。HPFは並列化を行うためにデータ分散を行うが、データ分散を行った配列の順序結合には対応していない。このため、MGRIDのプログラムはHPFの指示文を挿入するだけでは並列化できなかった。そこで、呼び出される側での引数の次元数を呼び出す側のプログラムの次元数に合わせて定義し、呼び出されるプログラムで本来扱う次元数で必要なサイズの配列を動的に用意し、引数からデータを複写して使用することでこの問題を回避した。副プログラムで扱う配列のサイズが呼ばれるタイミングで異なるために、副プログラムで用意する配列は動的に確保するのが妥当である。なぜなら、配列は必要以上に確保すると処理の分割が均等にならないためである。以下の表にMGRIDの実行時間と高速化率を示す。

台数	HPF		OpenMP		自動並列化	
	計測時間	高速化率	計測時間	高速化率	計測時間	高速化率
1	284.07	1.00	197.24	1.00	196.19	1.00
2	158.45	1.79	99.40	1.98	102.51	1.91
4	92.88	3.06	50.68	3.89	57.28	3.43
8	59.05	4.81	26.86	7.34	38.45	5.10
16	43.85	6.48	19.45	10.14	47.78	4.11
32	41.30	6.88	12.12	16.27	92.42	2.13

この結果から、OpenMPに比べて1台での結果が劣っていることがわかる。これは、元のソースと動的確保・解放と複写を加えたソースをFORTRANとしてコンパイル・実行して比較した結果、配列の動的確保・解放、データの複写が原因であることがわかった。また、コンパイラの自動並列化は台数が増加すると性能が極端に悪化し、HPFでの実行時間より悪くなることもわかった。

### 4. APSI

APSIは、3次元流体を用いて数値計算を行い、湖環境における汚染物質の拡散をシミュレーションするプログラムである。APSIでは、MGRIDと同様に大きな1次元配列を確保し、副プログラムではその一部を多次元配列変数として用いていた。この問題を解決するために、配列の動的確保・解放、データの複写を行ったのでは効率が悪い。APSIでは、MGRIDと異なって配列のサイズは呼び出し毎に変化しないため、大きな1次元配列を解体して個別に配列を定義することで並列化を行った。また、APSIでは、並列処理を行う次元が並列化されている場所によって異なる場合がある。HPFではデータ分散を行っている次元でしか並列処理ができないので、並列化に適した次元で適宜データを再分散しなければならない。このデータ再分散は、副プログラム呼び出し時の引数再マッピングで対応した。以上により並列化されたプログラムの実行時間と高速化率を以下の表に示す。

このHPFの結果は、OpenMPに近い性能は得られているが、詳しく見ると高速化率はOpenMPと同等だが、実行時間は長い。この原因を調べたところ、HPF化によりベクトル長が一部短くなっている点、プログラムの並列呼び出し時に形状引継ぎ配列を用いてデータを渡しているが、そのときにデータの複写が行われてい

る点が実行時間の増加を招いたことがわかった。

なお、コンパイラの自動並列化は正常に機能しなかった。

台数	HPF		OpenMP		自動並列化	
	計測時間	高速化率	計測時間	高速化率	計測時間	高速化率
1	766.52	1.00	624.18	1.00	-----	-----
2	394.09	1.95	315.66	1.98	-----	-----
4	203.69	3.76	165.34	3.78	-----	-----
8	111.25	6.89	88.29	7.07	-----	-----
16	75.01	10.22	52.84	11.81	-----	-----
32	77.42	9.90	44.74	13.95	-----	-----

## 5. まとめ

SPEC OMP2001ベンチマーク中のプログラムSWIM, MGRID, APSIをHPFで書き換え、実行時間と高速化率を計測した。また、その中で明らかになった問題点の解決に取組み性能評価を行った。

SWIMのHPF化では、配列の分散とDOループの分割が矛盾する問題が見つかった。この問題は、ALIGN指示文の利用と当該DOループを別々のDOループに分けることで解決できた。この結果、OpenMPと同等の並列性能が得られた。

MGRIDのHPF化では、呼び出し側と呼び出され側で引数の次元数が一致しない問題が見つかった。この問題自体は、必要な次元数の配列を動的に確保し、その配列にデータを複写することで回避できたが、そのオーバーヘッドが大きく、満足な高速化率を得られなかった。

APSIでは、引数の次元数が一致しない問題を配列の個別宣言で回避した。また、並列化を行う次元が異なる場合が存在したが、これは副プログラム毎に適したデータ分散を指定して副プログラム呼び出し時に再マッピングを行うことで、OpenMPと同様に異なる次元での並列化を実現した。この結果、OpenMPに近い性能が得られた。

## 参考文献

- [1] Message Passing Interface Forum: A Message-Passing Interface Standard; Int. J. Supercomputing. Applications and High Performance Computing, Vol.8, No.3/4, pp.165-416 (1994).
- [2] Message Passing Interface Forum: Extensions to the Message-Passing Interface (1997).
- [3] OpenMP Architecture Review Board: "OpenMP Fortran Application Program Interface", 富士通株式会社 訳, (1999).
- [4] High Performance Fortran Forum: High Performance Fortran language specification, version 2.0 (1996).
- [5] High Performance Fortran Forum: High Performance Fortran 2.0 公式マニュアル, シュプリンガー・フェアラーク 東京株式会社, (1999).
- [6] <http://www.hpfp.org/jahpf/>.
- [7] <http://www.specbench.org/>.
- [8] 森井宏幸, 坂上仁志, 新居学, 高橋豊: HPFの性能評価と応用に関する研究, 情報処理学会研究報告 2003-HPC-95, 情報処理学会, pp.143-148 (2003).

並列 DNS による高レイノルズ数におけるMHD壁面剪断乱流に関する研究

東京理科大学・基礎工学部・講師 佐竹 信一

1. はじめに

乱流の直接数値計算は大型計算機の規模拡大とともにより大きなレイノルズ数の乱流数値計算が可能となり、実際の工学機器のレベルに近づきつつある。実施者は、大規模な乱流数値計算を行ってきた。さらに、高レイノルズ数の乱流現象に現れる大規模乱流構造を理解するには、計算結果を局所的に可視化するのではなく計算領域全体を可視化する必要がある。そのためには可視化システムに大規模なメモリーを必要とし、より大きな可視化システムが必要である。一方、大規模の乱流計算において磁場が印加した計算は、行われた例がなく従来、低ハルトマン数、低レイノルズ数においての計算に限られてきた。本研究では、NIFS SX7をもちいて大規模乱流場に磁場を印加した高ハルトマン数、高レイノルズ数のシミュレーションを実施することを目的とする。

2. 現在までの乱流DNS (Direct Numerical Simulation)

近年、著しい計算機の発達によって、Navier-Stokes 方程式を近似することなく、数値的に解く乱流の直接数値計算 (Direct Numerical Simulation: DNS) が可能となった。DNS は瞬時場での任意の点での速度、圧力、渦度、温度を得ることが可能であり、近年の乱流研究の発達を促進させた。現在、壁面剪断乱流においてももっとも広く行われている流れ場は、平行平板間乱流であり、図1に見られるような研究が行われている。この図では、横軸が、レイノルズ数、左縦軸が、必要メッシュ数である。また、必要メッシュ数をコンピュータのメモリーに換算した値が、右縦軸に示してある。必要メッシュ数は、乱流計算の場合、コルモゴロフスケールだけ解像できることが必要であるため、 $Re^{3/4}$  だけ必要とされるが、通常の計算においては、幸いにもコルモゴロフスケールの数倍のオーダーで散逸されているため、少なく設定できる。さらに、壁面剪断乱流では、壁方向には不等間隔格子を用いるため、さらに軽減できる。壁面剪断乱流のDNSにおいて最初に行われたのは、Kim et al.(1987)からである。さらに3年後にレイノルズ数をあげ、1999年は  $Re_b = 590$  を達成している。同様な研究が日本では、Kuroda et al.(1989)(1990)から始まり、Kawamura et al.(1999)により  $Re_b = 640$  を達成している。形状は異なるが、同じ壁面剪断乱流である円管内乱流が Satake et al.(1999) により Laufer の実験値に相当するレイノルズ数  $Re_b = 1050$ 、 $Re_b = 40000$  が達成された。このままの計算機の発達のペースを考えれば、次世代のペタフロップスマシンにおいて、単一ユーザーでのメモリーおよびディスクの使用は、現在よりも増えることから、実施レベルでレイノルズ数10万が可能であると考えられる。

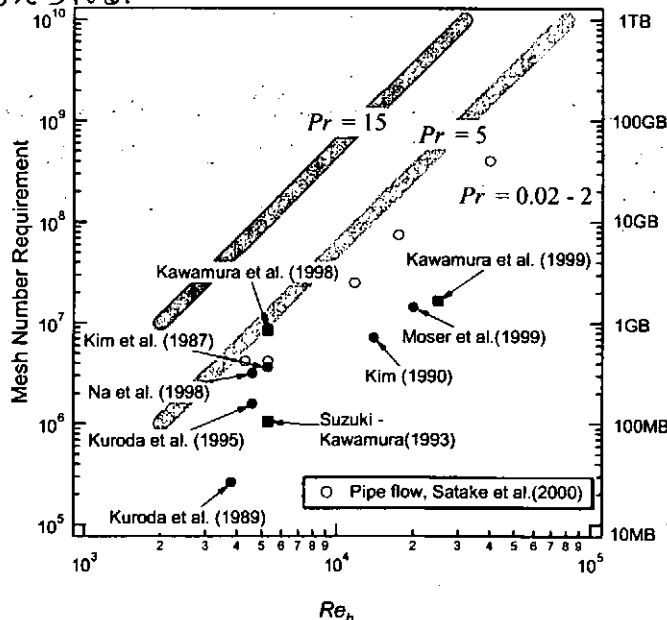


Fig. 1 Previous DNS for Reynolds number and Mesh number

さらに、磁場に関するシミュレーション例は少なく、さらに高レイノルズ数の場合、図1中の必要メッシュ数よりも数倍多くとらなければならない。

### 3. 計算手法

壁面剪断乱流に対する並列化の方法については一般にアルゴリズムの指針に関する報告は少ない。本コードは自作であり並列化についても独自に考案されている。

離散化手法：周期方向，スペクトル法，壁垂直方向，差分法

時間進行アルゴリズム：非線形項及び MHD 項，3次精度ルンゲクッタ法，粘性項，クランクニコルソン法

ソルバー部のアルゴリズム：高速フーリエ変換，3重対角行列解法（すべて自作のルーチン群）

言語：FORTRAN90（Module文を使用）

並列化言語：MPI（使用している主なライブラリー `mpi_isend`，`mpi_irecv`，`mpi_allreduce`）並列化方法等は，を参照。既存のマシンによるスピード比較ベンチマーク4並列における1ステップあたりの計算，格子数=256×128×128とした。このコードは、地球シミュレータにおいては、すでに高レイノルズ世界記録を達成し、日刊工業新聞平成16年1月13日に掲載された。

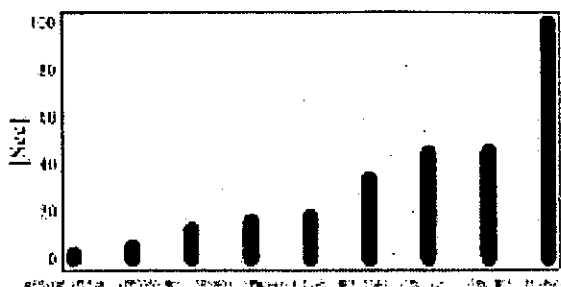


図2 本コードにおける各機種別パフォーマンス

### 4. 問題点

しかしながら、本年度に関しては、並列化がMPIで完全にできているにもかかわらず入出力およびシェルの形式が異なるため、SX-7で実行は不可能であった。分割入力も試みたが無理であった。コード自体のコンパイルエラー等は、まったくなかった。

### 5. 今後の予定

次年度は、HPF化を行い、大規模計算を実施したいと考えている。シェル形式もNIFSのフォーマットに従ったものがそのまま使えることとなり、現在構築した印加磁場なしのDNSの空間データをそのまま読み込むことができると考えられる。

# スペクトル法シミュレーションの高速化について

総研大 D1、小碓創司

2004年1月16日

空間軸についてスペクトル法(球面調和関数とチェビシェフ多項式)、時間軸について古典的半陰解法("Crank-Nicolson and Adams-Bashforth Method")を用いるシミュレーションコードについて、その高速化を試みた。数値解法の側面からの高速化検討(時間積分法の理論的研究)および技術的側面からの高速化(MPIによる並列化)を行った。以下にそれをまとめる。

## 1 時間積分法

スペクトル法における時間積分には、Crank-Nicolson 公式と Adams-Bashforth 公式とを組み合わせた古典的半陰解法が広く用いられてきた。微分方程式  $y'(x) = \Lambda y(x) + f(y(x))$  を解く場合、古典的半陰解法は

$$y_{n+1} = \left(I - \frac{\Lambda h}{2}\right)^{-1} \left\{ \left(I + \frac{\Lambda h}{2}\right) y_n + h \left(\frac{3}{2} f_n - \frac{1}{2} f_{n-1}\right) \right\}$$

となる。この公式は広い範囲の問題で良い性能を発揮してきたが、同時に、

- 近似の性質から、高波数側の減衰が実際より明らかに弱くなる。
- 本質的に線形多段法だから、2次より高い精度の公式は避けられてきた。

などの欠点を持っている。古典的半陰解法の優れた点を継承しつつ、欠点を解消した新しい時間積分法の開発が必要である。このような問題意識に立って最近提案された方法として、ELP(Exact Treatment of Linear Terms) とか ETD(Exponential Time Differencing) とか呼ばれる方法がある。これらの方法においては、微分方程式を

$$y(x_{n+1}) = e^{\Lambda h} y(x_n) + e^{\Lambda h} \int_0^h e^{-\Lambda \tau} f(y(x_n + \tau)) d\tau$$

という積分方程式に変換し、 $e^{\Lambda h}$ 、 $e^{\Lambda \tau}$  および積分演算はそのまま厳密に扱う一方で、 $f(y(x_n + \tau))$  を  $\tau$  の多項式精度で近似する。多項式近似を線形多段階法の様に(過去の値を用いて)行う方法とルンゲクッタ法の様に(予測値を用いて)行う方法とが想像できる。前者すなわち線形多段法タイプのもは、線形項近似(行列指数関数の近似)の低次極限として古典的半陰解法を含む。そういう意味で、これらの方法は古典的半陰解法を継承するものである。本研究では、線形多段法型よりもさらに精度や安定性が期待できるルンゲクッタ型のものについて理論的に調べた。その結果、

- ETD Runge-Kutta 法は絶対収束冪級数を係数として用いるルンゲクッタ法であり、
- 公式の係数と微分方程式右辺のフレッシュ微分とが可換性を持たないことに注意すれば、根付木解析によって解析可能なものであり、
- 時間積分公式に要求される基本的性質、すなわち、適合性と収束性を持つ

などが分かった。このように理論が構成されると、様々な公式を論理的に(何らかの要請から)導出することが可能になる。たとえば、ブッチャー配列形式で書いて

0					
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}Q_1^2$				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}Q_1^3 - \frac{3}{4}Q_2^3$	$\frac{3}{4}Q_2^3$			
1	$Q_1^4 - 5Q_2^4 + 12Q_3^4$	$9Q_2^4 - 36Q_3^4$	$-4Q_2^4 + 24Q_3^4$		
	$Q_1 - 3Q_2 + 4Q_3$	0	$4Q_2 - 8Q_3$	$-Q_2 + 4Q_3$	

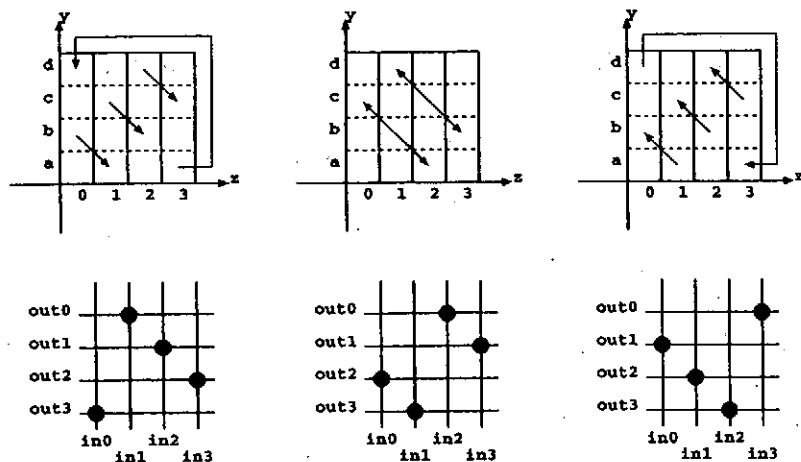


図 1: TS アルゴリズム

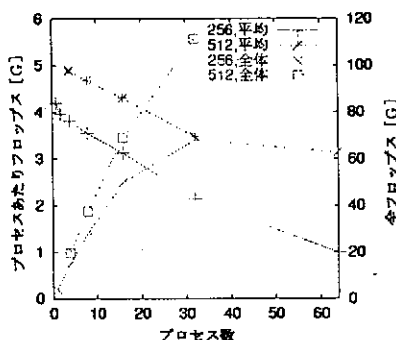


図 2: 評価

256 × 128 × 256 および  
512 × 256 × 512 で評価。

- ☞ プロセスあたり性能は単調減少。
- ☞ 256 × 128 × 256 は  
32 並列で峠 ~60[GFlops]
- ☞ 512 × 256 × 512 は  
32 並列で ~ 100[GFlops] 位、  
64 並列位で峠 ~120[GFlops]

$$Q_n(Z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{Z^k}{(k+n)!} = \frac{I}{Z^n} \sum_{k=n}^{\infty} \frac{Z^k}{k!} = \frac{I}{Z^n} \left( e^Z - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{Z^k}{k!} \right), \quad Q_n^i := Q_n(\Lambda_i h)$$

という公式は、4段公式として、中間ステージの値および最終結果が可能な最高次数を持つ唯一のものである。

## 2 並列化

多ノードでも並列処理可能なように、自動並列化から手動並列化に移行した。並列化の方法は、

- 論理プロセッサの接続モデルとしては、一階層のクロスバスイッチ接続モデルをとった。
- MPI を用いたが、プログラミングモデルはデータパラレルとした。
- データの分散はブロック分割とし、Transpose and Split アルゴリズム (“TS アルゴリズム”) を用いた。
- プロセス間通信には、MPI2 の単方向通信機能 (MPI\_Put) を用いた。

とした。TS アルゴリズムは、図 2 のように、多次元配列をブロックに分けて、ブロックの並列転送によって行列の転置を行うためのシーケンスであり、クロスバスイッチのバイセクションバンド幅を有効活用する方法として、通常用いられる方法である。現状の評価を図 2 に示す。図からわかるように、並列度を増やしすぎると全体の性能が落ちるようになる。この問題を解決するには、論理プロセッサ接続のモデルを 2 階層にする必要があると思われる。

# 散逸粒子動力学シミュレーションによる 両親媒性分子の超分子構造解明

核融合科学研究所 理論・シミュレーション研究センター 中村 浩章<sup>1</sup>

## 1 はじめに

両親媒性分子の集合体構造の振舞いを調べるために、近年開発された散逸粒子動力学 (DPD) シミュレーション [1, 2, 3, 4, 5] を用いる。従来行われている全原子分子動力学 (all-atom MD) シミュレーションでの計算限界は 10 ns、10 nm である。しかし両親媒性分子の超分子構造のダイナミクスは、それらより大きな時空間での振舞いになるため、all-atom MD シミュレーションでは不十分である。そこで、MD の粗視化にあたる DPD シミュレーションを用いる。

この DPD シミュレーションを用いた両親媒性分子の超分子構造ダイナミクスの研究は、我が国でも行われている。例えば、溶媒中の理想化した両親媒性分子の集団は、ランダムもしくは 2 つの平面状の二分子膜状態を初期条件から、一つのベシクルを構成するようなシミュレーションが、山本達により行われている [6, 7]。これにより、超分子構造形成シナリオを調べることができるようになった。

本発表ではメソスケールでの両親媒性分子の超分子構造の振舞いとして古くから知られているヘキサエチレングリコールドデシルエーテル ( $C_{12}E_6$ ) の相図 [8] の解明を行うため、DPD シミュレーションを用いて行う。この系の DPD シミュレーションは、Jury 達により行われており、実験で分かっている相図を部分的に再現をしている [9]。本発表では、DPD シミュレーションを用いて、相図のより広い部分の再現を目指す。

## 2 計算アルゴリズム

両親媒性分子を構成する原子、および、溶媒分子数個を一つの粒子として粗視化して扱う。この粗視化粒子は質量が同じであると仮定する。このように選んだ粒子の古典運動方程式を、速度ベレル法で数値積分し解いていく。粒子  $i$  に働く力  $\vec{f}_i$  を次のように仮定する。

$$\vec{f}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{ij}^C + \vec{F}_{ij}^R + \vec{F}_{ij}^D + \vec{F}_{ij}^S, \quad (1)$$

ここで、 $\vec{F}_{ij}^C$  は保存力、 $\vec{F}_{ij}^R$  はランダム力、 $\vec{F}_{ij}^D$  は散逸力を各々表す。これらは、粒子  $i$  と粒子  $j$  の二体間力であることが、特徴である。さて、さらにこれらの力は具体的には、以下のごとくかける。なお、 $\vec{r}_{ij} \equiv \vec{r}_i - \vec{r}_j$ 、さらに、 $r_{ij} \equiv |\vec{r}_{ij}|$ 、 $\vec{e}_{ij} \equiv \vec{r}_{ij} / r_{ij}$  と定義する。また、カットオフとして  $R_C$  を導入する。

$$\vec{F}_{ij}^C = \begin{cases} -a_v (1 - r_{ij} / R_C) \vec{e}_{ij} & \text{if } r_{ij} < R_C, \\ 0 & \text{if } r_{ij} \geq R_C, \end{cases} \quad (2)$$

$$\vec{F}_{ij}^R = \sigma w(r_{ij}) \vec{r}_{ij} \zeta / \sqrt{\delta t}, \quad (3)$$

<sup>1</sup> E-mail: nakamura@icsc.nifs.ac.jp

$$\vec{F}_i^D = -\frac{1}{2kT}\sigma^2 w(r_{ij})^2 (\vec{v}_i \cdot \vec{r}_{ij}) \vec{r}_{ij}, \quad (4)$$

ここで、関数  $w(r)$  は以下の式で書ける。

$$w(r) = \begin{cases} (1-r) & \text{if } r < R_C, \\ 0 & \text{if } r \geq R_C, \end{cases} \quad (5)$$

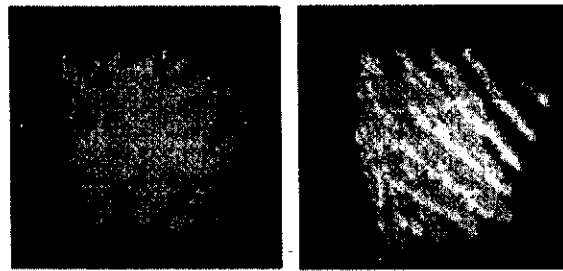
さらに、両親媒性分子内で、隣接粒子間には以下のような束縛力が働く。

$$\vec{F}_{ij}^S = \alpha_k (r_{ij} - r_0) \vec{e}_{ij} \quad \text{if } i \text{ is connected to } j. \quad (6)$$

以上を用いて計算する。尚境界条件としては、周期境界を用いる。

### 3 計算結果

非イオン界面活性剤の  $C_{12}E_6$  を、溶媒（水）中にランダムに配置した初期状態から計算を始める。また速度については、各粒子には、系の温度に相当するマクスウェル分布を満たすように与える。最終的に得られる系の超分子構造は、 $C_{12}E_6$  の濃度、そして系の温度に応じて、時間発展する。例えば  $C_{12}E_6$  の濃度が 50 % の場合にはヘキサゴナル構造、65 % ではラメラ構造を得た（右図）。これは実験的に得られた相図と一致する。



図：モデル化した両親媒性分子 ( $C_{12}E_6$ ) の濃度による形態（相）の変化。溶媒と溶質の質料比が、50 %（左）の時ヘキサゴナル相になり、65 %（右）は、ラメラ相になる。

### 謝辞

本研究をすすめるにあたり、東大生産研田中肇教授には、貴重なアドバイスを数多く頂きました。感謝申し上げます。

### 参考文献

- [1] P. J. Hoogerbrugge and J. M. V. A. Koelman, *Europhys. Lett.* **19** (1992), 155.
- [2] J. M. V. A. Koelman and P. J. Hoogerbrugge, *Europhys. Lett.* **21** (1993), 363.
- [3] R. D. Groot and P. B. Warren, *J. Chem. Phys.* **107** (1997), 4423.
- [4] R. D. Groot and T. J. Madden, *J. Chem. Phys.* **108** (1998), 8713.
- [5] R. D. Groot and K. L. Rabone, *Biophys. J.* **81** (2001) 725.
- [6] S. Yamamoto, Y. Maruyama, and S. Hyodo, *J. Chem. Phys.* **116** (2002)5842.
- [7] Erratum: S. Yamamoto, Y. Maruyama, and S. Hyodo, *J. Chem. Phys.* **117** (2002)2990.
- [8] D. J. Mitchell, et al., *J. Chem. Soc., Faraday Trans. 1*, **79** (1983)975.
- [9] S. Jury, et. al, *Phys. Chem. Chem. Phys.* **1** (1999),2051.



# 磁気圏システムにおける磁気ヘリシティ輸送に関するシミュレーション研究

広島大学大学院理学研究科

三好隆博

広島大学大学院先端物質科学研究科

草野完也

核融合科学研究所理論・データ解析研究系

林 隆也

## 1. 序論

地球磁気圏サブストームは、地上磁場の擾乱やオーロラアークの急激な増光などを伴う地球磁気圏で最もダイナミックな現象であり、太陽風-地球磁気圏-電離層結合系における爆発的エネルギー解放過程である。それ故、サブストームの物理機構、過程の解明は、太陽地球環境予測としてのみならず、複合系物理学としても大変重要な課題である。これまでに国内外の多くの観測衛星が地球磁気圏内のプラズマ環境を計測し、これらのデータを詳細に比較検討することによりサブストーム時のプラズマのダイナミクスに関する理解は着実に進展してきた。加えて、最近の計算機性能のめざましい向上や新たな高度な計算手法の開発によって、上記研究により得られたサブストームの発達過程に対する見解を数値的に証明できつつある。しかしながら、サブストームの最も重要な問題であるオンセットのトリガ機構については依然として解明されていない。

一方、太陽コロナプラズマ中においても太陽フレアと呼ばれる爆発的なエネルギー解放現象が観測される。太陽フレアに関してもオンセット問題が非常に高い関心をあつめているが、最近になって、太陽フレアオンセットと太陽表面から入射される磁気ヘリシティ符号の反転との間の非常に良い時間的、空間的相関があることが指摘された(Kusano et al. 2002)。この観測事実に基づき、Kusanoら(2003)は磁気ヘリシティ消滅に伴うエネルギー緩和の理論モデル(ヘリシティ消滅モデル)を構築し、数値シミュレーションにより非常に大きな磁気レイノルズ数において突発的に磁気エネルギーが解放される過程を再現した。

本研究の最終目標は、サブストームを磁気圏システムにおける自己組織化現象として捉え、サブストームのオンセット問題をMHD緩和モデル、特にヘリシティ消滅モデル、の立場から解明することにある。しかしながら、磁気圏システムにおいては内部にヘリシティ入射機構が存在せず、ヘリシティは太陽風、惑星間空間磁場(IMF)との相互作用により入射されると予想されるが、その生成機構、及び、輸送過程は全く不明である。そこで本研究の第一段階として、IMFとの相互作用による磁気ヘリシティの生成、消滅過程を詳細に調査する。

## 2. シミュレーションモデル

本研究ではIMF-地球磁気圏相互作用のグローバルMHDシミュレーションを実施する。それ故、基礎方程式は磁気圏システムに共存する高、低ベータ領域を同時に解けるようポテンシャル磁場の寄与を取り除いたMHD方程式(Tanaka, 1994)を用い、数値解法はHLL型の近似リーマン解法(Harten, et al., 1983)を採用した。計算格子は内部境界に適合し、各球面上で同程度の解像度が得られるよう立方化球のトポロジーをもつ境界適合格子を利用した。内部境界(地球側の境界)では完全導体を仮定し、太陽側の境界を除く外部境界では物理量の勾配が0となる自由境界条件を課した。一方、太陽側の境界条件として超音速のプラ

ズマ流流入を考慮し太陽風パラメータによる固定境界とした。ここで、磁気圏システムにおけるヘリシティ生成は磁気圏構造の朝夕非対称性と密接に関連していると考えられるため、IMF無しのほぼ定常な磁気圏形成後、IMFに朝夕成分を与え、 $B_z = -5/\sqrt{2}$  (nT)、 $B_y = 5/\sqrt{2}$  (nT)とした。この条件はIMFが南向きを維持しているサブストームの成長相に対応している。

### 3. 結果、まとめ

本シミュレーションではIMF入射後、約48分でほぼ定常な磁気圏構造が得られた。この時のグローバルな磁力線構造を図1に示す。内部境界の高緯度領域に起源を持つ磁力線が磁気圏前面でIMFと磁気再結合を起こし、南北、及び、朝夕方向に開いた磁力線構造が形成された。一方、低緯度起源の磁力線は閉じた構造をしており、基本的には双極子磁場的な構造であるが、磁力線構造の詳細に観測すると朝夕方向に対してゆがみを有していた。ただし、磁力線構造が振れ、朝夕非対称性が観測される場合においても、磁力線のトポロジーが双極子磁場から変化しない限り、磁気圏内にヘリシティが生成されない。そこで、トポロジー変化を観測するため、閉じた磁力線の南北の根元の経度差を調査した(図2 (a))。その結果、磁気圏夜側領域において大きな経度差が生じていることが明らかになった。また、昼側領域においても夜側と反対向きの僅かな経度差が生じていた。これらから、IMFと磁気圏の相互作用によりIMFの東西成分が磁気圏内に侵入し、磁力線のトポロジーが双極子磁場から変化し、磁気圏システムにおいてヘリシティが生成されると考えられる。特に、昼側と夜側で反対方向の経度差を有していることから磁気ヘリシティも異符号であると予想される。そこでヘリシティ分布を調査するため、磁力線毎のヘリシティを評価する必要があると考えられる。ただし、ヘリシティを定量的に評価する際、地球磁気圏においては双極子磁場がポテンシャル磁場として存在するため、その寄与を除去する必要がある。そこで、 $H = \int (\mathbf{A} + \mathbf{A}_p) \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_p) dV$  で定義される相対磁気ヘリシティ (Berger, Field, 1984) を利用する。ここで、 $\mathbf{A}_p$ 、 $\mathbf{B}_p$  はポテンシャル磁場のベクトルポテンシャル及びその磁場ベクトルである。地球近傍では磁場構造はほぼ双極子磁場で与えられるため、 $\mathbf{A} \square \mathbf{A}_p$  と仮定し、磁力線毎に  $h = \int \mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} - \mathbf{B}_p) / |\mathbf{B}| dl$  を評価した。その結果、昼側と夜側で反対符号のヘリシティを有している可能性がはっきりと示された。本シミュレーションは予備的な計算のため計算精度も不十分であり、また、相対磁気ヘリシティの評価においても  $\mathbf{A}$  の評価が不十分である。しかしながら、ヘリシティ生成の可能性は十分に示されたので、今後、より詳細な計算を実施し、ヘリシティ生成の動的過程を調査する予定である。

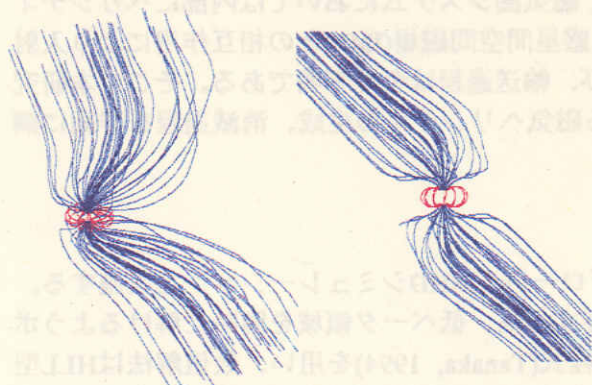


図1: 磁力線の大域的構造。左図は3次元構造を示し、右図は太陽側から見た構造を表わす。青線は開いた、赤線は閉じた磁力線。

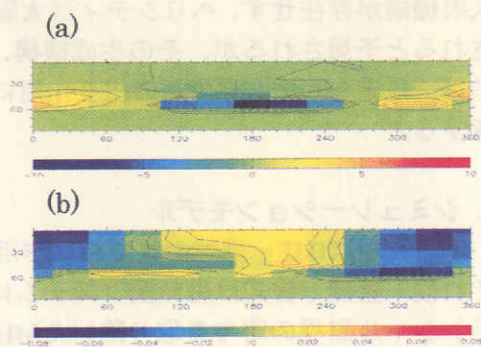


図2: 南半球内部境界における、(a)北半球における磁力線の根元との経度差、(b)近似的相対ヘリシティ分布、の投影図。

# 有限ベータ負磁気シアトカマクプラズマのダブルテアリングモードの解析

影井康弘<sup>1)</sup>、岸本泰明<sup>1)</sup>、三好隆博<sup>2)</sup>、石井康友<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>日本原子力研究所那珂研究所、<sup>2)</sup>広島大学大学院理学研究科

## 目的

高性能の核融合炉を実現する上で、高温(高ベータ)プラズマの磁気流体的(MHD)不安定化現象の物理的理解と制御手法の確立は不可欠である。簡約化MHDモデルを用いた従来の解析は、トカマクプラズマに発現する非線形MHD現象に関して多くの物理的知見を与え、特に近年のダブルテアリングモードの解析においては、電流構造の局在化を通じて抵抗値依存性のほとんどない非線形爆発現象が引き起こされることを明らかにした[1]。しかしながら、簡約化モデルにおいては有限ベータ効果が含まれないため、高ベータプラズマにおける各種の非線形MHD現象を厳密に理解・制御するためには、圧縮性効果を含む完全系のMHD方程式に基づく解析が必要である。我々の研究の目的は、そのような完全系の抵抗性MHD方程式を数値的に解いて高ベータプラズマの非線形MHDダイナミクスを解明することであり、特に、負磁気シアトカマクプラズマのダブルテアリングモードの解析を目指している。本講演では、我々が今年度新たに開発を進めた3次元非線形MHDシミュレーションコードの解析手法と、当コードを用いた抵抗性MHDモードに関する初期結果について報告を行う。

## シミュレーション手法

電気抵抗の小さい高温プラズマにおいては、抵抗性MHDモードの影響はモードが特異性を持つ共鳴磁気面近傍に限られる。そこで共鳴面近傍のモード構造を正確に捉えるために、本コードでは平衡配位の磁束が一つの座標系を構成する、いわゆる磁気座標系 $(r, \theta, \phi)$ を用いた。基礎方程式は、以下に示す完全圧縮性MHD方程式である。

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) - \nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} P = -\nabla \cdot (P \mathbf{V}) - (\gamma - 1) (P \nabla \cdot \mathbf{V} - \eta \mathbf{J}^2), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}, \quad (4)$$

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{J}, \quad b = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|.$$

空間微分の離散化については、トロイダル方向、ポロイダル方向に対してスペクトル法を用い、径方向に対して有限体積法を用いた。時間積分の離散化については、半陰解法[2]を適用した予測子修正子差分スキームを用いた。初期条件には、Grad-Shafranov方程式から導かれる解析解と微小擾乱を与えた。物理変数は、全て系の代表値で規格化されている。

## シミュレーション結果・考察

大アスペクト比近似を施した円柱トカマク配位における抵抗性内部キンク不安定性の典型的なシミュレーション結果を以下に示す。初期条件に

$$q(r) = 0.5 \left[ 1 + (r/0.5)^4 \right]^{1/2} \quad (5)$$

の分布を持つ解析解を与え、粘性率、電気抵抗率がそれぞれ $\nu = 1 \times 10^{-6}$ 、 $\eta = 1 \times 10^{-4}$ である場合の磁気エネルギーの時間発展をFig.1に示す。はじめに、 $m=1/n=1$ の不安定モードの線形成長が見られる。Fig.2は、 $t/\tau_A = 80$  ( $\tau_A$ はAlfvén時間)における $r$ 方向速度 $V_r$ の $m=1/n=1$ 成分の分布であり、成長する不安定モードが $m=1/n=1$ 内部キンクモードであることが確認される。このモードが十分大きく成長すると、非線形カップリング効果によって現れる高次モードの成長が見ら

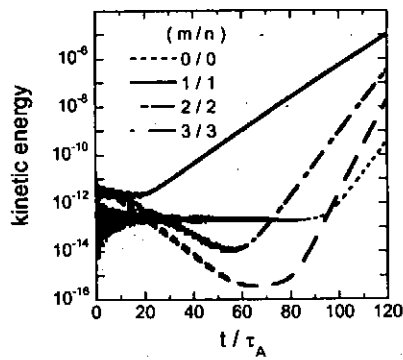


Fig.1 Time evolution of kinetic energy.

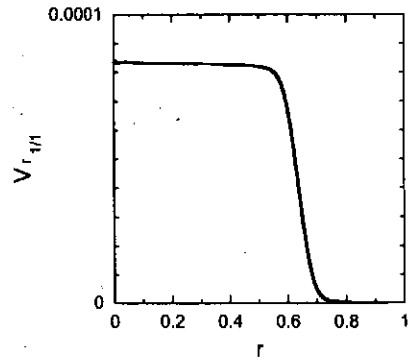


Fig.2 Radial profile of the radial component of velocity with  $m/n=1/1$  at  $t/\tau_A=80$ .

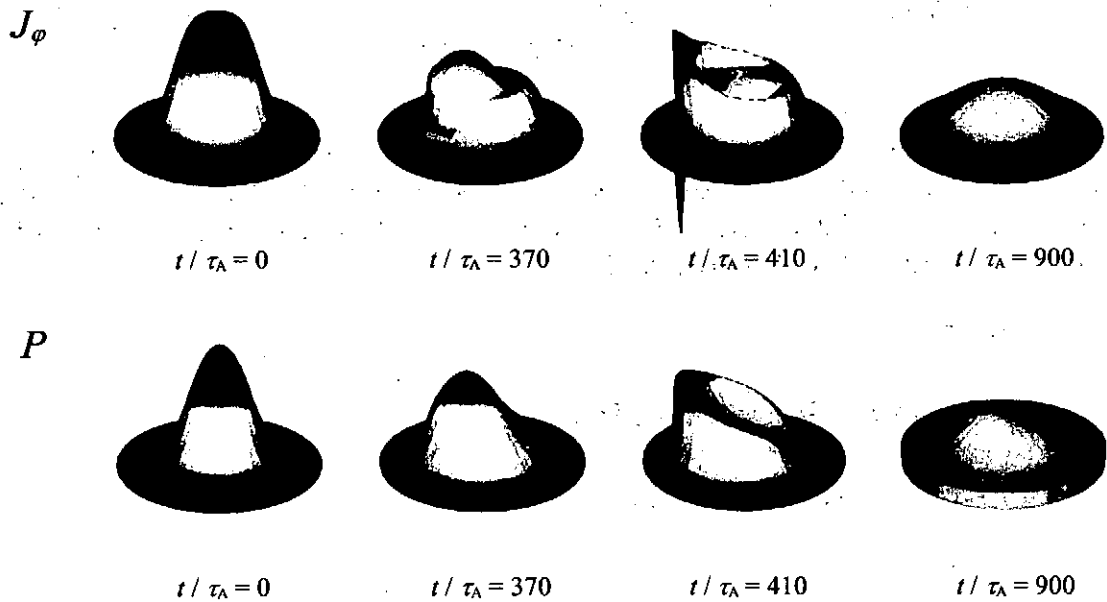


Fig.3 Time evolution of the toroidal current density ( $J_\phi$ ) and the pressure ( $P$ ) on a poloidal plane.

れており、これらのモードが十分成長した後、閉じ込め構造が劇的に変化する様子が確認された。典型的な例として、 $\nu=1 \times 10^{-4}$ 、 $\eta=1 \times 10^{-4}$ である場合の計算結果を示す。Fig.3は、それぞれ電流密度、圧力のポロイダル断面分布の時間発展を表しており、初期のピーキングした電流・圧力分布が、内部キックモードの成長とそれに伴う非線形複雑現象を介して、平坦な分布へ変化する様子が明らかにされている。これはよく知られた現象であり、本コードの妥当性を認めるシミュレーション結果である。

次に、線形段階における  $m=1/n=1$  モードの電気抵抗率依存性を Fig.4 に示す。成長率  $\gamma$  は電気抵抗率  $\eta$  のほぼ  $1/3$  乗に比例しており、線形解析から計算される比例則に良い一致を見せている。電気抵抗率が大きくなるに従って数値シミュレーションの成長率が低めに出ているが、これは、電気抵抗率が大きいときには共鳴面付近の  $\eta$  の効果が著しい領域が広がるにもかかわらず、解析的取り扱いではこの領域が十分狭いとする近似を用いていることによる。

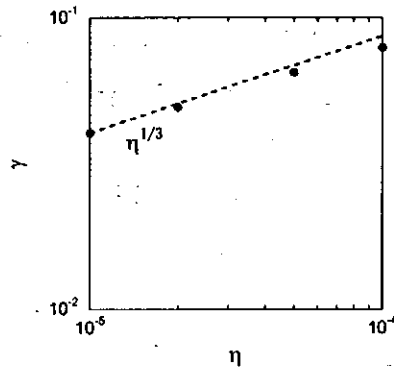


Fig.4 Dependence of the internal kink growth rate on resistivity.

#### 結論

圧縮性効果を含む完全系の抵抗性MHD方程式を数値的に解く非線形シミュレーションコードを開発し、これを抵抗性内部キンクモードの解析に適用して開発コードの妥当性を検証した。その結果、線形段階における  $m=1/n=1$  内部キンクモードの成長、非線形カップリング効果による高次モードの励起、非線形段階における電流・圧力分布の平坦化等のダイナミクス等が明らかにされた。また、線形段階の内部キンクモードの成長率が電気抵抗率の1/3乗に比例し、線形解析解によく一致することが確かめられた。これらより、本コードが示す数値シミュレーション結果は、抵抗性MHDモードによる線形・非線形現象を正しく反映したものであると判断される。今後、当コードによる負磁気シアドカマクプラズマのダブルテアリングモードの解析へと研究の発展が図られる。

#### 参考文献

- [1] Y. Ishii, M. Azumi, and Y. Kishimoto, Phys. Rev. Lett. **89**, 205002 (2002).
- [2] D.S. Harned and D.D. Schnack, J. Comput. Phys. **65**, 57 (1986).

# JT-60U における高エネルギー粒子モード周波数掃引の シミュレーション研究

藤堂 泰<sup>1)</sup>、篠原孝司<sup>2)</sup>、武智学<sup>2)</sup>、石川正男<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>核融合研、<sup>2)</sup>原研

JT-60U の中性ビーム入射加熱プラズマにおいて、数 ms の間に周波数が上下に 10-20% 程度変化するアルヴェン固有モード周波数帯の不安定性が観測されており、速い周波数掃引モード(Fast Frequency Sweeping Mode)と呼ばれている [1]。実験データ (E36379, t=4s) に基づき、粒子-MHD ハイブリッドシミュレーション[2]を実行した。高速イオン初期圧力分布に依存して、異なった位置と周波数にトロイダルモード数  $n=1$  の不安定モードが現れた。その結果を Fig. 1 に示す。これらの不安定モードがトロイダル・アルヴェン固有モードであるならば、連続スペクトルギャップの幅が狭まった位置( $r/a \sim 0.8$ )に存在するはずであるが、全く異なった位置に存在していることがわかる。さらに、位置と周波数が高速イオン初期圧力分布に依存に依存することから、これらの不安定モードは新しいタイプの高エネルギー粒子モード(EPM)であると考えられる。

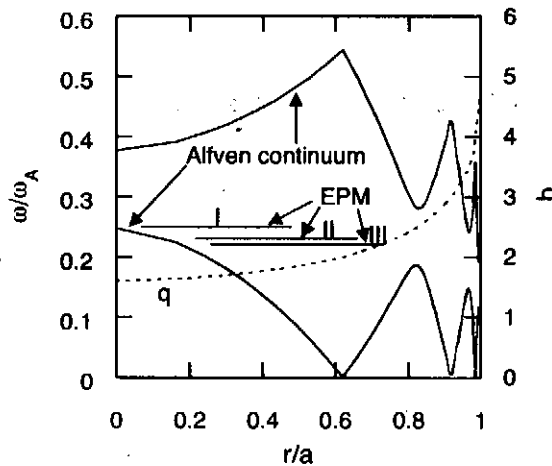


Fig. 1. 異なった高速イオン初期圧力分布について不安定化した高エネルギー粒子モード(EPM)の位置と周波数、安全係数分布 (点線) とトロイダルモード数  $n=1$  のシア・アルヴェン連続スペクトル (実線)。

高速イオンの初期分布として、ビーム入射と衝突のみで決定される古典的分布を与えた場合と、その分布形を保ったまま圧力を  $2/5$  に小さくした場合について、非線形発展を追跡した。前者の場合は周波数が単調に低下したのに対して、後者では実験における速い周波数掃引モードと同様の周波数掃引が起こった[3]。Fig. 2 に周波数スペクトルの時間発展を等高線で示す。前者においては、プラズマ中心における高速イオン圧力が40%も減少するほどの高速イオン分布の大きな変化が起こり、EPMの構造も大きく変化する。一方で、後者の場合には、高速イオン分布とEPMの構造の変化はともに比較的小さい。両者の違いを区別する、高速イオン圧力の明確な臨界値があるのだろうか。これは、その物理機構とともに、今後の重要な研究課題である。

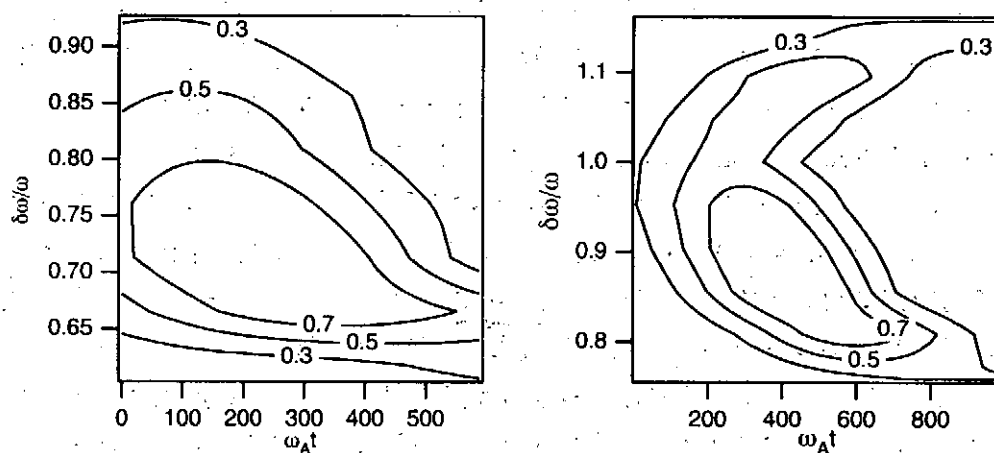


Fig. 2. 周波数スペクトルの時間発展。左図は高速イオン初期分布として古典的分布を与えた場合であり、右図は初期分布として古典的分布の形を保ったまま圧力を  $2/5$  に小さくした場合。

#### 参考文献

- [1] K. Shinohara *et al.* Nucl. Fusion **41**, 603 (2001).
- [2] Y. Todo and T. Sato, Phys. Plasmas **5**, 1321 (1998).
- [3] Y. Todo, K. Shinohara, M. Takechi, and M. Ishikawa, J. Plasma Fusion Res. **79**, 1107 (2003).

大型シミュレーション研究報告書

フィッシュボーン振動のシミュレーション研究

総合研究大学院大学 博士課程 2年 塩崎 優

フィッシュボーン振動の非線形時間発展について調べるため、PDX トカマクの配位で Particle-MHD ハイブリッドシミュレーションを行った。そもそもフィッシュボーン振動はプリンストン大学の PDX トカマクで、NBI 入射を行った際に初めて観測された。磁場の激しい振動は繰り返し起き、各々のバーストでは周波数が減少していくことが分かっている。これまでの理論的な研究ではフィッシュボーンモードは2種類知られている。1つは NBI 入射によって生成された高エネルギー粒子がトーラスを歳差運動するとき、アルヴェン波を励起する“precessional fishbone mode”, もう1つは高エネルギー粒子が背景プラズマの反磁性ドリフト周波数に近い速度で周回するとき生じる diamagnetic drift fishbone mode”である。Diamagnetic drift fishbone mode については、その周波数がアルヴェン波の周波数ギャップ帯にあると考えられており、摂動論的な取り扱いができ、Candy らによって非線形シミュレーションが行われた。しかし、precessional fishbone mode の方はアルヴェン波の連続スペクトルから現れると考えられており、これはモード構造を固定するような摂動論的な扱いはできない。今回、我々はこの precessional fishbone mode について主にモードの飽和機構、高エネルギー粒子の輸送機構を知るために、self-consistent な非線形シミュレーションを行った。

このハイブリッドシミュレーションは高エネルギー粒子にドリフトキネティック方程式を、バルクのプラズマには理想 MHD 方程式を用いた。この仮定は高エネルギー粒子の密度が背景プラズマに比べて非常に小さいときに妥当となる。空間、時間ともに4次精度の差分で解かれ、時間発展に関しては Runge-kutta 法が使われている。更に、粒子部では粒子全部を解くのではなく、平衡状態からのずれの部分だけを重み関数として表し、その重み関数の時間発展を解いている。そして粒子部分と MHD 部分は電流密度を通して結びつけられている。

PDX トカマクのシミュレーションパラメータは以下に列挙する。大半径 1.43m、小半径 0.44m、磁気軸での磁場は 1.5T、プラズマ密度は  $5 \times 10^{19} m^{-3}$ 。プラズマ成分は背景プラズマに水素、高エネルギー粒子については重水素としている。高エネルギー粒子の初期分布は速度空間に slowing down distribution で 50keV の生成速度をもっている。また、空間分布は  $q = 1$  面で pressure gradient length が 15cm となるようにしている。高エネルギー粒子の  $\beta_h(0)$  値が 0%、3% の 2 通りについてシミュレーションを行ったが、ここでは 3% の結果を示す。Fig. 1 は radial velocity の構造を示したものである。 $q = 1$  面のところで 2step になっているのが分かる。これはフィッシュボーン振動がある速度 ( $\sim 18$  kHz) で周っていることを示している。Fig. 2 は径方向速度成分の時間発展を示したものである。



モード構造 (radial velocity など) の観点から、フィッシュボーンモードがどのように飽和していくかを調べるのが今後の課題である。

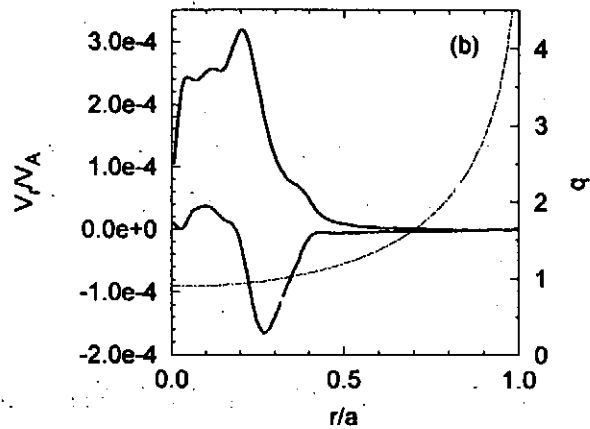


Fig. 1 : Radial Velocity of Fishbone(1,1) mode

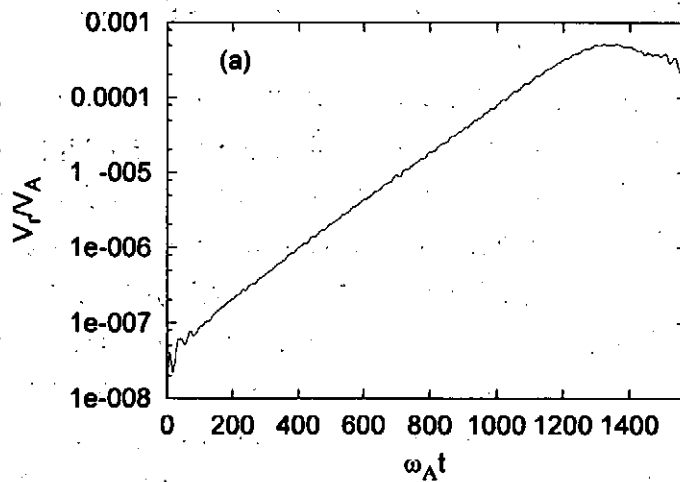


Fig. 2 : Temporal Evolution of Radial Velocity

# 平面クエット乱流における縦渦の発達機構

総研大 渡部 威

## 1、目的

壁のある流れでは、縦渦やヘアピン渦に代表される渦構造やストリークなどの秩序構造が観測され壁近傍での乱流生成に大きく寄与していると考えられる。本研究は低圧力渦法を壁のある流れ（平面クエット流）に適用しこの縦渦を可視化した。また特定の縦渦に着目して生成、発達過程を調べた。

## 2、数値計算

考える系は平面クエット乱流で、これは2枚の無限に広い平行平板が互いに反対方向に一定速度で動くときにその間に置かれた流体に生じる乱流であり、主流方向、平板垂直方向そしてスパン方向に  $x$ 、 $y$ 、 $z$  軸をとる。解くべき方程式は3次元のナビエ・ストークスの式で、実行された数値計算はフーリエ・チェビシェフ・フーリエのスペクトル法である。時間発展計算にはクランク・ニコルソン法とアダムス・バッシュフォース法を用いた。

## 3、可視・解析結果

低圧力渦法により抽出された縦渦とストリークとの関連を見ると、ストリークのスパン方向の不安定の揺らぎによる縦渦の成長など、いままで多くのシミュレーションや実験などで観測された空間構造が確認された。

また十分に発達したと思われる縦渦に着目し、時刻を遡ることによりその生成時からの渦の時間発展の様子を調べた。渦の渦度は時間と共に増大し、その起因であろうと思われる伸張率も調べてみるとやはり時間とともに増大していることが確認された。物理的に渦を引き伸ばす要因の一つとして平均流によるものが考えられる。そこで渦が平均流によってパッシブに流された場合の伸張率を求めてみると、壁垂直方向の中央部付近の渦の伸張率は壁付近の渦のそれよりもかなり小さいことがわかった。壁付近の渦の伸張の主な要因はそこにおける強い鉛直シアーによる引き伸ばしであるが、中央部付近では鉛直シアーはかなり弱まるためこの領域における渦自身の伸張を平均流の引き伸ばしの観点から説明することは困難である。そこで、いままでは主流の  $y$  方向の変化について考えきたが、今度は  $x$  方向の変化を考えてみる。そのため各格子点上で  $du/dx$  を計算し、その等値面を描いてみると  $du/dx$  の正の値をもつ領域を渦が貫いていることが確認された。さらに重要なことは、その正の領域は平板に平行ではなくある傾きをもって分布し、渦もほぼそれに沿って存在していることである。換言するとこれは渦が流れ方向に引き伸ばされていることであり、平均流による引き伸ばし効果の小さい中央部付近の渦の伸張に寄与していることがわかった。(図1)

#### 4、今後の課題

最近、数値シミュレーションで理想的な状況ではあるが、乱流中に周期的な運動があることが発見された。この周期運動の空間的構造は実験で見られるような構造もち、また定量的にもクエット乱流のアンサンブル平均の性質と一致しておりいわば“乱流の骨格”とみなされている。今後はこのシミュレーションのデータを用いて渦を可視化しクエット乱流のアンサンブル平均の性質を渦（力学）の立場から解明して予定である。

**time87**

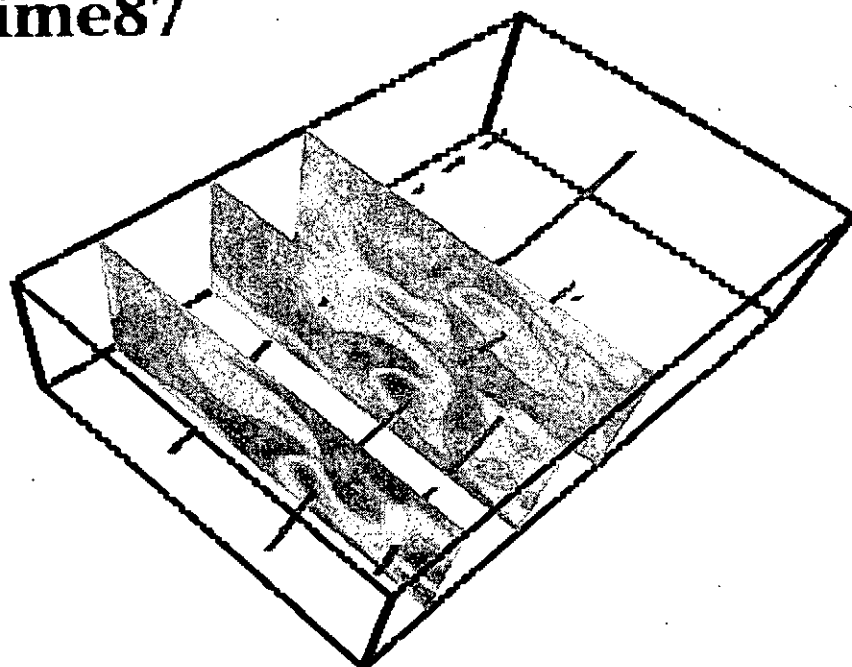


図1、縦渦と  $du/dx$  の等値線

細い線が可視化された縦渦で注目している渦は赤くて長い線のもの（正の渦度）。適当な断面でみると、その渦は  $du/dx$  が正の部分（赤領域）を貫いているのがわかる。

## Recent issues of NIFS-PROC Series

- NIFS-PROC-36 T. Miyamoto and K. Takasugi (Eds.)  
Production and Physics of High Energy Density Plasma: Production and Physics of High Energy Density Plasma: Oct. 1997
- NIFS-PROC-37 (Eds.) T. Fujimoto, P. Beiersdorfer,  
Proceedings of the Japan-US Workshop on Plasma Polarization Spectroscopy and The International Seminar on Plasma Polarization Spectroscopy January 26-28, 1998, Kyoto: June 1998
- NIFS-PROC-38 (Eds.) Y. Tomita, Y. Nakamura and T. Hayashi,  
Proceedings of the Second Asian Pacific Plasma Theory Conference APPTC '97, January 26-28, 1998, Kyoto, Aug. 1998
- NIFS-PROC-39 (Ed.) K. Hirano,  
Production, Diagnostics and Application of High Energy Density Plasmas; Dec. 1998
- NIFS-PROC-40 研究代表者 加古 孝 (電気通信大学)  
所内世話人 渡辺 二太  
平成 10 年度核融合科学研究所共同研究 研究会「プラズマ閉じ込めに関連する数値計算法の研究」  
Ed. by T. Kako and T. Watanabe  
Proceeding of 1998-Workshop on MHD Computations "Study on Numerical Methods Related to Plasma Confinement Apr. 1999
- NIFS-PROC-41 (Eds.) S. Coto and S. Yoshimura,  
Proceedings of The US-Japan Workshop and The Satellite Meeting of ITC-9 on Physics of High Beta Plasma Confinement in Innovative Fusion System, Dec. 14-15, 1998, NIFS, Toki; Apr. 1999
- NIFS-PROC-42 (Eds.) H. Akiyama and S. Katsuki,  
Physics and Applications of High Temperature and Dense Plasmas Produced by Pulsed Power: Aug. 1999
- NIFS-PROC-43 (Ed.) M. Tanaka,  
Structure Formation and Function of Gaseous, Biological and Strongly Coupled Plasmas; Sep. 1999
- NIFS-PROC-44 (Ed.) T. Kato and I. Murakami,  
Proceedings of the International Seminar on Atomic Processes in Plasmas, July 29-30, 1999, Toki, Japan; Jan. 2000
- NIFS-PROC-45 (Eds.) K. Yatsui and W. Jiang,  
Physics and Applications of Extreme Energy-Density State, Nov. 25-26, 1999, NIFS; Mar. 2000
- NIFS-PROC-46 研究代表者 加古 孝 (電気通信大学)  
所内世話人 渡辺 二太  
平成 11 年度核融合科学研究所共同研究 研究会「プラズマ閉じ込めに関連する数値計算法の研究」  
Ed. by T. Kako and T. Watanabe  
Proceeding of 1999-Workshop on MHD Computations "Study on Numerical Methods Related to Plasma Confinement June. 2000
- NIFS-PROC-47 岡本正雄、村上定義、中島徳嘉、汪衛生  
プラズマ物理におけるモンテカルロシミュレーション  
Watanabe M., Okamoto, S., Murakami, N., Nakajima, W.X., Wang,  
Monte Carlo Simulations for Plasma Physics: July 2000
- NIFS-PROC-48 K. Miyamoto,  
Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion: Oct. 2000
- NIFS-PROC-49 (Ed.) K. Kawahata,  
Proceeding of the 5th International Workshop on Reflectometry, 5-7 march, 2001; May 2001
- NIFS-PROC-50 (Ed.) S. Ishii  
Workshop on Extremely High Energy Density Plasmas and Their Diagnostics, Mar. 8-9, 2001, National Institute for Fusion Science, Toki, Japan: Sep. 2001
- NIFS-PROC-51 (Ed.) K. Horioka  
Physics and Applications of High Energy Density Plasmas - Extreme state driven by pulsed electromagnetic energy, Dec. 20-21, 2001, National Institute for Fusion Science; June 2002
- NIFS-PROC-52 第 6 回「シミュレーション・サイエンス・シンポジウム」及び核融合科学研究所共同研究「大型シミュレーション研究」合同研究会 集録  
Proceedings of Joint Meeting of the 6th Simulation Science Symposium and the NIFS Collaboration Research "Large Scale Computer Simulation": Mar. 2003
- NIFS-PROC-53 研究代表者 渡辺二太  
LHD 型磁場配位を用いた ICRF 支援 水素・硼素核融合炉の理論的研究—平成 14 年度核融合科学研究所共同研究—  
(Ed.) T. Watanabe  
Theoretical Study for ICRF Sustained LHD Type p-<sup>11</sup>B Reactor: Apr. 2003
- NIFS-PROC-54 (Ed.) K. Masugata  
Physics and Applications of Micro and Fast Z-Pinch Plasmas (Dec. 5-6, 2002, NIFS): July 2003
- NIFS-PROC-55 シミュレーション科学教育講座 2003 テキスト  
Text of Simulation Science Open Lecture 2003: Apr. 2004
- NIFS-PROC-56 平成 15 年度核融合科学研究所共同研究「大型シミュレーション研究」報告会集録  
Proceedings of the Meeting on Large Scale Computer Simulation Research: Apr. 2004